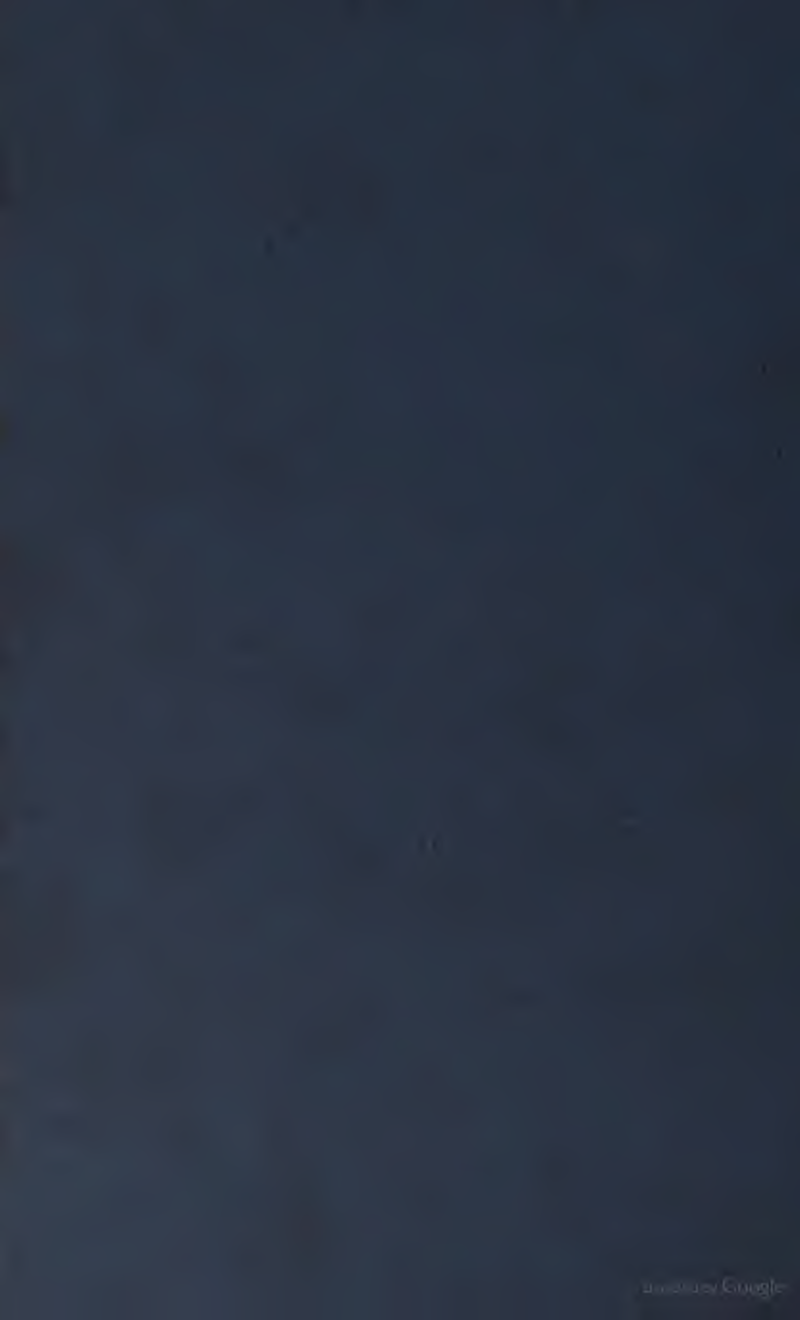



Ex-
Libris
Biblioteca
Central
de la
Diputación
Provincial
de
Barcelona

TRAITÉ

DE

CRISTALLOGRAPHIE.

DE L'IMPRIMERIE DE HUZARD-COURCIER,
RUE DU JARDINET-SAINT-ANDRÉ-DES-ARCS, N° 12.

TRAITÉ
DE
CRISTALLOGRAPHIE,

SUIVI

D'UNE APPLICATION DES PRINCIPES DE CETTE SCIENCE A LA DÉTERMINATION DES ESPÈCES MINÉRALES,

ET

D'une nouvelle Méthode pour mettre les formes cristallines en projection;

PAR M. L'ABBÉ HAÜY,

Chanoine honoraire de l'Église métropolitaine de Paris, Membre de la Légion-d'Honneur, Chevalier de l'Ordre de Saint-Michel de Bavière, de l'Académie royale des Sciences, Professeur de Minéralogie au Jardin du Roi et à la Faculté des Sciences de Paris, de la Société royale de Londres, de l'Académie impériale des Sciences de Saint-Pétersbourg, des Académies royales des Sciences de Berlin, de Stockholm, de Lisbonne et de Munich; de la Société Géologique de Londres, de l'Université impériale de Wilna, de la Société Helvétienne des Scrutateurs de la Nature, et de celle de Berlin; des Sociétés Minéralogiques de Dresde et d'Iéna, de la Société Batave des Sciences de Harlem, de la Société Italienne des Sciences, de la Société Philomatique de Paris, etc.

TOME SECOND.

PARIS,

BACHELIER ET HUZARD, GENDRES ET SUCCESSEURS DE Mme Ve COURCIER, LIBRAIRES POUR LES SCIENCES,

Rue du Jardinet-Saint-André-des-Arcs.

1822.

TRAITÉ

DE

CRISTALLOGRAPHIE.

SUITE DE LA PARTIE ANALYTIQUE.

DU CUBE.

1. On sait qu'à mesure qu'une quantité approche de sa limite, d'autres quantités qui en font partie varient par des différences décroissantes, et finissent par devenir égales, à l'endroit où est placée la limite. C'est ce que l'on remarque dans le passage des diverses espèces de parallélépipèdes à la forme cubique. On y distingue même diverses époques successives, dont chacune détermine l'égalité de certains bords ou de certains angles qui auparavant différaient entre eux, et le nombre des différences diminue progressivement, jusqu'à ce que celles qui restaient encore s'évanouissent. Par exemple, si l'on suppose que le prisme rhomboïdal oblique (t. I, pl. 1, fig. 12),

se convertisse en un prisme rhomboïdal droit (fig. 9), les angles des faces latérales dont jusqu'alors deux étaient obtus et deux aigus, deviendront tous des angles droits. Si ce dernier prisme, à son tour, se transforme en un prisme carré droit (fig. 7), l'inégalité qui avait lieu entre les angles des bases disparaîtra, et tous les angles se trouveront droits. Il ne faut plus alors qu'égaler par la pensée les côtés des faces latérales, pour faire de ce prisme un cube. Dans le rhomboïde, déjà l'égalité de tous les côtés existe comme dans le cube, et toutes les faces sont de même égales et semblables. Que les angles deviennent égaux à leur tour, et le rhomboïde ne différera plus du cube.

Or, j'ai fait voir (t. I, p. 200) que les lois de décroissement qui produisent les formes secondaires, participent de cette gradation à l'aide de laquelle les formes primitives se rapprochent de leur limite, en sorte que, quand celle-ci est censée avoir été atteinte, elle imprime le caractère de sa symétrie aux lois de décroissement, dont les actions n'étant plus sollicitées à tendre de préférence vers certains angles ou vers certains bords, se partagent également entre tous.

2. D'après ce que je viens de dire, on peut concevoir pourquoi les formes les plus composées se trouvent dans des espèces où le noyau est un des polyèdres réguliers de la Géométrie. Car si nous supposons une loi de décroissement qui agisse sur les bords du cube pris pour exemple, la symétrie exigera

qu'elle donne naissance à douze facettes semblablement situées en nombre égal à celui des bords, au lieu que la même loi, considérée dans un prisme rhomboïdal droit (fig. 1, pl. 31), n'aura besoin que de produire deux faces, si elle agit sur les bords verticaux H ou G, et quatre faces, si elle agit sur les bords horizontaux B, B, pour satisfaire à la condition que les parties correspondantes soient d'accord entre elles. Or, cette différence donne une grande latitude à la cristallisation des formes régulières, pour produire, en vertu de tel nombre de décroissemens, des facettes beaucoup plus multipliées que celles qui sont produites par des décroissemens plus nombreux, autour d'une forme moins symétrique. Ainsi la variété de baryte sulfatée que je nomme *dissimilaire*, et que je décrirai dans la suite, n'a que quarante faces additionnelles, dues à neuf lois de décroissement, ce qui fait quarante-six faces, en comptant les six qui répondent à celles du noyau, tandis que dans une variété de fer sulfuré appelée *parallélique*, et que je ferai de même connaître, sept décroissemens donnent naissance à cent vingt-huit facettes qui, jointes aux six faces primitives, forment un ensemble de cent trente-quatre faces.

3. J'ai déjà cité, dans l'exposé des principes de la théorie, plusieurs variétés originaires du cube, dont j'ai en même temps développé la structure par la voie de synthèse. Je me contenterai de rappeler ici celles dont la détermination n'exige que la résolu-

tion d'un simple triangle, et je donnerai ensuite des méthodes générales, d'où se déduiront des formules applicables aux polyèdres plus composés.

Les formes dont je viens de parler sont : 1°. le dodécaèdre rhomboïdal (pl. 5, t. I, fig. 68, 69, et 70), dont le signe rapporté au noyau (p. 1, t. II, fig. 2) est $\overset{1}{B}\overset{1}{C}{}^{1}G^{1}$. Cette forme est celle de l'aplome dodécaèdre. Toutes ses faces sont inclinées entre elles de 120^{d}. (Voyez t. I, p. 74 et suiv.).

2°. L'octaèdre régulier (t. I, pl. 7, fig. 96) qui a pour signe $\overset{1}{A}$. Pour désigner les variétés qui présentent cette forme, on ajoute au nom spécifique l'épithète *octaèdre*. Le fer sulfuré, le plomb sulfuré et la soude muriatée, en offrent des exemples. Les incidences de toutes les faces sont de $109^{d}28'16''$. (Voyez t. I, p. 126).

3°. Le dodécaèdre rhomboïdal dont les huit angles solides composés de trois plans sont remplacés chacun par un triangle équilatéral (t. II, pl. 31, fig. 3). Son signe est $\underset{d}{\overset{1}{A}}\,\underset{o}{\overset{1}{B}}\,\underset{h}{\overset{1}{C}}{}^{1}\underset{r}{G^{1}}$. Il est facile de voir que les facettes *d*, *d*, si elles se prolongeaient jusqu'à s'entrecouper, composeraient la surface d'un octaèdre régulier. Incidence de *o*, de *r* ou de *h* sur *d*, $144^{d}44'8''$. Le fer sulfuré biforme appartient à cette variété.

4°. Le cube dont chaque angle solide est remplacé par un triangle équilatéral (pl. 31, fig. 4). Son signe

est $\underset{\mathrm{M\,P}\,d}{\mathrm{MP}\overset{1}{\mathrm{A}}}$. Incidence de *d* sur M ou sur P, $125^{d}\,15'\,52''$. Cette forme est celle du fer sulfuré cubo-octaèdre et de la soude muriatée du même nom.

Quelquefois les faces du dodécaèdre rhomboïdal se combinent avec celles de la forme précédente, comme dans la soude muriatée triforme, que représente la figure 5, et qui a pour signe $\underset{\mathrm{P\,M}\,d\,a\,h\,r}{\mathrm{PM}\overset{1}{\mathrm{A}}\overset{1}{\mathrm{B}}\overset{1}{\mathrm{C}}{}'\mathrm{G}'}$.

3. Je passe à la recherche des formules générales auxquelles conduit la théorie des formes qui dérivent du cube. Concevons un décroissement qui agisse, suivant une loi quelconque, sur tous les angles de cette forme primitive. J'ai déjà traité du cas particulier dans lequel le décroissement se ferait par une simple rangée, et de celui dans lequel il aurait lieu par deux rangées. Le premier cas donne l'octaèdre régulier, et le second un solide terminé par 24 trapézoïdes égaux et semblables (t. I, p. 145). Or, toutes les autres lois produiront un polyèdre de ce dernier genre, avec différentes inclinaisons respectives des trapézoïdes qui composeront sa surface.

Soit *bs* (fig. 6) un de ces polyèdres, et AEOI, OEE'O', IOO'I', trois faces du générateur. Si l'on mène les diagonales *fr*, *fh*, *hr*, des trois trapézoïdes *u*, *u*, *u*, on pourra considérer la partie qu'elles interceptent vers l'angle O, comme le sommet d'un rhomboïde produit en vertu d'un décroissement autour de ce même angle. Soit $pr = g'$, et $Op = p'$;

Nous aurons (t. I, p. 311)

$$g' : p' :: 2g\left(\frac{n\ +}{2n-1}\right) : \sqrt{\tfrac{4}{3}g^2\left(\frac{n+1}{2n-1}\right)^2 + p^2 - \tfrac{1}{3}g^2},$$

et parce qu'ici $g = p$, la proportion deviendra

$$g' : p' :: 2\left(\frac{n+1}{2n-1}\right) : \sqrt{\tfrac{4}{3}\left(\frac{n+1}{2n-1}\right)^2 + \tfrac{2}{3}\left(\frac{2n-1}{2n-1}\right)^2}$$

$$:: 2(n+1) : \sqrt{\tfrac{4}{3}(n+1)^2 + \tfrac{2}{3}(2n-1)^2}.$$

Et développant les quantités $(n+1)^2$ et $(2n-)^2$, puis réduisant, $g' : p' :: (n+1)\sqrt{2} : \sqrt{2n^2+1}$; donc

$$2p'^2 : g'^2 - p'^2 :: 4n^2 + 2 : 4n + 1,$$

ce qui donne le rapport entre le rayon et le sinus de l'angle qu'il faut ajouter à 90^d, pour avoir les incidences respectives des trapézoïdes *u*, *u* (t. I, p. 286). Cherchons maintenant celle de *u* sur *u'*. Soit *crfb* (fig. 7) la pyramide quadrangulaire indiquée par les mêmes lettres (fig. 6). Si nous menons la hauteur *bx* (fig. 7), puis *fy* perpendiculaire sur *br* et ensuite *xy*, l'angle *fyx* sera égal à la moitié de l'incidence proposée. Il s'agit donc de trouver le rapport entre le sinus *fx* et le cosinus *xy* de cet angle. Menons *xp* perpendiculaire sur *fr*, puis *bp*. Il est facile de voir que *px* est dans le sens de la diagonale adjacente à l'angle O (fig. 6), sur la face AEOI du générateur, et que *bx* (fig. 7) est dans le sens de l'épaisseur des lames de superposition appliquées sur cette même face, d'où il suit que le triangle *pxb* est semblable

au triangle mensurateur. Or, px : bx comme le produit de la demi-diagonale d'une facette de molécule par $2n$ est à l'arête de la même facette; donc

$$px : bx :: 2n\sqrt{\tfrac{1}{2}} : 1 :: n\sqrt{2} : 1.$$

Soit maintenant $bx = 1$; nous aurons $px = n\sqrt{2}$. Mais

$rx : px :: \sqrt{2} : 1$, ou $rx : n\sqrt{2} :: \sqrt{2} : 1$; donc $rx = 2n$, et

br ou $\sqrt{(rx)^2 + (bx)^2} = \sqrt{4n^2+1}$; $xy = \frac{bx . rx}{br} = \frac{2n}{\sqrt{4n^2+1}}$; donc

$$rx \text{ ou } fx : xy :: 2n : \frac{2n}{\sqrt{4n^2+1}} :: \sqrt{4n^2+1} : 1.$$

Cherchons aussi le rapport entre bp (fig. 6) et Op. Soit toujours rx (fig. 7) $= 2n$. Nous aurons

$rx : pr$ (fig. 6 et 7) $:: \sqrt{2} : 1$, ou $2n : pr :: \sqrt{2} : 1$.

Donc $pr = n\sqrt{2}$. Mais nous avons eu

$$pr : Op :: (n+1)\sqrt{2} : \sqrt{2n^2+1};$$

donc

$$n\sqrt{2} : Op :: (n+1)\sqrt{2} : \sqrt{2n^2+1};$$

donc

$$Op = \frac{n}{n+1}\sqrt{2n^2+1}.$$

Or,

$$bp \text{ ou } \sqrt{(px)^2 + (bx)^2} = \sqrt{2n^2+1};$$

donc

$$bp : Op :: \sqrt{2n^2+1} : \frac{n}{n+1}\sqrt{2n^2+1} :: n+1 : n$$

4. Si l'on fait $n=1$, ce qui indique un décroissement par deux rangées, on trouve que l'incidence de u sur u (fig. 6) est de $146^d 26' 33''$, et celle de u sur u' de $131^d 48' 36''$. C'est le cas d'une variété de fer sulfuré dont le signe est $\overset{2}{\underset{u}{A}}$, et que je nomme *fer sulfuré trapézoïdal.* Il existe une variété d'analcime qui dépend de la même loi.

Les formules donnent dans ce même cas

$$g' : p' :: \sqrt{8} : \sqrt{3}, \text{ et } bp : Op :: 2 : 1.$$

On aura donc

$$pr : bp :: g' : 2p' :: \sqrt{2} : \sqrt{3},$$

ce qui est le rapport entre les demi-diagonales du rhombe primitif de la chaux carbonatée. Ainsi le triangle *rbf* est semblable à une moitié de ce rhombe divisé dans le sens de sa petite diagonale. Mais il est visible que ce n'est ici qu'une analogie de rencontre.

Si l'on fait $n=\frac{1}{2}$, on trouve $g' : p' :: \sqrt{3} : 1$, ce qui indique que les angles *rof*, *roh*, etc., étant de 120^d, les trois trapézoïdes situés autour d'un même angle solide O coïncident sur un même plan; et ainsi le solide secondaire est un octaèdre régulier. On a, dans le même cas, $bp : Op :: 3 : 1$, conformément à ce qui a été dit (t. I, p. 136), à l'occasion de l'octaèdre représenté pl. 7, fig. 97.

5. Je placerai ici quelques-uns des résultats relatifs aux décroissemens intermédiaires qui, dans plusieurs

cas, modifient les formes dérivées du cube, me réservant à parler des autres lorsque j'y aurai été conduit par la détermination de certaines variétés dans lesquelles leur action semble être liée à celle des décroissemens qui ont lieu directement soit sur les angles, soit sur les bords du générateur. Mais pour donner plus d'extension aux résultats qui vont nous occuper, je supposerai que le générateur soit un prisme AG (fig. 8), qui ait pour base un carré ABCO, et dont on puisse faire varier à volonté la hauteur CG.

Ayant pris les points *k* et *i* au milieu des arêtes CO, CB, concevons que *kf*, *ie* soient les lignes de départ d'un décroissement intermédiaire sur l'angle C, lequel est censé se répéter sur les trois autres angles BAO, suivant des lignes *kν*, *ϑμ*, *ϑγ*, etc. Il est facile de voir que le décroissement fera naître huit faces, qui auront alternativement des inclinaisons différentes. Imaginons un plan horizontal *dkoiuγλϑ*, qui coïncide avec cette base et qui intercepte la partie du cristal secondaire élevée au-dessus d'elle.

Soient *dmk*, *kmo*, *omi*, *imu* (fig. 9), les quatre faces antérieures de cette espèce de pyramide octogone (1). Proposons-nous de déterminer d'abord l'in-

(1) Il est évident que les trois arêtes *om*, *im*, *um*, considérées sur les faces *omi*, *umi*, concourent en un point commun *m*, situé au-dessus du centre *a* de la base ABCO (fig. 8), puisque ces faces sont le résultat d'un même décroissement qui agit suivant les lignes *ie*, *il*. Par une raison sem-

cidence de *kmo* sur *imo*. Pour y parvenir, faisons passer par les points *k*, *i*, un plan vertical *kni*, puis menons *og* perpendiculaire sur *ki*, *kx* perpendiculaire sur *om*, et ensuite *ng* et *gx*. L'angle *kxy* étant la moitié de l'incidence demandée, il s'agit de trouver les expressions de son sinus *kg* et de son cosinus *xy*. Soient *kfr*, *ier* (fig. 8) deux plans parallèles aux faces *kmo* ou *omi* (fig. 9). Ayant complété le carré C*iak* (fig. 8), menons la diagonale C*a*, et la diagonale *ki* qui répond à la même ligne (fig. 9).

Désignons par l'unité le côté de la base de la molécule, et par *h* le rapport entre sa hauteur et ce même côté, *h* pouvant être, suivant les cas, un nombre entier ou fractionnaire. Soit *x* le nombre de côtés de bases de molécule que mesure C*k* (fig. 8), *y* celui que mesure C*f*, et *n* le nombre de rangées soustraites. Nous aurons $Cr = \frac{h}{n}$. Or C*g* renferme autant de demi-diagonales de bases de molécule qu'il y a de côtés compris dans *ck*; donc puisque chaque côté est représenté par l'unité, nous aurons C*g* ou $kg = x\sqrt{\frac{1}{2}}$.

Reste à trouver l'expression de *gx* (fig. 9). Or,

$$gx = \frac{og \cdot gn}{on} = \frac{og \cdot gn}{\sqrt{(og)^2 + (gn)^2}},$$

$$og = Cg - Co \text{ (fig. 8)}; \; Cg = x\sqrt{\tfrac{1}{2}}.$$

---

blable, les trois arêtes *om*, *km*, *dm*, concourent dans le même point commun *m*. Donc toutes les faces, malgré la différence de leurs inclinaisons, se réunissent aussi dans ce point.

Les triangles semblables *aok*, C*of*, donnent

$$Co : oa :: Cf : ak \text{ ou } Ci :: y : x, \text{ ou } Co : Ca - Co :: y : x,$$

ou $$Co : 2x\sqrt{\tfrac{1}{2}} - Co :: y : x;$$

d'où l'on tire

$$Co = \frac{xy}{x+y}\sqrt{2}.$$

Donc

$$og = x\sqrt{\tfrac{1}{2}} - \frac{xy}{x+y}\sqrt{2} = \frac{x-y}{2x+2y} \times \sqrt{2}.$$

D'une autre part, les triangles semblables *o*C*r* (fig. 8), *ogn* (fig. 9) donnent

$$Co : Cr :: og : gn, \text{ ou } \frac{xy}{x+y}\sqrt{2} : \frac{h}{n} :: \frac{x-y}{2x+2y} \times x\sqrt{2} : gn,$$

ou

$$2y : \frac{h}{n} :: x - y : gn = \left(\frac{x-y}{2ny}\right)^2;$$

donc

$$gx \text{ ou } \frac{og \cdot gn}{\sqrt{(og)^2 + (gn)^2}} = \frac{\frac{x-y}{2x+2y}\sqrt{2} \times \frac{x-y}{2ny}h}{\frac{x-y}{2}\sqrt{\frac{2x^2}{(x+y)^2} + \frac{h^2}{n^2y^2}}}$$

$$= \frac{\frac{hx\sqrt{2}}{x+y} \cdot \frac{x-y}{2ny}}{\sqrt{2\left(\frac{x}{x+y}\right)^2 + \frac{h^2}{n^2y^2}}}.$$

Mais $$kg = x\sqrt{\tfrac{1}{2}};$$

donc

$$kg : gx \text{ (fig. 9)} :: x\sqrt{\tfrac{1}{2}} \times \sqrt{2\left(\frac{x}{x+y}\right)^2 + \frac{h^2}{n^2y^2}}$$
$$: \frac{hx\sqrt{2}}{x+y} \times \frac{x-y}{2ny} :: \sqrt{2\left(\frac{x}{x+y}\right)^2 + \frac{h^2}{n^2y^2}}$$
$$: \frac{h}{x+y} \times \frac{x-y}{ny}.$$

Soient maintenant *ebi*, *lbi* (fig. 10) deux triangles qui aient les mêmes positions que *omi*, *umi* (fig. 9), en sorte que les lignes *ei*, *li* (fig. 10) correspondent à celles qui sont marquées des mêmes lettres (fig. 8). Supposons de plus que le plan *ebl* (fig. 10) soit vertical. *ai* étant la même ligne que figure 9, si nous menons *ez* perpendiculaire sur *bi*, puis *sz*, l'angle *ezs* mesurera la moitié de l'incidence de *omi* (fig. 9) sur *umi*.

Or, *es* (fig. 8 et 10) = C*i* (fig. 8) = x. Ayant abaissé sur *el* (fig. 10) la perpendiculaire *bs*, nous aurons

$$sz = \frac{is \times bs}{bi} = \frac{is \times bs}{\sqrt{(is)^2 + (bs)^2}}.$$

is (fig. 10 et 8) = B*l* = C*e* ou C*f* = y. Maintenant *eir* (fig. 8) étant parallèle à *ebi* (fig. 10), soit *liζ* (fig. 8) un autre plan parallèle à *lbi* (fig. 10). Nous aurons Bζ (fig. 8) = C*r* = $\frac{h}{n}$, et les triangles *l*Bζ, *isb* (fig. 10) étant semblables, *is* : *bs* :: B*l* (fig. 8) : Bζ; donc, puisque *is* = B*l*, on aura aussi *bs* = Bζ = $\frac{h}{n}$.

Donc l'équation $sz = \frac{is \times bs}{\sqrt{(is)^2 + (bs)^2}}$ devient

$$sz = \frac{\frac{y \cdot h}{n}}{\sqrt{\frac{n^2y^2 + h^2}{n^2}}} = \sqrt{\frac{h^2y^2}{n^2y^2 + h^2}};$$

donc

$$es : sz :: x : \sqrt{\frac{h^2y^2}{n^2y^2 + h^2}}.$$

Si l'on suppose que le générateur soit un cube, on aura $h = 1$. Alors les deux rapports deviennent

$$kg : gx :: \sqrt{2\left(\frac{x}{x+y}\right)^2 + \frac{1}{n^2y^2}} : \frac{x-y}{(x+y)ny},$$

et

$$es : sz :: x : \sqrt{\frac{n^2y^2+1}{y^2}}.$$

6. Pour appliquer les formules précédentes, je choisirai une variété du plomb sulfuré, représentée figure 11, et dont le signe rapporté au noyau (fig. 12) est $\underset{c}{\overset{1}{A}}\,\underset{o}{\overset{1}{B}}{}^{1}\underset{o'}{G^{1}}\,\underset{l}{(\overset{1}{A}B^{1}B^{2}.B^{2}B^{1})}\underset{M\,P}{MP}$. La surface est composée des six faces P, M, etc., d'un cube, des huit faces c, c, etc., d'un octaèdre régulier, des douze faces o, o', etc., d'un dodécaèdre rhomboïdal, et de vingt-quatre faces l, l', etc., qui proviennent du décroissement intermédiaire, et qui seraient des triangles isocèles, si elles se prolongeaient jusqu'à s'entrecouper, en masquant toutes les autres faces (1).

---

(1) Si l'on suppose que les trois faces l, l', l'', qui bordent

Dans le cas présent, on a $x=2$, $y=1$, $n=1$; donc kg (fig. 9) : gx :: $\sqrt{17}$: 1, ce qui donne $152^d 44' 2''$, pour l'incidence de l sur l' (fig. 11). D'une autre part, es : $s\dot{z}$ :: $\sqrt{8}$: 1. Ce rapport est celui du sinus au cosinus de l'angle aigu du rhombe dans lequel on a g : p :: $\sqrt{2}$: 1, et qui appartient au dodécaèdre rhomboïdal. Cet angle étant de $70^d 31' 44''$, l'incidence de l sur l sera de $141^d 3' 28''$; celle de o sur l sera de $160^d 31' 44''$, et l'on aura celle de c sur l en prenant la moitié, $70^d 31' 44''$ de l'incidence de l sur l, retranchant de cette moitié celle de l'incidence de c sur c, qui est égale à $109^d 28' 16''$, c'est-à-dire retranchant $54^d 44' 8''$, ce qui donnera $15^d 47' 36''$, dont le supplément, $164^d 12' 24''$, sera l'incidence cherchée. Quant à celle de P ou de M sur c, et de c sur o, elles seront, la première de $125^d 15' 52''$, et la seconde de $154^d 44' 8''$.

7. Nous allons maintenant passer à une autre espèce de décroissement dont j'ai déjà développé les résultats, par la méthode synthétique, dans l'exposé des principes de la théorie (p. 79 et suiv.). C'est celui qui a lieu suivant trois directions perpendiculaires entre elles, autour de chaque angle solide du

---

le triangle c, se prolongent au-dessus de ce triangle jusqu'à ce qu'elles s'entrecoupent, il est évident qu'elles deviendront des triangles isocèles. Le même raisonnement s'applique aux dix-huit autres faces prises trois à trois.

générateur. J'ai fait voir que le solide secondaire était, dans ce cas, un dodécaèdre à faces pentagonales (fig. 13) dont chacune avait quatre côtés égaux entre eux. Quant au cinquième côté, tel que celui qui est indiqué par *l*, et que nous considérerons comme la base du pentagone, il sera plus grand ou plus petit que chacun des quatre autres côtés, suivant que la marche du décroissement sera plus ou moins rapide.

Pour représenter d'une manière générale, à l'aide du calcul, les résultats de ce décroissement, nous nous servirons de la figure 14, analogue à la figure 67 (t. I, pl. 5), et qui se rapporte à un noyau cubique dont les faces sont divisées en deux par des lignes fg, $f'g'$, $f''g''$, situées dans trois directions qui se croisent à angle droit. Soit *botq* (fig. 15) le dodécaèdre produit par le décroissement dont il s'agit. Menons les diagonales ad, ct, puis les hauteurs nx, lx, des deux pentagones *pdnar*, *pdtr*, ensuite uk, et par le milieu de cette ligne menons yx qui sera perpendiculaire sur elle, et enfin $p\tau$, $p\omega$ et $d\mu$ perpendiculaires l'une sur ad, la seconde sur ct, et la troisième sur pn. Avant d'aller plus loin, proposons-nous de chercher les expressions des deux parties ux et un de la ligne nx, et celles des côtés du premier pentagone. Soit xx' (fig. 16) la coupe du dodécaèdre qui coïncide avec les hauteurs nx, lx. Les lignes en, il, représenteront l'une l'arête en (fig. 15), et l'autre celle qui est opposée à la précédente, et les lignes ex', ix'

(fig. 16) seront les hauteurs des pentagones opposés à *pdnar*, *pcltr* (fig. 15). Soit $uk\gamma\psi$ (fig. 16) la coupe correspondante du noyau cubique. Menons yx par le milieu de uk, et $n\zeta$ perpendiculaire sur $u\psi$. Soit $u\vartheta\gamma$ le triangle mensurateur relatif au trapèze *arpd* (fig. 15); et soit n le nombre de rangées soustraites, a' l'arête de la molécule, et a celle du noyau. Nous aurons (fig. 16)

$$uz : yx :: u\vartheta : \vartheta\lambda :: a'n : a' :: an : a :: n : 1.$$

Mais $$uy = \tfrac{1}{2}a;$$

donc $$\tfrac{1}{2}a : yx :: n : 1;$$

donc $$yx = \frac{a}{2n}.$$

1°. Pour ux.

$$ux = \sqrt{(uy)^2 + (yx)^2} = \sqrt{\tfrac{1}{4}a^2 + \frac{a^2}{4n^2}} = \sqrt{\frac{a^2n^2 + a^2}{4n^2}}.$$

2°. Pour un.

$$ux : un :: uy : n\zeta.$$

Mais il est aisé de voir que $n\zeta = yx$, puisque chacune de ces lignes mesure la distance entre une des arêtes telles que *pr*, *en* (fig. 15), qui sont les limites des décroissemens et la face correspondante du noyau. Donc

$$ux \text{ (fig. 16)} : un :: uy : yx :: n : 1,$$

ou

$$\sqrt{\frac{a^2n^2 + a^2}{4n^2}} : un :: n : 1$$

d'où l'on tire

$$un = \sqrt{\frac{a^2n^2 + a^2}{4n^4}}.$$

On vient de voir que les deux parties *ux*, *un* (fig. 15 et 16) de la hauteur du pentagone *pdnar*, sont entre elles comme les côtés adjacens à l'angle droit dans le triangle *uyx* (fig. 16) qui est semblable au triangle mensurateur. Je fais cette remarque, parce que le rapport dont je viens de parler nous sera utile dans la suite.

Maintenant $n\zeta$ étant égale à *yx*, il est bien facile d'avoir l'expression de $u\zeta$, en faisant

$$u\zeta = \sqrt{(un)^2 - (yx)^2} = \sqrt{\frac{a^2n^2 + a^2}{4n^4} - \frac{a^2}{4n^2}} = \frac{a^2}{2n^2}.$$

3°. Pour la base *pr* (fig. 15) du pentagone *pdnar*. *en* (fig. 16) $=$ *pr* (fig. 15) $= u\psi - 2u\zeta$ (fig. 16)

$$= a - \frac{a}{n^2} = \frac{an^2 - a}{n^2}.$$

4°. Pour le côté *an* ou *dn*.

$$an = \sqrt{(au)^2 + (un)^2} = \sqrt{\frac{1}{4}a^2 + \frac{a^2n^2 + a^2}{4n^4}}$$

$$= \sqrt{\frac{a^2n^4 + a^2n^2 + a^2}{4n^4}}.$$

5°. Pour le côté *dp* ou *ar*.

$$dp = \sqrt{(p\sigma)^2 + (d\sigma)^2}; \quad p\sigma = ux = \sqrt{\frac{a^2n^2 + a^2}{4n^2}};$$

$$d\sigma = ad - a\sigma = \tfrac{1}{2}(ad - pr) = \tfrac{1}{2}\left(a - \frac{an^2 + a}{n^2}\right) = \frac{a}{2n^2}.$$

Donc

$$dp=\sqrt{\frac{a^2n^2+a^2}{4n^2}+\frac{a^2}{4n^4}}=\sqrt{\frac{a^2n^4+a^2n^2+a^2}{4n^4}}=dn;$$

c'est-à-dire que les quatre côtés *dn*, *an*, *ar*, *dp* du pentagone sont égaux entre eux, ce qui est d'ailleurs évident, d'après la seule inspection du dodécaèdre (*voyez* t. I, p. 82).

8. Les résultats qui précèdent vont nous fournir des formules générales pour la détermination des angles du dodécaèdre. L'incidence de deux pentagones tels que *dpran*, *pcltr*, à l'endroit de leur base commune *pr*, ne souffre aucune difficulté. Elle est le double de l'angle *uxy*, dont le sinus est au cosinus comme $an : a$, ou comme $n : 1$.

Pour avoir la formule relative à l'incidence des pentagones *pdnar*, *dmben*, à l'endroit de l'un des autres côtés, qui est ici le côté *dn*, menons les diagonales *mn*, *pm*, analogues à *pn*, puis $d\mu$ perpendiculaire sur *pn*. Nous pouvons considérer la partie du dodécaèdre qu'intercepte le plan *pnm*, comme le sommet d'un rhomboïde dans lequel les demi-diagonales g', p', de chaque rhombe, seraient égales l'une à $p\mu$, l'autre à $d\mu$.

Or $p\mu=\frac{1}{2}pn$; $pn=\sqrt{(nx)^2+(px)^2}$;

$$nx=ux+un=\sqrt{\frac{a^2n^2+a^2}{4n^2}}+\sqrt{\frac{a^2n^2+a^2}{4n^4}}$$

$$=\left(\frac{1}{n}+1\right)\sqrt{\frac{a^2n^2+a^2}{4n^2}}=\frac{n+1}{n}\sqrt{\frac{a^2n^2+a^2}{4n^2}};$$

$$px=\frac{1}{2}pr=\frac{an^2-a}{2n^2}.$$

Donc

$$\tfrac{1}{2}pn \text{ ou } g' = \sqrt{\left(\frac{n+1}{2n}\right)^2 \frac{a^2n^2+a^2}{4n^2} + \frac{a^2n^4-2a^2n^2+a^2}{4n^4}}$$

$$= \sqrt{\left(\frac{n+1}{2}\right)^2 \frac{a^2n^2+a^2}{4n^4} + \frac{a^2n^4-2a^2n^2+a^2}{4n^4}}.$$

Mais dp ou $\sqrt{g'^2+p'^2} = \sqrt{\frac{a^2n^4+a^2n^2+a^2}{4n^4}}$. Supprimant dans les valeurs de g' et $\sqrt{g'^2+p'^2}$, le facteur commun $\frac{a^2}{4n^4}$, on aura

$$dp \text{ ou } \sqrt{g'^2+p'^2} : p\mu \text{ ou } g'$$

$$:: \sqrt{n^4+n^2+1} : \sqrt{\left(\frac{n+1}{2}\right)^2 (n^2+1) + n^4 - 2n^2 + 1},$$

et développant $\left(\frac{n+1}{2}\right)^2$, puis réduisant,

$$\sqrt{g'^2+p'^2} : g' :: \sqrt{n^4+n^2+1} : \sqrt{\frac{n^4+n^3+n+1}{2}}.$$

Soit $(dp)^2$ ou $g'^2+p'^2 = 2n^4+2n^2+2$; nous aurons

$$(p\mu)^2 \text{ ou } g'^2 = n^4+n^3+n+1;$$

soustrayant la valeur de g'^2 de celle de $g'^2+p'^2$,

$$p'^2 = n^4 - n^3 + 2n^2 - n + 1;$$

et divisant les valeurs de g'^2 et de p'^2 par le facteur commun n^2-n+1,

$$g'^2 : p'^2 :: n^2+2n+1 : n^2+1,$$

ou

$$g' : p' :: n+1 : \sqrt{n^2+1};$$

donc

$$2p'^2 : g'^2 - p'^2 :: n^2 + 1 : n,$$

ce qui donne le rapport entre le rayon et le sinus de l'angle qu'il faut ajouter à 90^d, pour avoir l'incidence de *pdnar* sur *dmben*, ou sur *mdpco*.

A l'égard des angles plans, on observera que le sinus de $pd\mu$, moitié de pdn, est au cosinus comme $g' : p' :: n + 1 : \sqrt{n^2 + 1}$, et que le sinus de l'angle anu, moitié de and, est au cosinus

$$:: au = \frac{1}{2} a : un = \sqrt{\frac{a^2n^2 + a^2}{4n^4}} :: n^2 : \sqrt{n^2 + 1},$$

ce qui donne tout le reste.

9. Proposons-nous encore de déterminer le rapport entre la solidité du générateur et celle de la partie enveloppante. Nous aurons d'abord a^3 pour la première. L'autre est un assemblage de six solides dont chacun, par exemple celui qui repose sur la face *dcta*, est composé d'un prisme triangulaire, ayant pour bases deux triangles isocèles, tels que $\sigma p \omega$, et pour hauteur une ligne égale à *pr*, plus de deux pyramides quadrangulaires semblables à $dc\omega\sigma p$, dont la base est un rectangle $cd\sigma\omega$, et dont la hauteur est égale à $n\zeta$ (fig. 16), ainsi qu'il est facile de le concevoir.

Or, d'une part, la solidité du prisme est le produit de la surface du triangle $\sigma p \omega$ (fig. 15) par *pr*. Mais la base du triangle est $\omega\sigma = a$; sa hauteur, ou la per-

pendiculaire abaissée du point p sur $\omega\sigma$ est, comme on l'a dit, égale à $n\zeta$ (fig. 16); donc la solidité du prisme aura pour expression

$$\frac{a}{2} \times n\zeta \times pr = \frac{a}{2} \times \frac{a}{2n} \times \frac{an^2 - a}{n^2} = \frac{a^3n^2 - a^3}{4n^3}.$$

D'une autre part, la solidité de chaque pyramide est le produit $d\sigma \times cd$ de la surface de la base par $\frac{1}{3}n\zeta$ (fig. 16), ou $u\zeta \times a \times \frac{1}{3}n\zeta$; donc sa valeur algébrique est

$$\frac{a}{2n^2}(\text{p. } 17) \times a \times \frac{1}{3} \cdot \frac{a}{2n} = \frac{a^3}{12n^3}.$$

Mais il y a six prismes et douze pyramides; donc la solidité de toute la matière enveloppante aura pour expression

$$\frac{3a^3n^2 - 3a^3}{2n^3} + \frac{a^3}{n^3} = \frac{3a^3n^2 - a^3}{2n^3}.$$

Comparant les deux expressions, on en conclura que la solidité du générateur est à celle de la matière enveloppante, abstraction faite des petits vides que laissent les séries qui sillonnent la surface du dodécaèdre, comme $2n^3 : 3n^2 - 1$. Il suit de là que la solidité du générateur est à celle du dodécaèdre

$$2n^3 : 2n^3 + 3n^2 - 1.$$

10. Maintenant, pour passer aux applications, faisons d'abord $n = 1$. Dans ce cas, nous aurons pr

ou $\frac{an^2 - a}{n^2} = \frac{0}{1}$; c'est-à-dire que la base des pentagones s'évanouit, et que le solide secondaire devient semblable au dodécaèdre rhomboïdal. Dans le même cas, le rapport *au* à *un* ou $n^2 : \sqrt{n^2 + 1}$ devient celui de 1 à $\sqrt{2}$, ce qui donne pour l'angle aigu de chaque rhombe $70^d 31' 44''$, et pour l'angle obtus, $109^d 28' 16''$. On trouvera aussi que le rapport entre le rayon et le sinus de l'angle qu'il faut ajouter à 90^d, pour avoir l'incidence mutuelle de deux faces quelconques, est celui de 2 à l'unité, c'est-à-dire que l'incidence dont il s'agit est de 120^d, ce qui est d'ailleurs indiqué par la symétrie de la forme.

Soit $n = 2$, comme dans le fer sulfuré; on trouvera pour l'incidence de *dnarp* sur *pcltr*, $126^d 52' 12''$, et pour celle de *dnarp* sur *dpcom*, $113^d 34' 41''$, et dans chaque pentagone, tel que *dnapr*, on aura $and = 121^d 35' 17''$; ndp ou $nar = 106^d 36' 5''$; d'où l'on conclura que dpr ou $arp = 102^d 36' 16'' 30'''$. Enfin, le rapport entre les solidités du générateur et de la matière enveloppante sera celui de 16 à 11. Or, le rapport entre le sinus de l'angle *anu* et le cosinus, ou $n^2 : \sqrt{n^2 + 1}$, devient ici celui de 4 à $\sqrt{5}$;

donc $$(au)^2 : (un)^2 :: 16 : 5;$$

et

$$(au)^2 : (au)^2 - (un)^2 :: 16 : 11;$$

c'est-à-dire que, dans le cas du dodécaèdre parti-

culier dont il s'agit ici, le rapport entre le carré du sinus de la moitié de l'angle au sommet du pentagone, et la différence entre ce même carré et celui du cosinus, est égal au rapport des solidités du générateur et de la matière enveloppante. Cette variété, que je nomme *fer sulfuré dodécaèdre*, et dont la projection rapportée au générateur (fig. 17) se voit (fig. 13), a pour signe

$$\underset{e''}{\overset{\frac{1}{2}}{B}}\;\underset{e'}{\overset{2}{C}}\;\underset{e.}{G^{22}G}$$

11. De célèbres minéralogistes ont cru voir dans les cristaux de cette variété le dodécaèdre régulier de la Géométrie, parce qu'ayant déjà observé parmi les cristaux d'autres polyèdres réguliers, tels que le cube, l'octaèdre et le tétraèdre, ils ont cru être conduits, par la raison d'analogie, à juger que le dodécaèdre à faces pentagonales devait avoir la même symétrie. Mais on peut prouver que cette espèce de solide, en supposant que toutes ces faces soient des pentagones réguliers, n'est susceptible d'être produit par aucune loi de décroissement.

Nous avons vu (p. 17) que les deux parties *ux*, *un* (fig. 15 et 16) de la hauteur des pentagones d'un dodécaèdre quelconque, dont l'existence serait possible, sont entre elles comme les côtés du triangle mensurateur qui sert à déterminer la mesure du décroissement, ou comme les lignes *uy*, *yx*. Concevons que la figure 15 représente le dodécaèdre régu-

lier, et soit *ndpra* (fig. 18) le même pentagone que fig. 15, inscrit dans une circonférence de cercle. Il s'agit de démontrer que dans ce pentagone le rapport de *ux* à *un* (fig. 18) est incommensurable. Pour y parvenir, menons les rayons *cp*, *cd*, puis $p\sigma$ perpendiculaire sur *ad*, et *pm* qui sera le côté du décagone régulier inscrit au même cercle.

Les triangles *ndu*, *pcx* sont semblables, parce qu'ils ont chacun un angle droit, et que les angles *dnu*, *cpx* sont chacun la moitié d'un angle à la circonférence du pentagone *andpr*; donc $dn : un :: cp : px$. De plus, les triangles $dp\sigma$, *mpx* sont semblables, parce qu'ils ont chacun un angle droit, et que l'angle inscrit $pd\sigma$ qui a pour mesure la moitié de l'arc *arp*, ou un cinquième de la circonférence, est égal à l'angle inscrit *pmx*, qui a pour mesure la moitié de l'arc *ndp* égal à l'arc *arp*; donc

$$dp : p\sigma :: pm : px, \quad \text{ou} \quad dn : ux :: pm : cp.$$

Mais nous avons eu $dn : un :: cp : px$; donc $ux : un :: cp : pm$, ou comme le rayon est au côté du décagone. Or, ce côté étant égal à la médiane du rayon divisé en moyenne et extrême raison, si nous supposons que *cz* soit cette médiane, et si nous la désignons par x, et le rayon par r, nous aurons

$$r : x :: x : r - x, \quad \text{et} \quad x^2 + rx = r^2.$$

Cette équation résolue donne

$$x = -\tfrac{1}{2} r \pm \tfrac{1}{2} r \sqrt{5},$$

et en prenant le signe positif, $x = \frac{1}{2} r \sqrt{5} - \frac{1}{2} r$; donc

$$ux : un :: r : \frac{1}{2} r \sqrt{5} - \frac{1}{2} r :: 2 : \sqrt{5} - 1 ;$$

donc, tel est aussi le rapport des lignes *uy* et *xy* (fig. 15); donc, ce rapport étant incommensurable, ne peut représenter aucune loi admissible de décroissement. Il résulte de la démonstration précédente que, dans le dodécaèdre régulier, le sinus de l'angle égal à la moitié de l'incidence mutuelle de deux pentagones adjacens, est au cosinus, comme le rayon est à la médiane du rayon divisé en moyenne et extrême raison.

12. Ce dodécaèdre, qui est si loin de celui de la Minéralogie, lorsqu'on essaie d'y appliquer les lois de la structure, a cependant avec lui une relation remarquable, découverte par M. Boudrot, géomètre très habile, qui a bien voulu me la communiquer. Elle consiste en ce que le supplément de l'angle d'incidence de deux pentagones adjacens sur le dodécaèdre régulier, est égal à la moitié de l'angle que forment entre eux les pentagones du dodécaèdre de la Minéralogie, à l'endroit de leurs bases communes *pr* (fig. 15), *en*, etc.

Supposons pour un instant que *uxk* (fig. 16) soit l'angle d'incidence relatif au dodécaèdre régulier. Si nous menons *ub* perpendiculaire sur le prolongement de *kx*, *uxb* sera le supplément de l'angle dont il s'agit. Cherchons le rapport entre le sinus *bu* de cet

angle et son cosinus bx. Nous avons eu

$$uy : yx :: 2 : \sqrt{5} - 1.$$

Soit $uy = 2$, auquel cas $yx = \sqrt{5} - 1$;

$$bu = \frac{yx \times uk}{kx};\ uk = 4;\ kx = \sqrt{(ky)^2 + (yx)^2}$$
$$= \sqrt{4 + 6 - 2\sqrt{5}} = \sqrt{10 - 2\sqrt{5}}.$$

Donc

$$bu = \frac{(\sqrt{5} - 1)4}{\sqrt{10 - 2\sqrt{5}}}.$$

Donc

$$ux \text{ ou } kx : bu :: \sqrt{10 - 2\sqrt{5}} : \frac{(\sqrt{5} - 1)4}{\sqrt{10 - 2\sqrt{5}}}$$
$$:: 10 - 2\sqrt{5} : (\sqrt{5} - 1)4 :: 5 - \sqrt{5} : 2(\sqrt{5} - 1)$$
$$:: \sqrt{30 - 10\sqrt{5}} : 2\sqrt{6 - 2\sqrt{5}}$$
$$:: \sqrt{5(6 - 2\sqrt{5})} : 2\sqrt{6 - 2\sqrt{5}} :: \sqrt{5} : \sqrt{4}.$$

Donc

$$ux : bx :: \sqrt{5} : 1;$$

donc

$$bu : bx :: \sqrt{4} : 1 :: 2 : 1.$$

Or, ce rapport est celui des lignes uy, yx (fig. 15) dans le dodécaèdre du fer sulfuré. Donc, dans l'hypothèse présente,

$$bxu \text{ (fig. 16)} = uxy \text{ (fig. 15)} = 63^d\, 26'\, 6'';$$

et ainsi l'angle kxu, qui mesure l'incidence de deux

pentagones adjacens sur le dodécaèdre régulier sera de $116^d\,33'\,54''$.

Dans le rapport $2 : \sqrt{5}-1$, qui est celui des lignes *uy*, *yx* (fig. 15), pour le dodécaèdre régulier, le premier terme est plus grand que le second. Or, supposons que les divers pentagones qui composent la surface de ce dodécaèdre se meuvent sur les arêtes *cd*, *ct*, *at*, etc., du noyau cubique comme sur autant de charnières, de manière que les trapèzes *cprt*, *dpra*, se relèvent au-dessus du carré *adct*, tandis que les triangles *clt*, *dna*, s'abaisseront, et ainsi des autres pentagones. Pendant ces mouvemens, l'angle *uxk* diminuera; en même temps les arêtes *pr*, *om*, *en*, etc., deviendront toujours plus courtes, et finiront par se réduire à de simples points; si au-delà de ce terme les mêmes mouvemens continuent, il se formera de nouvelles arêtes qui seront situées à angle droit à l'égard des précédentes, et il y aura une époque où le dodécaèdre sera encore régulier. Alors chaque trapèze *crpt* se trouvera transformé en un triangle semblable à *clt*, et réciproquement; d'où il suit que le rapport $u\zeta$ à $n\zeta$ (fig. 16) prendra la place du rapport $uy : yx$, et parce que $n\zeta = yx$, on aura

$$uy : yx :: yx : u\zeta, \text{ ou } \sqrt{5}-1 : 2 :: 2 : u\zeta.$$

Or, si l'on multiplie $\sqrt{5}-1$ par $\sqrt{5}+1$, le produit sera la différence 4 entre les carrés de $\sqrt{5}$ et de 1. Donc $u\zeta = \sqrt{5}+1$; donc au lieu du rap-

port $2 : \sqrt{5} - 1$, on aura le rapport $2 : \sqrt{5} + 1$, dans lequel c'est le premier terme qui est le plus petit. Si l'on égale les expressions de *dp* et de *pr* (fig. 15), conformément à ce qui a lieu dans le dodécaèdre régulier, on aura, en élevant au carré celle de *pr*,

$$\sqrt{\frac{a^2n^4 + a^2n^2 + a^2}{4n^4}} = \sqrt{\frac{a^2n^4 - 2a^2n^2 + a^2}{n^4}},$$

d'où l'on tire

$$n^4 - 3n^2 = -1.$$

Cette équation résolue donne

$$n = \sqrt{\tfrac{3}{2} \pm \tfrac{1}{2}\sqrt{5}}.$$

Donc, puisque $uy : yx :: n : 1$, nous aurons, d'une part, $uy : yx :: \sqrt{\frac{3}{2} + \frac{1}{2}\sqrt{5}} : 1$, et d'une autre part $uy : yx :: \sqrt{\frac{3}{2} - \frac{1}{2}\sqrt{5}} : 1$. Le premier cas convient à la construction représentée par la figure, et le second au cas où le rapport $uy : yx$ est remplacé par le rapport $gk : gl$ (fig. 16). Ces rapports sont les mêmes, sous une forme plus composée, que ceux de $2 : \sqrt{5} - 1$, et de $2 : \sqrt{5} + 1$, ainsi qu'il est facile de s'en assurer, en formant des uns et des autres deux proportions, dans lesquelles on prendra ensuite les produits des extrêmes et ceux des moyens.

13. On observe aussi parmi les variétés du fer sulfuré un icosaèdre qui résulte de la combinaison du décroissement qui vient de nous occuper avec

celui d'où dépend l'octaèdre régulier. Sa projection est représentée (fig. 19), et son signe est $\underset{e''}{\overset{\frac{1}{2}}{B}}\underset{c'}{\overset{\cdot}{C}}\underset{e}{G^{22}}\underset{d}{\overset{1}{C A}}$. Il ne sera pas inutile d'entrer ici dans quelques détails sur sa structure. On peut concevoir géométriquement ce solide comme étant un dodécaèdre (fig. 15) à plans pentagones, dans lequel les angles solides *c*, *d*, *a*, *t*, etc., du noyau, auraient été interceptés par autant de facettes triangulaires équilatérales *opl*, *mpn*, *rnq*, *lrs*, etc. (fig. 20), de manière que les résidus des douze pentagones seraient des triangles isocèles *mpo*, *emn*, *eqn*, etc.; mais considéré minéralogiquement, il résulte de la réunion des deux lois dont j'ai parlé. Or, il est à remarquer que le noyau, dans ce cas, n'est plus égal à celui qu'aurait le dodécaèdre réputé complet. Il est nécessairement plus petit, et a ses angles solides situés aux centres des triangles équilatéraux. Donc il faut supposer deux époques pour les lois de décroissement, en sorte que celle qui donne l'octaèdre soit censée avoir agi seule jusqu'à un certain terme, au-delà duquel l'autre loi aurait commencé à agir concurremment avec elle. Il s'agit de déterminer ces deux époques.

La première loi, pendant qu'elle était seule en action, a dû produire, à l'endroit de chaque angle solide du noyau cubique, un triangle équilatéral, tel que δελ, qui, par l'intervention de la seconde loi, est devenu le triangle *mnp*. Déterminons la manière dont le petit triangle est engagé dans le grand,

ce qui se réduit à trouver le rapport entre $p\varepsilon$ et εm. La ligne $\delta\varepsilon$ est nécessairement sur un plan parallèle à l'une des faces du noyau de l'icosaèdre, puisqu'elle est le bord d'une des lames de superposition dont le décroissement tendait à produire l'octaèdre. Donc si nous menons $\varepsilon\vartheta$ parallèle à mo, le plan $\delta\varepsilon\vartheta$ se confondra avec celui dont nous venons de parler. Or, il est clair que ce même plan coïncide aussi avec une des faces du noyau relatif au dodécaèdre, ayant pour terme de départ la ligne $\vartheta\varepsilon$ (fig. 20), des deux côtés de laquelle son action s'est étendue, cette ligne fait nécessairement partie d'une des arêtes du noyau cubique dont nous venons de parler. Donc $\varepsilon\vartheta$ sera la même ligne que (fig. 15), ou, ce qui revient au même, elle sera égale à $\delta\gamma$. Donc

$$p\varepsilon \text{ (fig. 20)} = l\gamma \text{ (fig. 15)}, \quad \text{et} \quad \varepsilon m = \gamma r.$$

Or,

$$l\gamma : \gamma r :: lk \text{ (fig. 15 et 16)} : kx :: lg : gz = ky :: 1 : 2 ;$$

donc

$$p\varepsilon \text{ (fig. 20)} = \tfrac{1}{2} (\varepsilon m);$$

donc le triangle $\varepsilon\lambda\delta$ a ses angles situés aux tiers des côtés du triangle pmn. Par une suite nécessaire, les angles $m\varepsilon\delta$, $m\delta\varepsilon$, formés par les côtés du triangle $\varepsilon\lambda\delta$ avec ceux du triangle pmn, sont de 90^d et 30^d. Car $\delta m = p\varepsilon = \frac{1}{2}(em)$; donc puisque l'angle $\delta m\varepsilon$ est de 60^d, on aura

$$m\varepsilon\delta = 30^d, \text{ et } m\delta\varepsilon = 90^d.$$

Il est aisé maintenant de distinguer les deux époques relatives aux décroissemens. Pour y parvenir, menons du point p la ligne $ps\zeta$, qui passe par le centre s du triangle pmn. $p\zeta$ sera parallèle à $\varepsilon\delta$, puisque l'angle $p\zeta m$ est droit comme l'angle $\varepsilon\delta m$.

Donc si l'on mène $p\omega$, qui fasse aussi un angle droit avec ol, le plan $\zeta q\omega$ sera parallèle au plan $\delta\varepsilon\vartheta$; or, celui-ci, à son tour, est parallèle à l'une des faces du noyau de l'icosaèdre. Donc le plan $\zeta p\omega$ coïncidera avec celui de cette même face, puisqu'il passe par l'angle s du noyau. Donc le point p est sur le plan de la face dont il s'agit; donc le point r est sur le plan de la face opposée. Donc puisque pr est perpendiculaire sur l'une et l'autre face, elle sera égale à l'arête du noyau. Donc aussi om est égale à cette arête; donc $\varepsilon\vartheta$ est égale au tiers de cette même arête. Or, il est facile de voir que la lame de superposition, dont le bord passe par les points δ, ε, ϑ, a la figure d'un octogone, ainsi que toutes les lames précédentes. Donc le terme où commence la seconde époque a lieu lorsque le côté de l'octogone parallèle à l'arête du noyau est le tiers de cette arête.

14. Cherchons maintenant si parmi toutes les combinaisons deux à deux des lois de décroissemens, il en existe une qui puisse produire l'icosaèdre régulier autour d'un noyau cubique. Nous avons dit que l'icosaèdre du fer sulfuré pouvait être considéré comme le dodécaèdre de la même substance, dont on aurait retranché les huit angles solides correspon-

dant à ceux du noyau, par des coupes qui auraient remplacé ces angles par autant de triangles équilatéraux, de manière que les résidus des pentagones seraient des triangles isocèles. Si l'on faisait la même opération sur le dodécaèdre régulier de la Géométrie, on aurait encore des triangles isocèles pour restes des pentagones. Mais on peut supposer que les dimensions du dodécaèdre générateur soient telles, que ces mêmes restes deviennent des triangles équilatéraux; et il est évident que, dans ce cas, les sections dont nous avons parlé transformeraient le dodécaèdre en icosaèdre régulier.

Or, il est facile de concevoir que la question se réduit à chercher s'il y a une loi admissible de décroissement pour le cas où l'on aurait

$$nx : px :: \sqrt{3} : 1.$$

Si l'on substitue à la place de nx et de px leurs valeurs algébriques (p. 18), la proportion deviendra

$$\frac{n+1}{n}\sqrt{\frac{a^2n^2+a^2}{4n^2}} : \frac{an^2-a}{2n^2} :: \sqrt{3} : 1;$$

élevant tout au carré et simplifiant,

$$n^2+1 : n^2-2n+1 :: 3 : 1;$$

d'où l'on tire

$$n^2-3n=-1.$$

En résolvant cette équation, on trouve

$$n=\tfrac{3}{2}\pm\tfrac{1}{2}\sqrt{5}.$$

Or, cette valeur n étant incommensurable, il s'ensuit qu'elle ne peut représenter une loi réelle, et ainsi l'icosaèdre régulier n'est pas plus possible en Minéralogie que le dodécaèdre.

15. On concevra ce que signifient les deux valeurs de n, en appliquant ici ce que nous avons dit au sujet des deux rapports entre *uy* et *yx*, dans le dodécaèdre régulier. Si l'on prend les rapports analogues pour le dodécaèdre qui vient de nous occuper, on aura d'une part $\frac{3}{2}+\frac{1}{2}\sqrt{5} : 1$, et d'une autre part

$$\frac{3}{2}-\frac{1}{2}\sqrt{5} : 1.$$

Or, il est remarquable que les termes de ces rapports soient précisément les carrés des termes qui composent les rapports entre les mêmes lignes considérées dans le dodécaèdre régulier (p. 28).

16. Si nous continuons de regarder la figure 16 comme étant relative à un dodécaèdre susceptible d'être transformé en icosaèdre régulier, par le retranchement de ses huit angles solides, l'angle *uxb* sera le supplément de celui qui mesure l'incidence de deux faces de ce dodécaèdre, à l'endroit de leur base commune, et la ligne *ux* étant prise pour rayon, *ub* sera le sinus du même angle. Or, j'ai trouvé que le rapport entre *ux* et *ub* est commensurable, en sorte que $ux : ub :: 3 : 2$.

Dans le triangle *uxy*, $uy : yx :: 3+\sqrt{5} : 2$.

Soit $uy = 3 + \sqrt{5}$, auquel cas $yx = 2$.

$$ux = \sqrt{(uy)^2 + (yx)^2} = \sqrt{18 + 6\sqrt{5}};$$

$$bu = \frac{yx \,.\, ku}{kx} = \frac{yx \,.\, ku}{ux} = \frac{2(6 + 2\sqrt{5})}{\sqrt{18 + 6\sqrt{5}}} = \frac{12 + 4\sqrt{5}}{\sqrt{\frac{3}{2}(12 + 4\sqrt{5})}}$$

$$= \sqrt{\frac{12 + 4\sqrt{5}}{\frac{3}{2}}} = \sqrt{\frac{24 + 8\sqrt{5}}{3}}.$$

Donc

$$ux : bu :: \sqrt{18 + 6\sqrt{5}} : \sqrt{\frac{24 + 8\sqrt{5}}{3}}$$

$$:: \sqrt{9 + 3\sqrt{5}} : \sqrt{\frac{12 + 4\sqrt{5}}{3}}$$

$$:: 3\sqrt{3 + \sqrt{5}} : 2\sqrt{3 + \sqrt{5}} :: 3 : 2.$$

D'après ces données on trouve $bxu = 41^{d}\,48'\,37''$. Or, l'angle *uxk* mesure aussi l'incidence de deux quelconques des faces de l'icosaèdre régulier, à l'endroit de leur commune arête. Donc cette incidence est de $138^{d}\,11'\,23''$.

17. Le dodécaèdre et l'icosaèdre du fer sulfuré sont quelquefois modifiés par des facettes additionnelles, qui dépendent d'une loi particulière de décroissement intermédiaire dont nous allons maintenant nous occuper. Nous supposerons, pour plus grande simplicité, que le cube fasse ici la fonction de rhomboïde, et que le décroissement n'agisse que sur les angles contigus aux sommets. Soit *ux* (fig. 21) la

projection horizontale de ce cube. Telle est la marche de la loi dont il s'agit, que les lames de superposition, au lieu de subir des soustractions égales d'arêtes de molécules sur les deux bords *az*, *ay* adjacens à un même angle *a*, ne décroissent que suivant une seule direction telle que *ef*. De plus, si l'on compare cette direction avec les deux autres Bλ, δε, situées sur les faces *aykx*, *azsx*, on verra qu'elles sont situées alternativement en sens contraire, en sorte qu'à cet égard le décroissement intermédiaire a une certaine analogie avec les décroissemens sur les bords, suivant trois directions perpendiculaires entre elles, qui ont lieu dans la production du dodécaèdre à faces pentagonales.

Si l'on suppose que le décroissement intermédiaire produise complètement son effet, le solide secondaire sera un rhomboïde dont les sommets se confondront avec ceux du générateur, et dans lequel celui-ci sera engagé de biais, en sorte que si *dhp* (fig. 22) représente le triangle formé par les trois diagonales horizontales supérieures du rhomboïde secondaire, *yxz* pourra représenter la section de ce triangle sur le générateur, ou, ce qui revient au même, l'assemblage des trois diagonales horizontales supérieures de ce générateur. Donc si l'on mène *cr* perpendiculaire sur *yz*, et *cm* perpendiculaire sur *dp*, ces lignes seront les demi-perpendiculaires sur l'axe relativement au cube et au rhomboïde.

Pour procéder avec plus de clarté dans l'applica-

tion de la théorie, imaginons d'abord que le décroissement intermédiaire agisse, comme dans les rhomboïdes, des deux côtés de l'angle supérieur. Soit *sag* (fig. 23) la partie supérieure du dodécaèdre secondaire, limitée par le plan horizontal *abfgln*. Si nous considérons le quadrilatère *adsg* (fig. 24) (1) comme étant la coupe principale du noyau cubique, l'arête *sb* (fig. 23) répondra à l'arête *an* (fig. 24). Maintenant, pour repasser du dodécaèdre au rhomboïde qui est l'objet du problème, il faut supposer que les lignes *ab*, *gf* (fig. 23), se prolongent l'une vers l'autre jusqu'à se réunir, et qu'il en soit de même des lignes *fg* et *nl*, et des lignes *ln* et *ba*, ainsi qu'on le voit fig. 22. L'assemblage des six lignes se réduit alors au triangle équilatéral *dhp*, et si l'on conçoit qu'en même temps les triangles *asb* (fig. 23), *gsf*, *lsn*, s'étendent de manière à masquer les triangles intermédiaires, le dodécaèdre se trouvera transformé en rhomboïde. Or, dans ce nouvel assortiment de plans, l'arête *sb* et la perpendiculaire *sm* subsistent toujours, ainsi que les arêtes correspondantes *sg* et *sn*. Nous pouvons donc, à l'aide de ces termes fixes, ramener la théorie du décroissement qui donne le rhomboïde à celle du décroissement d'où résulte le dodécaèdre, en nous servant, à l'égard du premier, des formules que nous avons employées relativement à l'autre.

(1) Cette figure est analogue à la figure 107, t. I, qui se rapporte à l'espèce de décroissement dont il s'agit ici.

Menons la hauteur *sc* (fig. 23) de la pyramide, puis les lignes *cb*, *ca*, *cm*, analogues à celles qui sont marquées des mêmes lettres (fig. 22). Le rapport de *cm* à *cs* sera le même que celui de la perpendiculaire sur l'axe, dans le rhomboïde secondaire, aux deux tiers du même axe, c'est-à-dire qu'en désignant par g', p', les demi-diagonales de ce rhomboïde, on aura $cm : cs :: \sqrt{\frac{4}{3}g'^2} : \frac{2}{3}\sqrt{9p'^2 - 3g'^2}$. Il faut donc chercher les expressions des termes du premier rapport, d'où il sera facile de déduire celui des demi-diagonales.

Supposons pour l'instant que le point *b* (fig. 23) réponde au point *n* (fig. 24). Ayant prolongé $n\omega$ jusqu'à la rencontre du prolongement de $a\lambda$, nous aurons

$$bc \text{ (fig. 23)} : ac :: n\omega \text{ (fig. 24)} : \omega\psi :: \lambda\mu : \omega\psi$$
$$:: a\mu : a\omega :: \omega s : a\omega.$$

Désignant par x le nombre d'arêtes de molécule comprises dans *ao* (fig. 21), par y celui que renferme *af*, et par n le nombre de rangées soustraites, nous aurons

$$bc : ac \text{ (fig. 23)} :: nxy + x - 2y : 2nxy - x - y \text{ (t. I, p. 514)}.$$

Dans la même hypothèse,

$$bc = n\omega \text{ (fig. 24)} = g \cdot \frac{nxy + x + y}{nxy - y}\sqrt{\tfrac{4}{3}},$$

et faisant g ou $p = 1$,

$$bc = \frac{nxy + x + y}{nxy - y}\sqrt{\tfrac{4}{3}}.$$

Mettant cette valeur à la place de bc dans la proportion précédente, on trouve

$$ac = \frac{2nxy - x - y}{nxy + x - 2y} \times \frac{nxy + x + y}{nxy - y} \sqrt{\tfrac{4}{3}}.$$

Mais $co = \frac{1}{2}ac$, parce que l'angle aco est de 6 ɔ[d].

$$bo = bc - co$$

$$= \frac{nxy+x+y}{nxy-y}\sqrt{\tfrac{4}{3}} - \left(\frac{2nxy-x-y}{nxy+x-2y} \times \frac{nxy+x+y}{nxy-y}\right)\sqrt{\tfrac{1}{3}}$$

$$= \sqrt{3} \cdot \frac{x-y}{nxy+x-2y} \cdot \frac{nxy+x+y}{nxy-y};$$

$$ao = co\sqrt{3} = \frac{2nxy-x-y}{nxy+x-2y} \cdot \frac{nxy+x+y}{nxy-y};$$

$$ab = \sqrt{(ao)^2 + (bo)^2}$$

$$= \sqrt{\left(\frac{nxy+x+y}{nxy-y}\right)^2 \cdot \frac{(2nxy-x-y)^2 + 3(x-y)_2}{(nxy+x-2y)^2}};$$

$$cm = \frac{ao \cdot bc}{ab} = \frac{(2nxy - x - y) \times \frac{nxy+x+y}{nxy-y}\sqrt{\tfrac{4}{3}}}{\sqrt{(2nxy-x-y)^2 + 3(x-y)^2}}.$$

Mais, par la supposition,

$$cs = a\omega \text{ (fig. 24)} = \frac{2nxy - x - y}{3nxy - 3y} \cdot a \text{ (t. I, p. 514)},$$

et à cause de $a = \sqrt{9p^2 - 3g^2} = \sqrt{9-3} = \sqrt{6}$,

$$cs = \frac{2nxy - x - y}{3nxy - 3y}.$$

Comparant les expressions de cm et de cs, on aura

$$cm : cs :: \frac{(nxy+x+y)\sqrt{\tfrac{4}{3}}}{\sqrt{(2nxy-x-y)^2 + 3(x-y)^2}} : \tfrac{1}{3}\sqrt{6}.$$

Or, le second terme étant le tiers de l'axe commun au générateur et au rhomboïde secondaire, il en résulte que le premier terme qui représente *cm* est égal à $\sqrt{\frac{1}{3}g'^2}$; d'où l'on conclura que

$$g' = \frac{2(nxy+x+y)}{\sqrt{(2nxy-x-y)^2+3(x-y)^2}};$$

donc

$$g'^2 = \frac{4(nxy+x+y)^2}{(2nxy-x-y)^2+3(x-y)^2}.$$

Mais $9p'^2-3g'^2=a^2=6$, ou $p'^2=\frac{1}{3}g'^2+\frac{2}{3}$. Et mettant à la place de g'^2 sa valeur,

$$p'^2 = \frac{4(nxy+x+y)^2}{3(2nxy-x-y)^2+9(x-y)^2}+\frac{2}{3}.$$

Donc

$$g' : p' :: \sqrt{\frac{6(nxy+x+y)^2}{(2nxy-x-y)^2+3(x-y)^2}}$$
$$: \sqrt{\frac{2(nxy+x+y)^2}{(2nxy-x-y)^2+3(x-y)^2}+1}.$$

18. Les deux triangles *afl*, *dhp* (fig. 22), dont le premier est inscrit dans le second, de manière que ses côtés sont parallèles à ceux des triangles *yzx*, sont susceptibles de prendre l'un à l'égard de l'autre une infinité de positions différentes, ou, ce qui revient au même, l'angle *abo* peut varier à l'infini, suivant les diverses valeurs de x, y et n. Or, il y a une position sous laquelle cet angle étant de 60^d, les angles du triangle *afl* sont situés aux tiers des côtés du triangle *dhp*, et il existe de même une

infinité de rapports entre x, y et n, qui satisfont à la condition qu'il ait cette mesure. Il est facile de trouver une formule générale qui embrasse tous ces rapports. Car, dans le cas dont il s'agit, on a

$$ao : bo :: \sqrt{3} : 1,$$

ou

$$2nxy - x - y : (x-y)\sqrt{3} :: \sqrt{3} : 1.$$

Donc

$$2nxy - x - y = 3x - 3y;$$

ce qui donne

$$n = \frac{2x - y}{xy}.$$

Nous verrons plus bas l'utilité de cette formule.

19. Cherchons encore l'expression générale de rt, c'est-à-dire de la ligne rz prolongée jusqu'à la rencontre de hp.

Nous avons $cm = \sqrt{\tfrac{1}{3}g'^2}$, et à cause des triangles semblables cmb, bpr,

$$cm \text{ ou } \sqrt{\tfrac{1}{3}g'^2} : bc :: ao : ab :: ao : \sqrt{(ao)^2 + (bo)^2}$$
$$:: 2nxy - x - y : \sqrt{(2nxy - x - y)^2 + 3(x-y)^2};$$

d'où l'on tire, en mettant à la place de $\sqrt{\tfrac{1}{3}g'^2}$ sa valeur $\sqrt{\dfrac{4(nxy + x + y)^2}{3[(2nxy - x - y)^2 + 3(x-y)^2]}}$,

$$bc = 2\left(\frac{nxy + x + y}{2nxy - x + y}\right)\sqrt{\tfrac{1}{3}}.$$

Mais

$$cr = \sqrt{\tfrac{1}{3}g^2} = \sqrt{\tfrac{1}{3}};$$

donc

$$br \text{ ou } bc - cr = \frac{3x+3y}{2nxy-x-y}\sqrt{\tfrac{1}{3}}.$$

Mais

$$bo : ao :: br : rt,$$

où

$$(x-y)\sqrt{3} : 2nxy-x-y :: \frac{3x+3y}{2nxy-x-y}\sqrt{\tfrac{1}{3}} : rt = \frac{x+y}{x-y}.$$

Ce résultat fait connaître que la ligne *rt* est une constante, pour un même rapport entre *x* et *y*, indépendamment de toute valeur de *n*.

20. Il ne sera pas inutile d'entrer ici dans quelques détails sur les diverses positions que prennent les faces secondaires à l'égard de celles du générateur, et sur les variations qui en résultent dans l'assortiment des deux triangles *afl*, *dhp*, à mesure que le rapport entre *x* et *y* restant le même, la quantité *n* augmente ou diminue. Soit *ux* (fig. 25) la même projection du générateur que figure 21, et soit *ef* (fig. 25) la même ligne de départ relative au décroissement qui agit sur l'angle *a*. Soit de plus *an* la ligne qui donne la valeur de *n*, auquel cas le triangle *efn* sera parallèle à celle des faces secondaires qui est tournée vers la face *azuy* du générateur. Concevons que la position du triangle *efn* soit celle qui se rapporte à l'assortiment des deux triangles que représente la figure 22. Soit enfin *ux* (fig. 26) une autre projection du générateur, et *ef* la ligne de départ déjà indiquée. Si par le point *a* nous menons *at*

parallèle à *ef*, jusqu'à la rencontre du prolongement de la diagonale *yz*, il est évident que la face produite en vertu du décroissement passera par *at*, d'où il suit que le point *t* est le même que figure 22. Concevons que la face dont il s'agit passe en même temps par *tb* (fig. 26), qui, d'après ce qui a été dit, sera la même ligne que figure 22. Imaginons maintenant que la valeur de *n* diminue et représente successivement des décroissemens dont la mesure augmente dans le sens de la hauteur, en sorte, par exemple, que dans un premier instant le triangle *efn* prenne la position *efn'*. La face produite continuera de passer par *at* (fig. 26), mais la ligne *tb* suivra une direction telle que *tb'*, qui s'écartera du point *r*, en restant sur le prolongement du plan mené par *yzx* (fig. 26 et 22); et si l'on suppose que *n* continue de diminuer, la ligne *tb'* passera à d'autres positions encore plus éloignées de *r*, telles que *tb''*, en sorte que la face produite coïncidera, dans ce dernier cas, avec les lignes *at* et *tb''*. Il suit de là que le point *t* est commun à toutes les faces secondaires qui correspondent aux différentes valeurs de *n*, et c'est pour cela que la ligne *rt* est une constante, ainsi que nous l'avons démontré par le calcul.

Maintenant, supposons que pendant les variations de *n* le triangle *efn* (fig. 25) soit parvenu à la position *efn''*, qui soit telle que l'on ait $an'' = af$. Dans ce cas, la face produite cessera de regarder la face *azuy* du générateur, mais elle sera tournée vers l'arête *az*;

en même temps le côté *dp* du triangle *pdh* (fig. 22) se sera mu autour du point *t*, de manière à prendre une direction perpendiculaire sur la ligne *ca*; et il est facile de concevoir qu'alors le décroissement pourra être assimilé à un décroissement ordinaire qui agirait par renversement sur l'angle *yax*, du genre de ceux dont nous avons parlé (t. I, p. 316).

Au-delà du même terme, *n* continuant toujours de diminuer, le triangle *efn* prendra de nouvelles positions telles que efn''', et lorsqu'il sera arrivé à la position efn'''', en sorte que l'on aura $an''''=ae$, le côté *dp* sera devenu parallèle à *xz*, comme on le voit (fig. 27), et alors le rhomboïde pourra être conçu comme le résultat d'un décroissement direct ordinaire sur l'angle *a* (fig. 25) du générateur. Il en résulte que si, dans le rapport de g' à p' (p. 39), on fait $x=2$, $y=1$, $n=\frac{1}{2}$, on trouvera $g':p'::\sqrt{8}:\sqrt{3}$, ce qui est le même rapport auquel on parvient par les formules relatives aux décroissemens ordinaires. (*Voyez* p. 8.)

Reprenons l'hypothèse dans laquelle l'effet du décroissement est représenté par la figure 22, et supposons que la valeur de *n*, en partant du terme qui répond à cette hypothèse, aille au contraire en augmentant. Les faces du rhomboïde approcheront toujours davantage de coïncider avec celles du générateur, et en même temps l'angle *pbr* qui croissait tandis que *n* diminuait, deviendra toujours plus petit. Au-delà d'un certain terme, la ligne *rt* sortira

du triangle *dph*, comme on le voit fig. 28, et coupera le prolongement de *dp*, de manière à conserver constamment la même valeur.

21. J'ai supposé, pour plus grande simplicité, que les décroissemens intermédiaires n'agissaient que sur deux angles solides opposés du cube qui fait la fonction de générateur. Mais dans la réalité, ils ont lieu également sur tous les angles solides, à cause de la symétrie de la forme à laquelle ils se rapportent, et c'est ainsi que nous les considérerons dans les applications suivantes. Parmi les variétés qui offrent des exemples de ces décroissemens, je choisirai d'abord celle que je nomme *fer sulfuré quadriépointé*, et qui est représentée figure 29. Son signe rapporté au noyau (fig. 17, pl. 32) est

$$\underset{M}{M}\,\underset{P}{P}\,\underset{f''}{(A^{\frac{3}{2}}B^{2}G^{1})}\,\underset{f'}{(\overset{\frac{3}{2}}{A}B^{1}C^{2})}\,\underset{f}{(A^{\frac{3}{2}}G^{2}C^{1})}\,\underset{d}{\overset{1}{A}}.$$

Ainsi, dans le cas présent, on a $x=2$, $y=1$, $n=\frac{3}{2}$. Incidence de M sur f, de M′ sur f'', et de P sur f', $143^d\,18'\,2''$; de M sur f' de M′ sur f, et de P sur f'', $105^d\,30'\,4''$; de M sur f'', de M′ sur f', de P sur f, de d sur f, f' ou f'', $157^d\,47'\,33''$ (1).

22. Si l'on suppose que les facettes d deviennent nulles, et que les facettes f, f', f'', etc., se prolongent jusqu'à se toucher par leurs angles γ, ε, ou jusqu'à

---

(1) Je donnerai dans un instant la manière de trouver ces angles par le calcul.

ce que les faces P, M, M′, se trouvent converties en quadrilatères, on aura une autre variété, qui est très rare (fig. 30), et que je nomme *fer sulfuré triacontaèdre.* Les faces P sont des rhombes, et les faces f, f', etc., des trapézoïdes irréguliers. Le signe rapporté au générateur (fig. 32) est semblable à celui de la variété précédente, en supprimant $\overset{1}{\underset{d}{A}}$. Il est de même inutile de répéter ici l'indication des angles que forment entre elles les différentes faces. Mais je vais exposer la méthode du calcul qui conduit à la détermination de ces angles, ainsi qu'à celle des angles plans.

Pour avoir l'incidence de f sur f' ou sur f'', servons-nous de la figure 31, qui est la même que la 30ᵉ, et traçons les diagonales $m'm$, mm'' et $m'm''$, des trois trapézoïdes dont il s'agit, c'est-à-dire de ceux qui sont situés autour de l'angle solide e. Le triangle $mm'm''$ sera équilatéral, puisque les points m, m', m'', considérés relativement au générateur (fig. 32), sont placés tous les trois d'après les mêmes conditions. Donc le solide intercepté par le triangle $mm'm''$ (fig. 31) peut être envisagé comme la partie supérieure d'un rhomboïde, que l'on aurait divisé suivant un plan mené par les trois diagonales horizontales situées du même côté. Faisant donc $x=2$, $y=1$, et $n=\frac{3}{2}$, dans le rapport entre les demi-diagonales g', p' de ce rhomboïde, on trouve

$$g' : p' :: \sqrt{18} : \sqrt{7}, \text{ et } 2p'^2 : g'^2 - p'^2 :: 14 : 11,$$

ce qui donne pour l'incidence de deux quelconques des trois faces situées autour de l'angle *z* (fig. 30), $141^{d}\,47'\,12''$.

Si l'on suppose une perpendiculaire menée du milieu d'un des trois côtés $m'm$, mm'', ou $m'm''$ (fig. 31), sur l'axe de la pyramide $mcm'm''$, il est facile de voir que l'angle formé par ces deux lignes mesurera l'incidence de l'un quelconque des triangles mcm', mcm'', $m'cm''$, sur la base $mm'm''$, et que le supplément de cette incidence donne celle de *d* sur f, f' ou f'' (fig. 29). Or, la perpendiculaire dont il s'agit est à l'axe

$$:: \sqrt{\tfrac{1}{3}g'^2} : \tfrac{1}{3}\sqrt{9p'^2-3g'^2} :: g' : \sqrt{3p'^2-g'^2}$$
$$:: \sqrt{18} : \sqrt{3} :: \sqrt{6} : 1,$$

d'où l'on déduit $157^{d}\,47'\,33''$ pour l'incidence proposée.

23. Cherchons maintenant celle de la face *f* (fig. 30), prise à la droite de *x*, sur les faces P, M, M'. Soit *bp* le cube auquel appartiennent ces trois faces. Menons les lignes *hy*, *fy*, *fh*, de manière que *cy*, *ch*, *cf*, soient entre elles comme *x*, *y* et $\frac{1}{n}$, ou comme les nombres 2, 1 et $\frac{2}{3}$. Menons de plus les lignes *ce*, *cg*, *co*, perpendiculaires l'une sur *hy*, l'autre sur *fy*, et la troisième sur *fh*, et enfin les lignes *ef*, *gh* et *oy*.

Il est facile de voir que *cfe* sera semblable au triangle mensurateur qui donne l'incidence de f'

sur P (fig. 30), que *gch* (fig. 33) sera semblable à celui qui donne celle de la même face sur M (fig. 30), et que *ocy* (fig. 33) sera semblable à celui qui donne celle de la même face sur M′ (fig. 33); d'où il suit que l'incidence de *f′* sur P (fig. 30) sera le supplément de l'angle *cef* (fig. 33), celle de *f′* sur M le supplément de l'angle *cgh*, et celle de *f′* sur M′ le supplément de l'angle *coy*, ou, ce qui revient au même, la première incidence sera égale à l'angle $cfe + 90^d$, la seconde à l'angle $chg + 90^d$, et la troisième à l'angle $cyo + 90^d$.

Or,

$$cf : ce :: cf : \frac{cg.ch}{gh} :: cf : \frac{cg\,.\,ch}{\sqrt{(cg)^2+(ch)^2}} :: \frac{1}{n} : \frac{x\,.\,y}{\sqrt{x^2+y^2}}$$

$$:: \frac{1}{3} : \frac{2}{\sqrt{5}} :: \sqrt{5} : 3.$$

Il n'est peut-être pas inutile de remarquer que ce rapport est le même que celui qui existe entre les deux demi-diagonales p' et g' du rhomboïde auquel appartiennent les faces qui, dans le dodécaèdre pentagonal (fig. 15, pl. 32), se réunissent trois à trois autour de chaque angle solide du générateur, ainsi qu'on s'en assurera en mettant le nombre 2 à la place de n, dans les expressions $n^4 - n^3 + 2n^2 - n + 1$ et $n^4 + n^3 + n + 1$ de ces demi-diagonales (p. 16). Il en résulte que l'angle *ndp*, par exemple, étant de 106ᵈ 36′ 5″ (p. 22), l'angle *cfe* (fig. 33), égal à sa moitié sera de 53ᵈ 18′ 2″, et par conséquent l'incidence de *f′* sur P (fig. 29) sera de 143ᵈ 18′ 2″.

D'une autre part,

$$ch : cg \text{ (fig. 33)} :: ch : \frac{cy \cdot cf}{\sqrt{(cy)^2 + (cf)^2}} :: 1 : \frac{2 \cdot \frac{2}{3}}{\sqrt{4 + \frac{4}{9}}} :: \sqrt{5} : \sqrt{2},$$

ce qui donne pour l'angle *chg* 32^d 18′ 20″; donc l'incidence de f' sur M = 122^d 18′ 20″ (fig. 29).

Enfin,

$$cy : co \text{ (fig. 31)} :: cz : \frac{ch \cdot cf}{\sqrt{ch^2 + cf^2}} :: 2 : \frac{\frac{2}{3}}{\sqrt{1 + \frac{4}{9}}} :: \sqrt{13} : 1 ;$$

d'où l'on conclura que l'angle *cyo* est de 15^d 30′ 4″, et l'incidence de f' sur M égale à 105^d 30′ 4″.

24. Cherchons encore l'incidence de f' sur f' à l'endroit de l'arête *x* (fig. 28). Soit PMM′ (fig. 35) la même projection, auquel cas *bath*, *bceh* répondront aux deux faces f', f' (fig. 30). Menons le plan *tne* (fig. 35) parallèle à P, qui est censée être située horizontalement. Soit *tne* (fig. 36) ce même plan, et *bath*, *bceh* les trapézoïdes déjà représentés (fig. 35). Menons *te* (fig. 36), et du milieu *x* de cette ligne élevons la perpendiculaire *xr* jusqu'à la rencontre de *bh*. Menons ensuite *nx*, puis *xz*, perpendiculaire sur *bh*, et joignons les points *t*, *z*, par une courbe droite. L'angle *tzx* sera la moitié de l'incidence proposée.

Or, il est aisé de voir que

$$nx : rx :: ch : cf \text{ (fig. 33)} :: 1 : \tfrac{2}{3}.$$

D'une autre part,

$$nx : tx \text{ (fig. 36)} :: ch : cy \text{ (fig. 33)} :: 1 : 2.$$

Soit $nx = 1$ (fig. 36); nous aurons $yx = \frac{2}{3}$ et $tx = 2$.

Maintenant

$$rn = \sqrt{(nx)^2 + (rx)^2} = \sqrt{1 + \tfrac{4}{9}} = \sqrt{\tfrac{13}{9}},$$

$$xz = \frac{nx \cdot rx}{rn} = \sqrt{\tfrac{4}{13}}.$$

Donc

$$tx : xz :: \sqrt{13} : 1,$$

ce qui donne pour l'angle *tzx* 74^d 29′ 55″; donc l'incidence de f' sur f' à l'endroit de *x* (fig. 30) est de 148^d 59′ 50″.

25. Avant de passer aux angles plans des trapézoïdes *f*, f', etc., proposons-nous de trouver un rapport qui nous sera utile pour la détermination de ces angles, savoir, celui qui a lieu entre les dimensions du générateur, et celles du cube qui résulterait du prolongement des rhombes P, M, M′, jusqu'à ce que toutes les autres faces eussent disparu.

Soit *bγ* (fig. 31) ce dernier cube, et *omlg*, *hknr*, *τυξρ*, les trois rhombes qui répondent à P, M, M′ (fig. 30). Ayant mené par les milieux des côtés *bd*, *ac*, *cd*, *εγ*, etc., les lignes *ps*, *ϑμ*, *ϑζ*, et ensuite la ligne *hg*, cherchons le rapport entre la demi-diagonale *il* de chaque rhombe, et la moitié *is* du côté du cube. Soit $is = a$, et $il = u$. Le triangle *lgi* étant semblable au triangle *yhc* (fig. 33), nous aurons (fig. 31) $gi = \tfrac{1}{2} il = \tfrac{1}{2} u$, puisque *ch* (fig. 31) $= \tfrac{1}{2} cy$. De plus, si nous menons par le côté *gl* du rhombe *oglm* un plan *xutq*, qui aille toucher le sommet *h* du rhombe *hknr*, ce plan répondra à la face *bceh*

(fig. 35), et le triangle $h\vartheta g$ (fig. 31) dont le côté hg coïncide avec le plan $xutq$, et dont les côtés $h\vartheta$, $g\vartheta$, sont perpendiculaires sur cd, sera semblable au triangle fch (fig. 33). Donc puisque $fc : ch :: \frac{2}{3} : 1 :: 2 : 3$, on aura aussi $h\vartheta$ (fig. 31) : $\vartheta g :: 2 : 3$; donc

$$\gamma\vartheta - \gamma h : \vartheta i - gi :: 2 : 3,$$

ou

$$a - u : a - \tfrac{1}{2} :: 2 : 3,$$

d'où l'on tire $u = \frac{1}{4} a$. Donc $il = \frac{1}{2} iu = lu$. D'après ce résultat, il serait facile de construire le triacontaèdre avec un cube donné, en traçant d'abord sur ses différentes faces les rhombes $omlg$, $hknr$, etc., puis en faisant passer par les quatre côtés de chacun d'eux des plans tangens aux angles aigus des rhombes tracés sur les faces adjacentes.

Pour continuer la solution du problème, menons par le point d la ligne du parallèle à xs, puis la diagonale bc, ensuite la ligne cl perpendiculaire sur xs, et enfin la ligne tl. Pour plus grande simplicité, désignons par l'unité la demi-diagonale bi. Nous aurons

$$ab = \sqrt{2},\ iu = \tfrac{1}{2} pu = \sqrt{\tfrac{1}{2}},\ ul = \tfrac{1}{2} iu \sqrt{\tfrac{1}{8}} = il,$$
$$gi = \sqrt{32}.$$

Maintenant, les triangles ilg, slu, sont égaux et semblables; donc $us = gi = \sqrt{\frac{1}{32}}$. Mais du étant parallèle à la direction du décroissement qui a lieu vers l'angle c, on a

$$cu = \tfrac{1}{2} dc = \sqrt{\tfrac{1}{2}} = \sqrt{\tfrac{16}{32}};$$

donc

$$cu : us :: 4 : 1, \text{ et } cu : cs :: 4 : 5;$$

donc aussi $cy : d :: 4 : 5$. Mais cy étant une perpendiculaire menée du sommet du triangle rectangle dcu sur l'hypoténuse, on a

$$cy = \frac{cd.cu}{du} = \frac{\sqrt{2} \times \sqrt{\frac{1}{2}}}{\sqrt{2 + \frac{1}{2}}} = \sqrt{\tfrac{2}{5}}.$$

Donc la proportion $cy : cl :: 4 : 5$ devient $\sqrt{\frac{2}{5}} : cl :: 4 : 5$; donc $cl = \sqrt{\frac{5}{8}}$.

Le triangle clt est semblable au triangle cef (fig. 33); donc

$$cl : ct \text{ (fig. 31)} :: ce : cf \text{ (fig. 33)} :: 3 : \sqrt{5} \text{ (p. 47)};$$

donc

$$\sqrt{\tfrac{5}{8}} : ct :: 3 : \sqrt{5}; \text{ donc } ct = \sqrt{\tfrac{25}{72}}.$$

D'une autre part

$$xd = us = \sqrt{\tfrac{1}{32}},\ bd = \sqrt{2} = \sqrt{\tfrac{64}{32}};$$

donc

$$bx \text{ ou } bd - dx = (8 - 1)\sqrt{\tfrac{25}{32}} = 7\sqrt{\tfrac{1}{32}}.$$

Mais

$$cs = \tfrac{5}{4}\, cu = \tfrac{5}{4}\sqrt{\tfrac{1}{2}} = 5\sqrt{\tfrac{1}{32}};$$

donc

$$cs : bx :: 5 : 7.$$

Or, les triangles semblables $c\pi s$, $x\pi b$, donnent

$$cs : bx :: c\pi : b\pi;$$

donc

$$c\pi : b\pi :: 5 : 7;$$

donc

$$c\pi = \tfrac{5}{12}\, bc = \tfrac{5}{12} \cdot 2 = \tfrac{5}{6} \times 1 \text{, et } ct \text{ ou } \sqrt{\tfrac{25}{72}} = \tfrac{5}{6}\sqrt{\tfrac{1}{2}}.$$

Et parce que $ci = 1$ et $c\mu = \sqrt{\tfrac{1}{2}}$, on aura

$$c\pi = \tfrac{5}{6}\, ci \quad \text{et} \quad ct = \tfrac{5}{6}\, c\mu \text{ (1).}$$

Soit maintenant γcbv (fig. 34) la coupe principale du cube, indiquée par les mêmes lettres (fig. 31). Soient aussi π, i, t, μ (fig. 34) les mêmes points que figure 31. Menons $b\gamma$ (fig. 34) qui passera par le milieu de l'axe cv, et ensuite πt. Les parties $c\mu$, ci, des lignes $c\gamma$, cb, étant les moitiés de ces lignes, avec lesquelles elles sont dans le même rapport, il est évident que πt est parallèle à $b\gamma$. Donc

$$c\omega : c\psi :: c\pi : bc.$$

Mais

$$c\pi = \tfrac{5}{6}\, ci = \tfrac{5}{12}\, bc;$$

---

(1) J'ai supposé que la ligne cl, perpendiculaire sur xs, touchait le rhombe $omlg$; c'est ce qu'il est facile de vérifier. Car soit k le point où cette perpendiculaire rencontre xs, auquel cas elle sera désignée par ck. Nous aurons $ck = \sqrt{\tfrac{5}{8}}$, puisque c'est l'expression trouvée plus haut pour cl.

$$ks = \sqrt{(cs)^2 - (ck)^2} = \sqrt{\tfrac{25}{32} - \tfrac{20}{32}} = \sqrt{\tfrac{5}{32}},$$
$$gl = \sqrt{(gi)^2 + (il)^2} = \sqrt{\tfrac{1}{32} + \tfrac{1}{8}} = \sqrt{\tfrac{5}{32}}.$$

Donc gl ou $ls = ks$; donc les points k et l se confondent.

donc

$$c\omega = \frac{5}{12} c\psi.$$

Or, ω étant le point de l'axe par lequel passe le plan *xstq* (fig. 31), c'est-à-dire le point qui répond à *e* (fig. 35), il en résulte que la ligne $\psi\omega$ (fig. 34) est la moitié de l'axe du générateur; donc elle est à la moitié $c\psi$ de l'axe du cube P, M, M′ (fig. 35)

$$:: \frac{7}{12} : \frac{12}{12} :: 7 : 12.$$

Donc les dimensions du générateur sont à celles de l'autre cube :: 7 : 12. Il suit de là que la grande diagonale *ac* du rhombe *abcd*, qui est égale à la moitié du côté du cube P, M, M′, est à la distance entre les points *e*, *t*, laquelle mesure le côté du générateur, dans le rapport de 6 à 7.

26. Maintenant, pour déterminer les angles plans de l'un quelconque *abht* (fig. 35) des trapézoïdes du solide secondaire, reprenons la figure 36, et prolongeons d'abord les lignes *nt*, *ne*, jusqu'à la rencontre d'un plan vertical *ksl* qui passe par les points *a*, *c*. Ayant déjà *te*, *nx*, *xz*, *xr* et *tz*, menons *ac*, *kl*, ensuite *su* perpendiculaire sur *kl*, *xu* située sur le prolongement de *nx*, *hy* parallèle à *su*, et *mb* prolongée jusqu'à la rencontre de *hy*, puis la diagonale *ah* et *ti* perpendiculaire sur celle-ci.

1°. Pour l'angle *ath*. Si l'on suppose un plan coupant qui passe par les trois lignes *ah*, *qh*, *aq* (fig. 35), on pourra considérer la pyramide *aqht* comme la partie supérieure d'un rhomboïde, détachée par un

plan qui coïnciderait avec les diagonales horizontales situées sur cette même partie. Désignant donc *ai* (fig. 36) par g', et *ti* par p', nous aurons (p. 45)

$g'=\sqrt{18}$, $p'=\sqrt{7}$, et $g'^2+p'^2 : g'^2-p'^2 :: 25 : 11$.

Or, ce rapport étant celui du rayon au cosinus du petit angle du rhombe dont le triangle *ath* représente la moitié supérieure, on en conclura que l'angle $hta=116^d\,6'\,14''$.

2°. Pour l'angle *abh*. Le plan *tne* étant parallèle au plan *abc*, l'angle *abh* sera le supplément de l'angle *tnb*. Cherchons ce dernier angle. Soit *tne* (fig. 37) le même plan que figure 36, et *nx*, *xr* les mêmes lignes. Menons *tr*, *er*, ensuite $r\sigma$ perpendiculaire sur *tn*, puis $x\sigma$. Désignant *tx* par 2 et *nx* par 1, comme ci-dessus (p. 48), nous aurons de même $xr=\frac{2}{3}$, et $rn=\sqrt{\frac{13}{9}}$. Or,

$$x\sigma=\frac{tx.xn}{tn};\ tn=\sqrt{(tx)^2+(nx)^2}=\sqrt{4+1}=\sqrt{5}.$$

Donc

$$x\sigma=\sqrt{\tfrac{4}{5}}.$$

De plus,

$$r\sigma=\sqrt{(xr)^2+(x\sigma)^2}=\sqrt{\tfrac{4}{9}+\tfrac{4}{5}}=\sqrt{\tfrac{56}{45}};$$

donc

$$rn : r\sigma :: \sqrt{65} : \sqrt{56},$$

ce qui donne

$$rn\sigma \text{ ou } tnb \text{ (fig. 36)}=68^d\,9'\,16'';$$

donc

$$abh=111^d\,50'\,44''.$$

3°. Pour l'angle *thb*. La détermination de cet angle était celle qui souffrait le plus de difficulté. Nous la ferons dépendre du rapport entre *th* et *tz* perpendiculaire sur *hs*. Nous avons déjà eu (p. 49)

$$tx : xz :: \sqrt{13} : 1.$$

Désignons maintenant par l'unité la demi-diagonale de chacune des faces du générateur. Dans cette hypothèse, *te* étant le côté des mêmes faces, nous aurons

$$te = \sqrt{2}, \quad tx = \tfrac{1}{2}\, te = \sqrt{\tfrac{1}{2}};$$

donc

$$\sqrt{\tfrac{1}{2}} : xz :: \sqrt{13} : 1;$$

donc

$$xz = \sqrt{\tfrac{1}{26}};$$

donc

$$tz \text{ ou } \sqrt{(tx)^2 + (xz)^2} = \sqrt{\tfrac{7}{13}}.$$

Reste à trouver l'expression de *th*. Nous avons

$$ac : te :: 6 : 7 \text{ (p. 53)}.$$

Mais

$$te = \sqrt{2}; \text{ donc } ac = \tfrac{6}{7}\sqrt{2}; \text{ donc } am = \tfrac{3}{7}\sqrt{2}.$$

D'une autre part,

$hm = \sqrt{(my)^2 + (hy)^2}$,
$my = \vartheta i$ (fig. 31) $= \frac{1}{2} cd = \frac{1}{2} ps = ol = ac$ (fig. 36),
$= \frac{6}{7}\sqrt{2}$,
$hy = h\vartheta$ (fig. 31) $= po = io = \frac{1}{2} ol = \frac{1}{2} ac$ (fig. 36)
$= \frac{3}{7}\sqrt{2}$;

donc

$$hm = \sqrt{\tfrac{36}{49}\cdot 2 + \tfrac{9}{49}\cdot 2} = \sqrt{\tfrac{45}{49}\cdot 2}\,,$$

$$ah = \sqrt{(hm)^2 + (am)^2} = \sqrt{\tfrac{45}{49}\cdot 2 + \tfrac{9}{49}\cdot 2} = \sqrt{\tfrac{54}{49}\cdot 2}\,,$$

$$hi = \tfrac{1}{2}\,ah = \sqrt{\tfrac{27}{49}}.$$

Mais

$$hi : ht :: g' : \sqrt{g'^2 + p'^2} :: \sqrt{18} : \sqrt{18+7} :: \sqrt{18} : \sqrt{25}$$

(*voyez* p. 54), ou

$$\sqrt{\tfrac{27}{49}} : ht :: \sqrt{18} : \sqrt{25};$$

donc

$$ht = \sqrt{\tfrac{75}{98}};$$

donc

$$ht : tz :: \sqrt{\tfrac{75}{98}} : \sqrt{\tfrac{7}{13}} :: \sqrt{975} : \sqrt{686},$$

ce qui donne $thb = 57^d\,0'\,50''$.

Nous aurons donc, en résumant,

$$ath = 116^d\,6'\,14''; \; abh = 111^d\,50'\,44''; \; thb = 57^d\,0'\,50''.$$

La différence entre la somme de ces trois angles et 360^d, donnera $75^d\,2'\,12''$, pour la mesure du quatrième angle *tab*. J'ai cru devoir donner à la théorie du triacontaèdre de la nature, tout le développement nécessaire pour montrer jusqu'à quel point la forme de ce solide s'écarte de la symétrie à laquelle il semble qu'on aurait dû s'attendre, en considérant qu'elle est le résultat d'un ensemble de décroissemens uniformes, dont les effets se combinent avec les faces d'un noyau qui est lui-même remarquable par la régularité de sa forme.

27. La Géométrie a aussi son triacontaèdre, dont il m'a paru intéressant de faire le rapprochement avec celui de la Minéralogie. Sa forme, dont on voit la projection (fig. 38), est symétrique, en ce que toutes ses faces sont des rhombes égaux et semblables. Parmi ses divers angles solides, au nombre de trente-deux, vingt, tels que *a*, sont formés par trois plans, et les douze autres, tels que *s*, sont composés de cinq plans.

L'idée de ce solide, dont il ne paraît pas que les géomètres se soient beaucoup occupés, s'était présentée à Romé de l'Isle, à l'occasion du triacontaèdre du fer sulfuré, qu'il regardait comme ayant la même régularité; et il pensait que pour le construire il fallait faire dans le dodécaèdre régulier des coupes qui, en passant par toutes les arêtes et en même temps par le centre, détacheraient douze pyramides pentagonales; puis placer ces mêmes pyramides sur les faces d'un second dodécaèdre semblable au premier (1). Mais les géomètres qui en feront le calcul verront que, dans cette hypothèse, les pyramides seraient trop alongées pour que les faces de chacune se trouvassent de niveau avec celles des pyramides adjacentes, en sorte que les soixante triangles se réduisissent à trente rhombes. Tous ces triangles formeraient, au contraire, des angles rentrans.

---

(1) Cristallographie, t. III, p. 234, note 105.

Il est cependant possible de construire le triacontaèdre symétrique au moyen du dodécaèdre régulier. Mais, pour y parvenir, il faut tronquer celui-ci sur toutes ses arêtes, par des plans également inclinés sur les deux pentagones qu'ils entament, de manière qu'il ne reste plus rien de la surface du dodécaèdre. Car chaque arête de ce solide étant commune à deux pentagones adjacens, il est visible que les soixante bords qui termineraient les douze pentagones considérés séparément, se réduisent à trente arêtes, lorsqu'ils sont tous réunis; et comme les points qui se correspondent sur toutes ces arêtes sont à des distances égales du centre, le solide qui résulte de leur retranchement doit avoir toutes ses faces semblables et disposées régulièrement autour du même centre.

On peut aussi faire dériver le triacontaèdre de l'icosaèdre régulier, en tronquant celui-ci sur toutes ses arêtes, d'après les mêmes conditions. Nous donnerons dans la suite une autre construction du même polyèdre, à l'aide d'un cube pris pour générateur.

28. La recherche des angles du triacontaèdre symétrique, dont nous allons maintenant nous occuper, servira à développer plusieurs propriétés intéressantes de ce solide. Mais avant de l'entreprendre, rappelons-nous un rapport qui a été déterminé plus haut (p. 25), et qui consiste en ce que dans un pentagone régulier *abpbi* (fig. 39) le rayon *ci* est à

la médiane *cd* de ce même rayon divisé en moyenne et extrême raison, comme $2 : \sqrt{5} - 1$.

Cela posé, ayant mené la diagonale *ap*, la ligne *b'n* qui passe par le centre, le côté *in* du décagone régulier inscrit dans le même cercle, et enfin *cf* perpendiculaire sur *in*, cherchons d'abord les angles de chacun des rhombes du triacontaèdre. Concevons un plan coupant *ab'pbi* (fig. 38), qui intercepte la pyramide pentagonale dont le sommet est en *s*. Soit *b'sb* (fig. 40) cette même pyramide. Menons la hauteur *sc*, les deux rayons *ci*, *cb*, puis *sr* perpendiculaire sur *bi*, et enfin *cr*.

Le triangle *isb* est évidemment la moitié d'un des rhombes du triacontaèdre. Or, l'inclinaison de chaque plan sur les deux faces dont on vient de parler, par exemple, celle du plan tangent à l'arête *pr* (fig. 15), sur les deux pentagones *pdnar*, *pcltr*, serait égale à l'angle *ykx*, dont le complément *kxy* mesure la moitié de l'incidence de ces pentagones l'un sur l'autre. Donc si nous considérons *aibpb'* (fig. 40) comme un des pentagones du dodécaèdre qui, dans le cas dont nous venons de parler, serait inscrit au triacontaèdre, l'angle *crs* sera égal à l'angle *ykx* (fig. 15); et par conséquent le rapport entre *cr* et *cs* est censé connu. Donc ayant la valeur de *cr*, on trouverait aisément celle de *cs*, et par suite celle de *rs*. Le problème se réduit donc à chercher *cr* et *ir*. Commençons par cette dernière quantité.

Nous avons $ci : in :: 2 : \sqrt{5}-1$. Faisons $ci=2$, auquel cas nous aurons $in=\sqrt{5}-1$. De plus, cf étant perpendiculaire sur in, on aura

$$(ir)^2=\frac{(cf)^2\times(in)^2}{(cn)^2}.$$

Or, nous connaissons déjà in et de plus cn, qui est égale à ci. Reste à chercher cf.

$$\begin{aligned}(cf)^2&=(ci)^2-(if)^2=(ci)^2-\tfrac{1}{4}(in)^2\\&=4-\tfrac{1}{4}(6-2\sqrt{5})=4-\tfrac{3}{2}+\tfrac{1}{2}\sqrt{5}\\&=\tfrac{5}{2}+\tfrac{1}{2}\sqrt{5}.\end{aligned}$$

Donc

$$(ir)^2=\frac{(\frac{5}{2}+\frac{1}{2}\sqrt{5})(6-2\sqrt{5})}{4}=\frac{5-\sqrt{5}}{2}$$

et

$$ir=\sqrt{\frac{5-\sqrt{5}}{2}}.$$

Maintenant il est facile d'avoir cr; car

$$cr=\sqrt{(ci)^2-(ir)^2}=\sqrt{4-\left(\frac{5-\sqrt{5}}{2}\right)}=\sqrt{\frac{3+\sqrt{5}}{2}}.$$

Mais, d'après ce qui a été dit plus haut,

$cr : cs$ (fig. 40) $:: ky$ (fig. 15) $: yx :: \sqrt{3+\sqrt{5}} : \sqrt{2}$ (*voyez* p. 26.) Donc

$$\sqrt{\frac{3+\sqrt{5}}{2}} : cs :: \sqrt{3+\sqrt{5}} : \sqrt{2};$$

donc

$$cs=1=\tfrac{1}{2}(ci);$$

propriété remarquable, qui peut être utile pour mettre le triacontaèdre en projection. Il ne s'agit que de tracer le dodécaèdre régulier, puis d'élever au centre de chaque face une perpendiculaire *cs* moitié de *ci*, après quoi on tirera les lignes *si*, *sb*, *sp*, etc., qui seront les côtés des rhombes du triacontaèdre.

Maintenant

$$rs = \sqrt{(cs)^2 + (cr)^2} = \sqrt{1 + \frac{3+\sqrt{5}}{2}} = \sqrt{\frac{3+\sqrt{5}}{2}};$$

donc

$$rs : ir :: \sqrt{\frac{5+\sqrt{5}}{2}} : \sqrt{\frac{5-\sqrt{5}}{2}} :: \sqrt{5+\sqrt{5}} : \sqrt{5-\sqrt{5}}.$$

Mais ce rapport est le même que celui de $ky : yx$ (fig. 15), ou de $\sqrt{3+\sqrt{5}} : \sqrt{2}$. Car si l'on met ces deux rapports en proportion, et que l'on prenne le produit des extrêmes et celui des moyens, on trouvera, de part et d'autre, $\sqrt{10 + 2\sqrt{5}}$.

Concluons de là que le grand angle du rhombe est égal à l'inclinaison respective des faces du dodécaèdre régulier, qui peut être regardé, ainsi que nous l'avons vu, comme le générateur du triacontaèdre, c'est-à-dire, que cet angle est de $116^d 33' 32''$.

29. Cherchons encore l'inclinaison de chaque face sur celles qui lui sont adjacentes. Si nous menons *iu* (fig. 40) perpendiculaire sur *bc*, *il* perpendiculaire sur *bs*, puis *ul*, l'angle *ilu* sera la moitié de l'inclinaison proposée.

Or,

$$(il)^2 = \frac{(rs)^2 \times (bi)^2}{(bs)^2}; \quad (rs)^2 = \frac{5+\sqrt{5}}{2}; \quad (bi)^2 = 4\,(ir)^2$$
$$= 4\left(\frac{5-\sqrt{5}}{2}\right) = 2(5-\sqrt{5}); \quad (bs)^2 = (is)^2$$
$$= (ci)^2 + (cs)^2 = 4 + 1 = 5;$$

donc

$$(il)^2 = \left[\frac{\left(\frac{5+\sqrt{5}}{2}\right) \times 2(5-\sqrt{5})}{5}\right] = 4;$$

donc $il = 2 = ci.$

Maintenant, si nous comparons ensemble les triangles *cui*, *iul*, nous trouverons, 1°. qu'ils ont chacun un angle droit situé en *u*; 2°. que l'un des côtés adjacens à cet angle, savoir, *iu*, est commun à l'un et à l'autre; 3°. que l'hypoténuse *il* est égale à l'hypoténuse *ci*; donc les deux triangles sont semblables et égaux; donc $ilu = icu$, lequel est de 72^d, c'est-à-dire, que la moitié de l'angle qui mesure l'incidence respective des faces du triacontaèdre est égale à l'angle au centre dans le pentagone régulier, qui est une des faces du dodécaèdre générateur. Il en résulte que l'incidence dont il s'agit est exactement de 144^d.

Quant à l'existence du triacontaèdre symétrique, en Minéralogie, elle n'est pas plus possible que celle du dodécaèdre et de l'icosaèdre réguliers. Car on ne pourrait faire dériver le triacontaèdre que d'un noyau

cubique, en supposant à la cristallisation une marche analogue à celle qui a lieu pour le triacontaèdre du fer sulfuré. Mais le rapport entre les deux demi-diagonales des rhombes *sm*, *s′m*, *s″m″* (fig. 38), dans le triacontaèdre symétrique, exclut toute loi admissible de décroissement.

3o. Les effets de la loi intermédiaire $(\overset{\frac{3}{2}}{A}B^{1}C^{2})$, qui offrent des trapézoïdes irréguliers, lorsqu'ils se combinent avec des faces parallèles à celles du générateur, prennent au contraire un caractère sensible de symétrie, en s'associant avec la loi qui donne naissance au dodécaèdre pentagonal. La surface du solide secondaire qui en résulte, et dont on voit la projection (fig. 41), est alors composée de 24 triangles isocèles obtus *f*, *f*, *f′*, etc., dus au décroissement intermédiaire, et de 12 triangles isocèles aigus, *e*, *e*, *e′*, etc., qui proviennent de l'autre décroissement. Cette variété, dont le signe est

$$\underset{e''}{\overset{\frac{1}{2}}{B}}\underset{e'}{\overset{2}{C}}\underset{e}{G^{22}G}\underset{f''}{(A^{\frac{3}{2}}B^{2}G^{1})}\underset{f'}{(\overset{\frac{3}{2}}{A}B^{1}C^{2})}\underset{f}{({}^{\frac{1}{2}}AG^{2}C^{1})},$$

porte le nom de *fer sulfuré pantogène*, parce que toutes les parties du générateur concourent à son origine, par les décroissemens dont elles sont les termes de départ. L'incidence de *e* sur *f*, la seule qui soit nouvelle dans cette variété, est de $162^{d}\,58'\,34''$.

Ce qui précède suffit pour bien concevoir le résultat géométrique des lois auxquelles est soumise

la structure de cette même variété; mais il ne sera pas inutile d'entrer dans quelques détails sur le mécanisme intime de cette structure. Nous avons vu que les deux décroissemens qui donnent le fer sulfuré icosaèdre (fig. 19) sont censés avoir deux époques différentes, en sorte que celui qui se rapporte aux angles, agissant d'abord solitairement, a produit le triangle δλε (fig. 20) que je prends pour exemple, et qu'ensuite ce triangle, par l'intervention du décroissement sur les bords, est devenu le triangle *pnm*. De plus, les angles du premier triangle sont situés aux tiers des côtés du second, et les côtés de chacun des triangles font, avec ceux de l'autre, des angles de 60^d et 90^d (p. 30).

Le fer sulfuré pantogène présente quelque chose d'analogue, relativement à la marche des décroissemens dont il dépend. On doit concevoir que celui qui est intermédiaire a commencé par agir seul jusqu'à un certain terme, de manière à produire autour de chaque solide *e* (fig. 42) du générateur, trois triangles scalènes f, f' f''. Au-delà de ce terme le décroissement sur les bords s'est joint au précédent, et en même temps qu'il agissait de part et d'autre de chaque ligne $a'c'$ comprise entre les triangles $f'f'$, et des autres lignes semblablement situées, tous ces triangles prenaient de l'accroissement, et ils ont fini par se convertir en triangles obtus isocèles, f'', f', f (fig. 41), limités par les triangles aigus et pareillement isocèles e', e'', e, qui résultaient du dé-

croissement sur les bords, et qui seraient devenus des pentagones, si les premiers triangles n'en avaient à leur tour restreint l'étendue.

31. Nous pouvons maintenant distinguer les époques relatives aux deux décroissemens. Si nous faisons passer un plan coupant par les points *a*, *h*, *c* (fig. 35) du triacontaèdre, les trapézoïdes *bath*, *bceh*, deviendront des triangles isocèles semblables à f', f' (fig. 41), et il est évident que *ahc* (fig. 33) représentera le triangle e' (fig. 41). Or, les point *e*, *t* (fig. 35) étant aux sommets de deux angles solides du générateur, et le plan *tne* étant parallèle à P, il est aisé de voir que les points a', c', pris aux intersections des lignes *ah*, *tn*, *ch*, *en*, correspondent aux mêmes points (fig. 42), lesquels sont restés fixes pendant l'accroissement des triangles f'', f', f. Soit A le côté du cube P, M, M' (fig. 35), et *a* celui du générateur dont les angles solides sont situés aux points *e*, *t*, etc. (fig. 35). Les lignes $a'c'$, ac étant respectivement les mêmes que $\epsilon\vartheta$, *om* (fig. 15), ou $p'r'$, pr, et ces dernières étant entre elles dans le rapport 1 : 2 des lignes *un*, *ux* (p. 17), il en résulte que $a'c'$ (fig. 35) $= \frac{1}{3} ac$. Mais $ac = \frac{1}{2}$ A (p. 45); donc $a'c' = \frac{1}{6}$ A. D'une autre part $A = \frac{12}{7} a$; donc $a'c' = \frac{2}{7} a$. C'est-à-dire que l'origine du second décroissement répond au terme où, dans le polygone qui représente les grandes faces des lames de superposition, le côté parallèle à celui du générateur est égal aux $\frac{2}{7}$ de ce dernier.

Maintenant les côtés du triangle qui forme la base

de la pyramide f'', f', f (fig. 41) étant dans le sens des diagonales horizontales supérieures du rhomboïde qui résulterait du décroissement intermédiaire, et les côtés du triangle formé par les diagonales horizontales du noyau faisant des angles de 60^d et 90^d avec ceux du premier triangle, puisque ces deux triangles sont nécessairement situés l'un à l'égard de l'autre comme $\delta\varepsilon\lambda$, mnp (fig. 20), il faut que le décroissement intermédiaire soit renfermé dans la formule $n = \frac{2x - y}{xy}$ (p. 40), qui représente généralement tous les résultats soumis à la condition dont je viens de parler. Or, si l'on fait $x = 2$, $y = 1$, comme l'indique le signe (p. 63), on trouve $n = \frac{3}{2}$, ce qui est la mesure de la loi d'où dépendent les facettes f'', f', f (fig. 41.). La suite nous offrira une autre loi, qui rentre dans la même formule.

Faisons $x = y$; nous aurons $n = 1$. Ce résultat se rapporte au cas où les trois faces produites par le décroissement coïncident sur le même plan, ce qui a lieu dans l'icosaèdre (fig. 20).

Il arrive assez souvent que ces dernières faces s'associent à celles de la variété précédente, comme on le voit figure 43. C'est alors le fer sulfuré triforme, ainsi nommé parce que sa forme dérive de l'octaèdre régulier par les facettes d, du dodécaèdre pentagonal par les faces e, e', et d'un solide à 24 trapézoïdes par les faces f, f'. On aura le signe de cette variété en

ajoutant $\underset{d}{\overset{1}{A}}$ à celui du fer sulfuré pantogène. L'incidence de d sur f, sur f' ou sur f'', est de $157^{d}\,47'\,33''$.

32. Je terminerai ce qui concerne le cube par la description d'une variété de fer sulfuré dont on voit la projection (fig. 44), et qui offre jusqu'à présent le *maximum* relatif au nombre de facettes observées sur les divers corps produits par la cristallisation. Ce nombre est ici de 134. Le signe est

$$MM'P\underset{o''}{(A^{\frac{1}{2}}B^{2}G^{1})}\underset{f''}{(A^{\frac{3}{2}}B^{2}G^{1})}\underset{s''}{(A^{2}B^{2}G^{1})}\underset{o'}{(\overset{\frac{1}{2}}{A}B^{1}G^{2})}\underset{f'}{(\overset{\frac{3}{2}}{A}B^{1}C^{2})}$$

$$\underset{s'}{(\overset{2}{A}B^{1}C^{2})}\underset{o}{({}^{\frac{1}{2}}AG^{2}C^{1})}\underset{f}{({}^{\frac{3}{2}}AG^{2}C^{1})}\underset{s}{({}^{2}AG^{2}C^{1})}\underset{\underset{y''}{\frac{3}{2}}}{B}\,\underset{\underset{e''}{2}}{B}\,\underset{y'}{\overset{\frac{3}{2}}{C}}\,\underset{e'}{\overset{2}{C}}\,G^{\frac{3}{2}}\,\underset{y}{{}^{\frac{3}{2}}G}\,\underset{e}{G^{2}\,{}^{2}G}$$

$$\underset{n''}{(A^{\frac{5}{3}}G^{1}B^{3})}\underset{n'}{(\overset{\frac{5}{3}}{A}B^{1}C^{3})}\underset{n}{({}^{\frac{5}{3}}AC^{1}G^{3})}\underset{d}{\overset{1}{A}}.\ (1).$$

Incidence de P sur s', ou M sur s, et M' sur s'', $150^{d}\,47'\,40''$;

f sur s, f' sur s', et f'' sur s'', $139^{d}\,18'\,13''$;

P sur y'', M sur y', et M' sur y, $146^{d}\,18'\,38''$;

e sur n, e' sur n', et e'' sur n'', $169^{d}\,19'\,46''$.

---

(1) Les décroissemens qui donnent les facettes o'', o', o; pourraient être représentés d'une manière plus simple par $\overset{2}{A}$, ${}^{2}A$, A^{2}; mais j'ai préféré l'indication du décroissement intermédiaire, à cause de son analogie avec les autres parties du signe relatives aux facettes f et s.

Les autres incidences se trouvent indiquées aux articles des variétés précédentes.

Si l'on considère la série des faces s, o', f', s', P, que je prends pour exemple, on remarquera que ceux de leurs bords qui forment leurs communes intersections, savoir, les bords ε, δ, λ, ν, sont parallèles entre eux; la même chose a lieu par rapport à la série des faces d, f', n', e', dont les bords communs sont γ, π, ϑ, et des autres semblablement situées, ainsi que par rapport aux faces M, y', e', P, qui ont pour bords communs les lignes σ, ν, ω. C'est de ce parallélisme remarquable qu'est tiré le nom de *fer sulfuré parallélique* que j'ai donné à cette variété, qui n'a été trouvée jusqu'ici qu'au Pérou, dans le district de Petorka.

33. Le parallélisme des lignes σ, υ, ω, qui dépend des deux décroissemens successifs $\overset{\frac{3}{2}}{C}\overset{2}{C}$, n'a pas besoin d'explication. Il est de même facile de concevoir que les intersections δ, λ, ν, des faces o', f', s', P, sont parallèles, parce que les nombres d'arêtes soustraites sur les deux côtés adjacens à l'angle qui subit les décroissemens d'où résultent ces facettes étant les mêmes pour toutes, en sorte qu'il n'y a que le nombre de rangées soustraites qui varie, les lignes de départ des décroissemens dont il s'agit gardent entre elles un parallélisme qui entraîne celui des bords par lesquels les facettes sont contiguës les unes aux autres et à la face P du générateur. Mais la

facette *s* étant produite par un décroissement qui agit sur un des angles de la face M, c'est-à-dire sur un angle différent de celui auquel se rapportent les signes des autres facettes, le parallélisme de son bord ε avec les bords δ, λ, ν, n'est pas également évident. Pour le concevoir, remarquons d'abord que d'après la manière de considérer les décroissemens, qui a été adoptée pour le signe représentatif du cristal, celui qui donne la facette o' est représenté par $(\overset{\frac{1}{2}}{A}B^{1}C^{2})$, et celui d'où dépend la facette *s* par $({}^{2}AG^{2}C^{1})$. Or, ce dernier signe indique deux arêtes de molécule soustraites sur G (fig. 45) et une sur C. Donc, si nous prenons sur G et sur C les deux lignes Ar, Ao, qui soient censées égales l'une à deux arêtes de molécule et l'autre à une arête, et si par les points o, r, nous menons la droite or, celle-ci sera la ligne de départ du décroissement rapporté à l'angle A de la face M. Donc, si nous menons Ao et As, de manière que le petit triangle ors soit parallèle à la face produite, nous aurons

$$Ar = 2,\ Ao = 1,\ As = \tfrac{1}{2}.$$

Maintenant, si nous supposons que le décroissement agisse sur l'angle A de la face P, il faudra, pour représenter cette manière de le considérer, traduire le signe précédent en celui-ci $(\overset{\frac{1}{2}}{A}C^{1}B^{\frac{1}{2}})$. Mais comme la quantité soustraite sur B doit être au moins égale à une arête de molécule, il est nécessaire de doubler

les exposans de C et de B, en substituant C^2B^1 à $C^1B^{\frac{1}{2}}$, et alors la mesure du décroissement, qui était censé avoir lieu par deux rangées en hauteur, se trouvant elle-même doublée dans le même sens, l'exposant de A devra être $\frac{1}{4}$, en sorte que le signe prendra cette nouvelle forme $(\overset{\frac{1}{4}}{A}B^1C^2)$. Or, les nombres d'arêtes soustraites sur les bords B, C, étant les mêmes que ceux qu'indique le signe $(\overset{\frac{1}{2}}{A}B^1C^2)$ relatif à la facette *o'*, on en conclura, en appliquant ici le raisonnement que nous avons fait à l'égard de cette facette comparée aux suivantes *f'*, *s'*, que la ligne *ε* est située parallèlement aux lignes *δ*, *λ*, *ν*.

34. Reste à expliquer le parallélisme qui règne entre les intersections *γ*, *π*, *ϑ*, des facettes *d*, *f'*, *n'*, *e'*. Pour y parvenir, remarquons d'abord que si l'on supprime *n'*, l'assortiment des facettes *e'*, *f'* *d*, sera le même que dans le fer sulfuré triforme (fig. 43), où les bords communs à deux facettes voisines sont parallèles, d'après ce qui a été dit plus haut. Il reste donc à prouver que la facette *n'* (fig. 44), qui remplace l'arête *z'* (fig. 43), a ses bords parallèles à cette arête. Or, on concevra aisément que la condition d'où dépend ce parallélisme exige que, dans le rhomboïde qui résulterait du prolongement des facettes *n'*, *n''*, *n* (fig. 44), le triangle formé par les trois diagonales horizontales supérieures ait ses côtés dans le même sens que les arêtes *z'*, *z''*, *z* (fig. 43), qui font la

même fonction relativement au rhomboïde auquel appartiennent les facettes f' f'', f, c'est-à-dire que les côtés du triangle dont il s'agit doivent faire des angles de 60^d et de 90^d avec ceux du générateur (p. 39), ou, ce qui revient au même, la loi qui donne les facettes n', n'', n (fig. 42), doit être du nombre de celles que représente la formule $n = \frac{2x-y}{xy}$ (p. 40). Or, d'après le signe du cristal, on a $x = 3$, $y = 1$, d'où l'on tire $n = \frac{5}{3}$, ce qui est la mesure du décroissement indiqué par le même signe.

DU PRISME RHOMBOÏDAL OBLIQUE.

Il était naturel de s'attendre que la symétrie des formes sous lesquelles se présentent les solides que nous avons considérés jusqu'ici, fournirait des données pour exprimer les lois de décroissemens dont ces solides sont susceptibles, par des formules simples, qui auraient le double avantage de faciliter la détermination des cristaux secondaires et le développement de leurs propriétés. J'avais cru, en préparant la première édition de cet Ouvrage, devoir restreindre à ces mêmes solides la généralité des méthodes dirigées vers l'application de la théorie, dans la crainte qu'en voulant l'étendre aux autres parallélépipèdes moins réguliers, je ne tombasse le plus souvent dans des formules si compliquées, qu'on ne pourrait en faire usage sans un travail pénible et fastidieux. Mais les tentatives que j'ai faites depuis

que j'ai repris le même sujet, m'ont prouvé la possibilité d'assimiler, au moins jusqu'à un certain point, la marche des calculs relatifs aux solides différens du cube et du rhomboïde, à celle qui avait été suivie par rapport à ces derniers.

Je commence par le prisme rhomboïdal oblique, parce que c'est de tous les solides dont il s'agit, celui qui se rapproche le plus du rhomboïde, à l'aide d'une propriété que je vais faire connaître.

Soit *ag* (fig. 46, pl. 35), un prisme de ce genre, dans lequel les angles *bad*, *bcd*, de la base sont supposés obtus. Il sera facile d'appliquer ce que je vais dire au cas où les mêmes angles seraient aigus. De l'extrémité supérieure de l'arête *cg*, je mène une droite *cs* à l'extrémité inférieure de l'arête opposée *as*. J'ai trouvé que dans les applications de la théorie à toutes les variétés originaires des différentes espèces qui ont pour forme primitive un prisme analogue à celui dont il s'agit ici, on obtient des résultats conformes à l'observation, en supposant que la ligne *cs* soit perpendiculaire sur l'une et l'autre des arêtes *cg*, *as*. Cette propriété sert à limiter l'étendue du prisme dans le sens de la hauteur, en sorte qu'ayant mesuré l'angle *acg* que forme la diagonale oblique *ac* avec l'arête *cg*, et ayant retranché 90^d de cet angle pour avoir l'angle *acs*, si l'on cherche le rapport le plus simple, qui s'accorde sensiblement avec la mesure mécanique, entre le sinus et le cosinus du second angle, ce rapport sera celui de *cs* à *as*. Soit *cysl* la

coupe du prisme prise par un plan perpendiculaire aux faces latérales; désignant par *g* la moitié *yx* de la diagonale *yl* parallèle à *bd*, qui est toujours horizontale; par *p* la moitié *cx* de la diagonale *cs*, située dans le même plan vertical que la diagonale oblique *ca* de la base, et par *h* l'arête *as* ou *cg*, on a les données nécessaires pour soumettre au calcul les résultats des lois de décroissemens d'où naissent les formes secondaires.

35. Une autre propriété qui dérive de la précédente consiste en ce que, si de l'extrémité inférieure de l'arête *as*, on mène une perpendiculaire *s*ɫ sur la diagonale oblique *ac*, les deux segmens seront en rapport commensurable, quels que soient d'ailleurs les angles du prisme rhomboïdal. Cette seconde propriété, qui a lieu en conséquence de ce que le triangle *csa* est rectangle, et qui est générale pour tous les triangles de ce genre, ne fait autre chose que présenter sous une nouvelle face celle qu'a le cosinus de l'angle plan aigu d'un rhomboïde quelconque, d'être dans tous les cas une quantité rationnelle. Pour démontrer cette corrélation, j'observe qu'un triangle rectangle tel que *mac* (fig. 47), peut toujours être considéré comme étant le quart d'un rhombe *amnr*, dont les diagonales seraient entre elles dans le rapport des côtés *cm* et *ca*. Cela posé, si nous menons *nl* perpendiculaire sur *am*, *ml* sera le cosinus de l'angle aigu *amn*, *mn* étant prise pour le rayon, et si nous désignons *cm* par *g* et *ca* par *p*,

nous aurons

$$mn \text{ ou } am : ml :: g^2+p^2 : g^2-p^2 \text{ (t. I., p. 284).}$$

Maintenant, menons de l'angle droit du triangle *amc* la ligne *cg* perpendiculaire sur l'hypoténuse. Je dis que les segmens *gm* et *ag* seront en rapport rationnel, ou, ce qui revient au même, l'un quelconque des segmens, par exemple *ag*, sera en rapport rationnel avec l'hypoténuse entière *am*. Car la proportion ci-dessus peut être mise sous cette forme

$$am : am-ml \text{ ou } al :: g^2+p^2 : 2p^2.$$

Mais, à cause des triangles semblables *anl*, *acg*, on a

$$ag=\tfrac{1}{2}al;$$

donc

$$am : ag :: g^2+p^2 : p^2.$$

C'est-à-dire que dans tout triangle rectangle, l'hypoténuse est au plus petit des segmens formés par la perpendiculaire *cg*, comme la somme des carrés des deux côtés *cm* et *ca* est au carré du plus petit de ces mêmes côtés.

Nous venons d'avoir $am : ag :: g^2+p^2 : p^2$; donc

$$(am-ag) \text{ ou } mg : ag :: g^2+p^2-p^2 : p^2;$$

donc

$$mg : ag :: g^2 : p^2 :: (cm)^2 : (ac)^2;$$

donc (fig. 46),

$$c\psi : a\psi :: (cs)^2 : (as)^2.$$

Mais ici $cs=2p$, $as=h$; donc $c\psi : a\psi :: 4p^2 : h^2$, ou autrement les segmens $c\psi$ et $a\psi$ sont entre eux comme les carrés des lignes cs, as.

36. Voici une troisième propriété qui procède de la même origine. Si l'on mène cn perpendiculaire sur ys, et que par le point n on fasse passer la ligne ζu perpendiculaire sur ab et sf, ses deux segmens $n\zeta$, $n\mu$, seront en rapport rationnel, ou, ce qui revient au même, la ligne entière sera en rapport rationnel avec l'un quelconque des deux segmens, par exemple avec $n\zeta$.

Pour le prouver, menons $c\zeta$ perpendiculaire sur ab, et qui tombera nécessairement à l'extrémité de $\mu\zeta$.

Nous avons $c\zeta=\frac{db.co}{ab}$. Or,

$$bd=2g,$$

$$co=\tfrac{1}{2}ac=\tfrac{1}{2}\sqrt{(cs)^2+(as)^2}=\tfrac{1}{2}\sqrt{4p^2+g^2}=\sqrt{\frac{4p^2+h^2}{4}},$$

$$ab=\sqrt{bo^2+ao^2}=\sqrt{\frac{4g^2+4p^2+h^2}{4}};$$

donc

$$c\zeta=\sqrt{\frac{4g^2(4p^2+h^2)}{4g^2+4p^2+h^2}},\ cn=\frac{yh\,.\,cx}{cy}=\sqrt{\frac{4g^2p^2}{g^2+p^2}},$$

$$n\zeta=\sqrt{(c\zeta)^2-(cn)^2}=\sqrt{\frac{4g^4h^2}{(4g^2+4p^2+h^2)(g^2+p^2)}},$$

$$\zeta\mu=\frac{sy\,.\,as}{ab}=\frac{\sqrt{(g^2+p^2)h^2}}{\sqrt{\frac{4g^2+4p^2+h^2}{4}}}=\sqrt{\frac{(g^2+p^2)4h^2}{4g^2+4p^2+h^2}};$$

donc

$$\nu\zeta : \zeta\mu :: \sqrt{g^4} : \sqrt{(g^2+p^2)(g^2+p^2)} :: g^2 : g^2+p^2.$$

Dans le même cas,

$$(\zeta\mu - \nu\zeta) \text{ ou } \nu\mu : \nu\zeta :: g^2+p^2-g^2 : g^2;$$

donc $\nu\mu : \nu\zeta :: p^2 : g^2$, ou comme les carrés des diagonales. Nous verrons dans la suite l'utilité de ces diverses propriétés.

Il y a une multitude de cas possibles dans lesquels les demi-diagonales *bo*, *ao* (fig. 46) de la base sont entre elles comme les segmens $\nu\zeta$, $\nu\mu$, c'est-à-dire comme les carrés des diagonales de la coupe transversale. C'est-à-dire que si l'on suppose à volonté des valeurs numériques à deux quelconques des trois quantités g, h, p, il y aura toujours pour la troisième une valeur possible qui satisfera à la condition proposée.

Soient g', p', les demi-diagonales *bo*, *ao*; nous aurons, par l'hypothèse, $g' : p' :: g^2 : p^2$. Mais $g' = g$, et $p' = \sqrt{\frac{4p^2+h^2}{4}}$; donc $g^2 : \frac{4p^2+h^2}{4} :: g^4 : p^4$, ou

$$1 : \frac{4p^2+h^2}{4} :: g^2 : p^4, \quad 4g^2p^2 + g^2h^2 = 4p^4.$$

Etant donné g, h, trouver p.

Je mets l'équation précédente sous la forme

$$p^4 - g^2p^2 = \frac{g^2h^2}{4}.$$

Cette dernière, résolue à la manière de celles du

deuxième degré, donne

$$p^2=\frac{g}{2}\pm\frac{g}{2}\sqrt{g^2+h^2},\ \text{et}\ p=\sqrt{\frac{g^2}{2}\pm\frac{g}{2}\sqrt{g^2+h^2}}.$$

On voit que $\frac{g}{2}\sqrt{g^2+h^2}$ ne pourrait être retranché de $\frac{g^2}{2}$ sans que le reste ne fût une quantité négative, d'où il suit que, dans les applications, il faudra toujours prendre le signe $+$.

La même formule $4g^2p^2+g^2h^2=4p^4$ donne

$$g=\frac{2p^2}{\sqrt{4p^2+h^2}}\ \text{et}\ h=\frac{2p}{g}\sqrt{p^2-g^2}.$$

Cette dernière équation fait voir que p doit toujours être plus grand que g, d'où il suit que l'angle ycl est aigu, dans tous les cas du genre de celui dont il s'agit.

Le pyroxène satisfait aux conditions du problème. Si l'on fait $g=\sqrt{12}$, $p=\sqrt{13}$, on trouve

$$h\ \text{ou}\ \frac{2p}{g}\sqrt{p^2-g^2}=\sqrt{\tfrac{52}{12}}=\sqrt{\tfrac{13}{3}},$$

comme dans ce même minéral.

Faisons $g=\sqrt{12}$, $h=\sqrt{\frac{13}{3}}$. Nous aurons

$$p\ \text{ou}\ \sqrt{\frac{g^2}{2}+\frac{g}{2}\sqrt{g^2+h^2}}=\sqrt{6+\tfrac{1}{2}\sqrt{12(\tfrac{49}{3})}}=\sqrt{6+\sqrt{3.\tfrac{49}{3}}}$$
$$=\sqrt{6+7}=\sqrt{13}.$$

Faisons $p=\sqrt{13}$, $h=\sqrt{\frac{13}{3}}$. Nous aurons

$$g\ \text{ou}\ \frac{2p^2}{\sqrt{4p^2+h^2}}=\frac{26}{\sqrt{52+\frac{13}{3}}}=\frac{26}{\sqrt{\frac{3.52+13}{3}}}$$
$$=\frac{26\cdot\sqrt{3}}{\sqrt{12.13+13}}=\tfrac{26}{13}\sqrt{3}=2\sqrt{3}=\sqrt{12}.$$

Enfin, le rapport entre les segmens $h\varphi$, $g\varphi$, de l'arête gh est toujours commensurable. Cherchons ce rapport.

$$cl = \sqrt{g^2 + p^2},$$

$$cd = \sqrt{cl^2 + dl^2} = \sqrt{g^2 + p^2 + \frac{h^2}{4}} = \sqrt{\frac{4g^2 + 4p^2 + h^2}{4}} = gh,$$

$$c\varphi = \frac{cl \,.\, dh}{gh} = \sqrt{\frac{(g^2 + p^2)4h^2}{4g^2 + 4p^2 + h^2}};$$

$$g\varphi = \sqrt{cg^2 - c\varphi^2}$$

$$= \sqrt{h^2 - \frac{(g^2 + p^2)4h^2}{4g^2 + 4p^2 + h^2}} = \sqrt{h^2 \frac{(4g^2 + 4p^2 + h^2 - 4g^2 - 4p^2)}{4g^2 + 4p^2 + h^2}}$$

$$= \sqrt{\frac{h^4}{4g^2 + 4p^2 + h^2}},$$

$$gh : g\varphi :: \sqrt{\frac{4g^2 + 4p^2 + h^2}{4}} : \sqrt{\frac{h^4}{4g^2 + 4p^2 + h^2}}$$

$$:: g^2 + 4p^2 + h^2 : 2h^2,$$

et

$$h\varphi : g\varphi :: gh - g\varphi : g\varphi :: 4g^2 + 4p^2 - h^2 : 2h^2.$$

Nous avons eu cd ou $ad = \sqrt{\frac{4g^2 + 4p^2 + h^2}{4}}$. Donc

$$gh : h\varphi :: (ad)^2 : \tfrac{1}{2}(as)^2,$$

c'est-à-dire comme le carré du côté de la base est à la moitié de celui de la hauteur.

Les valeurs des angles du prisme rhomboïdal se déduisent des calculs qui ont servi à démontrer les propriétés qui précèdent. En supposant toujours que les carrés g et p soient des nombres rationnels, on aura $cy : yn :: g^2 + p^2 : \pm g^2 \mp p^2$, ce qui donnera

l'incidence de *cbfg* sur *basf*. Pour avoir celle de la base *abcd* sur *basf*, on se servira du rapport $c\eta : \eta\zeta$, dont l'expression algébrique, toute réduction faite, est $p : \sqrt{\frac{g^2h^2}{4g^2+4p^2+h^2}}$. On juge aisément de ce qu'il y aurait à faire pour déterminer les angles plans.

37. Je vais maintenant parcourir les différentes espèces de décroissemens, soit ordinaires, soit intermédiaires, qui peuvent avoir lieu sur les diverses parties du prisme rhomboïdal oblique, et dans un dernier article, je traiterai des décroissemens que j'appelle *combinés*, parce qu'étant pris deux à deux, ils donnent naissance à des facettes également inclinées en sens contraire.

1°. *Décroissemens sur les bords latéraux* G, H (fig. 48).

La détermination des résultats relatifs à cette espèce de décroissement n'exige que la résolution d'un triangle mensurateur dont les côtés sont en rapport avec ceux du rhombe *cysl* (fig. 46). La plupart des variétés de pyroxène offrent des facettes qui proviennent de ce même décroissement, par des soustractions d'une simple rangée. J'en citerai ici deux qui ne sont soumises à aucune autre loi.

Dans la forme primitive AH (fig. 49) dont il s'agit, les angles *bad*, *bcd*, de la base sont aigus.

$es : as :: \sqrt{12} : 1$, et $\gamma x : cx :: \sqrt{12} : \sqrt{13}$.

D'où il résulte que nous pouvons faire cx ou $p = \sqrt{3}$,

$$yx \text{ ou } g = \sqrt{\tfrac{36}{13}} \text{ et } ax \text{ ou } h = 1.$$

D'après ces données on trouve, en employant les formules ci-dessus, $87^d\ 42'$ pour l'incidence de M sur M, $106^d 6'$ pour celle de P sur l'arête H, et $101^d 5'$ pour celle de P sur M. Les deux variétés dont j'ai parlé sont, l'une le pyroxène péri-hexaèdre (fig. 50), dont le signe est $\underset{M}{M^1}\underset{r}{H^1}\underset{P}{P}$, et l'autre le pyroxène péri-octaèdre (fig. 51), qui a pour signe $\underset{M}{M^1}\underset{r}{H^{11}}\underset{l}{G^1}\underset{P}{P}$.

Incidence de M sur r, $133^d\ 51'$, et de M sur l, $136^d 9'$.

2°. *Décroissemens sur les bords supérieurs* B, B (fig. 48) *de la base.*

38. Soit ag (fig. 52) le même prisme que fig. 46. Le décroissement produira deux faces qui, en partant des bords ab, ad (fig. 52), se réuniront sur une arête az, située dans le plan du quadrilatère $acgs$, et limitée par le prolongement cz de l'arête gc. Proposons-nous de déterminer les incidences des faces dont il s'agit, soit entre elles, soit sur les pans du prisme.

Soit an la distance entre le point a et la première lame de superposition. Menons nt parallèle à gz, nl perpendiculaire sur az, ensuite ne parallèle à bd, puis el. L'angle eln mesurera la moitié de l'incidence des deux faces secondaires l'une sur l'autre. Cher-

chons le rapport entre le sinus *en* de cet angle et son cosinus *nl*.

Supposons que *an* représente une diagonale oblique de molécule, auquel cas la différence en largeur entre chaque lame de superposition et la suivante sera mesurée par une rangée. Désignant par g' et p' les dimensions qui, sur la molécule, répondent à *yx* ou *bo* (fig. 46) et *cx*, par h' celle qui répond à *as*, et par *n* la loi du décroissement, nous aurons *en* (fig. 52) $= 2g'$ (1),

$$an = \sqrt{4p'^2 + h'^2} \text{ et } nl = \frac{h'}{n}.$$

Soit *acgs* (fig. 53) le même quadrilatère que (fig. 52), et *az*, *cz* (fig. 53) les mêmes lignes. Menons *ak* perpendiculaire sur *cz*, et qui sera égale à *cs*, puis *cx* perpendiculaire sur *az*. Nous aurons

$$en \text{ ou } 2g' \text{ (fig. 52)} : nl \text{ ou } \frac{h'}{n} :: 2g : cz \text{ (fig. 53)}$$

ou comme $2g : \frac{h}{n}$; et

$$en \text{ ou } 2g' \text{ (fig. 52)} : nl :: 2g : cx \text{ (fig. 53)}.$$

Soit $cz = \frac{h}{n}$; il ne reste qu'à trouver l'expression de *cx*.

(1) C'est une suite de ce que la distance entre chaque lame et la suivante, prise parallèlement à *bd*, est égale à une diagonale entière, lorsque le décroissement a lieu par une rangée sur les bords.

Or,

$cx = \frac{ak.cz}{az}$, $ak = cs = 2p$, $az = \sqrt{(ak)^2 + (kz)^2}$,

$kz = cz - ck$, $ck = as = h$;

donc

$$kz = \frac{h}{n} - h = h\left(\frac{1-n}{n}\right);$$

donc

$$az = \sqrt{4p^2 + h^2\left(\frac{1-n}{n}\right)^2};$$

donc

$$cx = \sqrt{\frac{\frac{4p^2h^2}{n^2}}{4p^2 + h^2\left(\frac{1-n}{n}\right)^2}};$$

donc

$$en : nl \text{ (fig. 52)} :: g : \sqrt{\frac{p^2h^2}{4p^2n^2 + h^2(1-n)^2}}.$$

A mesure que la fraction représentée par n va en augmentant, le point z se rapproche du point k, et lorsque n devient égale à l'unité, la quantité $h^2\left(\frac{1-n}{n}\right)^2$ s'évanouit, et la ligne cx se confondant avec ck, le rapport entre on et nl est celui de g à $\frac{h}{n}$. Au delà de ce terme, n étant plus grande que l'unité, l'arête de jonction prend une position telle que az', en dessous de ak. On a encore $cz' = \frac{h}{n}$. Mais ici

$$kz' = ck - cz' = h - \frac{h}{n} = h\left(\frac{n-1}{n}\right);$$

donc le rapport entre *on* et *nl* est celui de *g* à

$$\sqrt{\frac{\frac{p^2 h^2}{n^2}}{4p^2 + h^2\left(\frac{n-1}{n}\right)^2}}.$$

On peut aussi, dans le même cas, se servir du premier rapport, qui donnera pour $\frac{1-n}{n}$ une valeur numérique négative, dont le carré sera le même que celui de la quantité $\frac{n-1}{n}$.

39. Cherchons maintenant l'incidence de l'une quelconque des deux faces produites par le décroissement sur les pans du prisme rhomboïdal, par exemple l'incidence de la face qui a son origine en *ab* (fig. 52) sur le pan adjacent *asfb*. Soit $c\zeta\mu\varphi$ (fig. 54) le même quadrilatère que figure 46; supposons que la ligne $z\omega$ située dans le plan de ce quadrilatère, coïncide avec la face produite par le décroissement. Soit $\zeta\lambda$ la distance entre l'arête *ab* (fig. 46) et la première lame de superposition, et $\lambda\nu$ une parallèle à $\varphi\omega$. Menons $\zeta\psi$ parallèle à cn et qui lui sera égale. L'angle $\omega\zeta\mu = \omega\zeta\psi + 90^d$ mesurera l'incidence cherchée. Il faut donc trouver le rapport entre $\zeta\psi$ et $\psi\omega$. Supposons que la distance $\zeta\lambda$ réponde à une rangée de molécules; désignons par d' cette distance, et par m' la dimension qui, sur la molécule, répond à $\zeta\mu$; nous aurons

$$\zeta c : c\omega :: \zeta\lambda : \lambda\nu :: d' : \frac{m'}{n}.$$

Nous pouvons donc représenter $c\omega$ par $\frac{\zeta\mu}{n}$. Or, nous avons eu (p. 75)

$$c\eta : \eta\zeta \text{ (fig. 46)} :: \sqrt{\frac{4g^2p^2}{g^2+p^2}} : \sqrt{\frac{4g^2h^2}{(4g^2+4p^2+h^2)(g^2+p^2)}}$$
$$:: \sqrt{(4g^2+4p^2+h^2)\frac{p^2}{h^2}} : g,$$

et

$$\eta\zeta : \zeta\mu :: g^2 : g^2+p^2 :: g : \frac{g^2+p^2}{g};$$

donc nous pouvons faire $c\eta$ ou

$$\zeta\psi \text{ (fig. 54)} = \sqrt{(4g^2+4p^2+h^2)\frac{p^2}{h^2}},\ \eta\zeta = g,$$

et

$$\zeta\mu = \frac{g^2+p^2}{g}.$$

D'ailleurs

$$c\psi = \eta\zeta;$$

donc

$$\psi\omega \text{ ou } c\omega - c\psi = \frac{g^2+p^2}{gn} - g = \frac{g^2(1-n)+p^2}{gn}.$$

Donc

$$\zeta\psi : \psi\omega :: \sqrt{(4g^2+4p^2+h^2)\frac{p^2}{h^2}} : \frac{g^2(1-n)+p^2}{gn}.$$

On peut appliquer ici à la ligne $\zeta\omega$ ce qui a été dit de la ligne az (fig. 53), lorsqu'elle passe à la position az', et l'on en conclura que quand la ligne $\zeta\omega$ (fig. 54) s'abaisse en dessous de $\zeta\psi$, en prenant une direction telle que $\zeta\omega'$, auquel cas la quantité n, de fractionnaire qu'elle était d'abord, est devenue plus

grande que l'unité, il faut mettre $\frac{n-1}{gn}$ à la place de $\frac{1-n}{gn}$ dans le second terme du rapport.

40. L'espèce de décroissement qui vient de nous occuper a lieu dans une variété d'amphibole, où les faces qui en dépendent se combinent avec celles de la forme primitive représentée (fig. 55), et avec des facettes qui remplacent les arêtes longitudinales G. Telles sont les dimensions de cette forme primitive que cs (fig. 46) ou $2p$ est à as ou h comme $\sqrt{14} : 1$, et que le rapport entre g et p, ou entre yx et cx est celui de $\sqrt{29} : \sqrt{8}$. Il en résulte que nous pouvons faire $g = \sqrt{\frac{203}{16}}$, $p = \sqrt{\frac{7}{2}}$ et $h = 1$. L'incidence de M sur M (fig. 55) est de $124^{d}\,34'$; celle de P sur M est de $103^{d}\,13'$, et celle de P sur l'arête H de $104^{d}\,57'$.

La variété dont j'ai parlé, et que l'on voit en projection (fig. 56) porte le nom d'*amphibole dodécaèdre*, et a pour signe $\underset{M}{M}{}^{1}\underset{x}{G}{}^{1}\underset{P}{P}\underset{r}{\overset{\frac{1}{2}}{B}}$.

La face P sera toujours un véritable rhombe, puisqu'elle n'est autre chose que la base de la forme primitive, diminuée par l'effet du décroissement qui a eu lieu sur ses bords supérieurs. Les deux autres faces du sommet sont de même des rhombes, ou du moins on peut toujours les ramener à cette figure en donnant au cristal des dimensions convenables. Car si nous prenons pour exemple la face r située à droite, il est évident que ses bords δ, λ, sont paral-

lèles entre eux, puisque le premier coïncide avec la ligne de départ *ad* (fig. 46) du décroissement, et que le second est le bord qui correspond à cette ligne sur la dernière lame de superposition. Le même parallélisme existe entre les bords γ, ε, (fig. 56), qui sont les sections de la face *r* sur deux plans, dont l'un coïncide avec *acgs* (fig. 46), et l'autre lui est parallèle.

En appliquant ici les formules données précédemment, on trouve pour l'incidence de *r* sur *r'* $149^d\,38'$, et pour celle de *r* sur la face opposée à M, $110^d\,1'$. Quant à l'incidence de P sur *r*, elle est la somme de celle de P sur le plan vertical qui passe par l'arête *l*, et de celle de *r* sur le même plan; c'est-à-dire qu'elle est la somme des angles de $76^d\,47'$, et de $69^d\,59'$; donc l'un est le supplément de l'incidence de P sur M, et l'autre celui de l'incidence de *r* sur la face opposée à M. Ainsi elle sera de $146^d\,56'$. Enfin, l'incidence de M sur *x* est de $117^d\,43'$.

3°. *Décroissemens sur l'angle* A.

Nous avons ici deux cas à considérer, celui où le décroissement se rapporte à l'angle *bad* (fig. 46), de manière que les lames de superposition s'appliquent sur la base du prisme, et celui où il se rapporte aux angles *bas*, *das*, de manière que les lames de superposition s'appliquent sur les faces latérales.

Commençons par le premier cas, et supposons d'abord que le décroissement ait lieu parallèlement

à la diagonale *bd*. La face qu'il fera naître s'élèvera au-dessus de la base, en prenant la figure d'un rhombe dont *az* (fig. 53) pourra représenter la diagonale oblique. L'incidence de cette face sur l'arête *as* sera donc égale à l'angle *zas*, et on pourra la déterminer à l'aide des valeurs données ci-dessus (p. 82), pour les lignes *ak* et *kz*, dans l'hypothèse d'un décroissement sur les bords B, B, en observant que dans le cas dont il s'agit ici, la quantité *n* n'exprimera que la moitié du nombre de rangées soustraites.

Nous aurons donc $ak : kz :: 2p : h\left(\frac{1-n}{n}\right)$.

Pour déterminer l'incidence de la face dont il s'agit sur les pans *basf*, *adhs* (fig. 46), ayant pris sur la direction de *as* (fig. 53) la partie *ar* égale à *kz*, puis ayant mené *sk*, qui sera parallèle à *az*, nous pourrons considérer le solide produit par le décroissement comme un prisme rhomboïdal oblique dans lequel les lignes *ak* ou $2p$, et *bd* (fig. 46) ou $2g$, auraient les mêmes valeurs que dans la forme primitive, en sorte qu'il n'en différerait que par la dimension *kz*, dont l'expression est $h\left(\frac{1-n}{n}\right)$, qu'il faudrait substituer à *h* valeur de *ck*. Donc on aura l'incidence proposée, en faisant cette substitution dans le rapport de $c\eta$ à $\eta\zeta$ (fig. 46) ou de *p* à

$$\sqrt{\frac{g^2h^2}{4g^2+p^2+h^2}} \text{ (p. 75)},$$

lequel deviendra celui de p à

$$\sqrt{\frac{g^2 h^2\left(\frac{1-n}{n}\right)^2}{4g^2+4p^2+h^2\left(\frac{1-n}{n}\right)^2}}.$$

41. Supposons que le décroissement ait lieu par deux rangées, auquel cas $n=1$. Dans ce cas, le second terme du rapport ou l'expression de $n\zeta$ s'évanouit, ce qui indique que la face produite par le décroissement est perpendiculaire sur les pans. Ce résultat a lieu dans une variété de pyroxène représentée fig. 57, pl. 36, que je nomme *pyroxène ambigu*, et dont le signe est $\underset{M}{M^1}\underset{r}{H^{11}}\underset{l}{G^1}\underset{n}{\overset{2}{A}}$. J'aurai occasion dans la suite de citer d'autres modifications de la même espèce de décroissement.

Supposons maintenant que le décroissement devienne intermédiaire, en continuant d'agir sur l'angle *bad* de la base. Soient $\delta\vartheta$, $\lambda\zeta$ (fig 58), les directions des nouveaux bords produits par le décroissement sur la première lame de superposition, dans l'hypothèse où la distance entre chaque lame et la suivante, dans le sens de la largeur, serait mesurée par une simple rangée. Désignons par c' le côté de la base de la molécule, par x le nombre de c' renfermé dans $a\delta$ ou $a\lambda$, par y celui que contient $a\vartheta$, par h' la dimension qui sur la molécule répond à as, et par n le nombre de rangées soustraites. Ayant

prolongé $\delta\vartheta$ indéfiniment, menons $a\nu$ parallèle à la diagonale *bd*, jusqu'à la rencontre de ce prolongement; il est facile de voir que $a\nu$ mesure la distance entre chaque lame et la suivante, considérée parallèlement à la même diagonale. Ayant pris sur *as* la partie $a\sigma$ qui représente la dimension en hauteur, et qui sera par conséquent exprimée par $\frac{h'}{n'}$, menons $\sigma\nu$.

Soient *ale*, *ape* (fig. 59) les deux faces produites par le décroissement, limitées inférieurement par le plan *lap* qui coïncide avec la base *bad* (fig. 58), et coupées antérieurement par un plan vertical *lep* (fig. 59). Par le milieu de *lp* menons *af*, qui répondra à *ac* (fig. 58); puis menons ensuite *ef*, puis $f\gamma$ perpendiculaire sur *ae*, et enfin $p\gamma$. L'angle $p\gamma f$ mesurera la moitié de l'incidence des deux faces *ale*, *ape*, l'une sur l'autre. Il s'agit donc de déterminer le rapport entre *pf* et $p\gamma$. Pour y parvenir, commençons par chercher celui qui a lieu entre *pf* et *fe*.

Les triangles $\nu a\sigma$ (fig. 58) et *pfe* (fig. 59) sont semblables. Donc $a\nu : a\sigma :: pf : fe$. Ayant mené $\delta\lambda$ (fig. 58), nous aurons, à cause des triangles $\nu a\vartheta$, $\lambda\delta\vartheta$, qui eux-mêmes sont semblables,

$$\delta\lambda : a\nu :: \vartheta\lambda : a\vartheta.$$

Or, $\delta\lambda$ renferme autant de diagonales horizontales $2g'$ de molécule qu'il y a d'arêtes de molé-

cule comprises dans $a\lambda$ ou x; donc $\delta\lambda = 2g'x$. De plus $a\vartheta = c'y$, et $\vartheta\lambda = c'(x-y)$; donc la proportion devient $2g'x : a\nu :: x-y : y$; donc

$$a\nu = \frac{2g'xy}{x-y}.$$

Mais $a\sigma = \frac{h'}{n}$, d'où l'on conclura que

$$pf : fe \text{ (fig. 59)} :: \frac{2gxy}{x-y} : \frac{h}{n};$$

donc si l'on suppose $fe = \frac{h}{n}$, on aura $pf = \frac{2gxy}{x-y}$. Reste à trouver $f\gamma$.

Soient af, fe, $f\gamma$ (fig. 60) les mêmes lignes que fig. 59. Menons ax perpendiculaire sur fe, puis ay parallèle à cette dernière ligne, ensuite fy perpendiculaire sur ay, et complétons le parallélogramme $afky$. Nous aurons $f\gamma = \frac{axfe}{ae}$. Ayant déjà $fe = \frac{h}{n}$, nous avons besoin de l'expression de af pour trouver celle de ax et celle de ae. Or,

$$af : fe :: a\pi \text{ (fig. 58)} : a\sigma.$$

Si nous menons $\delta\lambda$, les triangles semblables $a\pi\nu$, $\mu\pi\delta$ donneront $a\pi : \pi\gamma :: a\nu : \delta\mu$. Or, $a\nu = \frac{2g'xy}{x-y}$. $\delta\mu$ renferme autant de g' qu'il y a d'arêtes de molécule comprises dans $a\delta$; donc $\delta\mu = 2g'x$; donc

$$a\pi : \pi\mu :: 2y : x-y, \text{ ou } a\pi : a\pi + \pi\mu :: 2y : x+y.$$

Mais $a\pi + \pi\mu$ ou $a\mu$ renferme autant de fois.....
$\sqrt{\frac{4p'^2 + h'^2}{4}}$ qu'il y a d'arêtes de molécule comprises dans $a\delta$. Donc

$$a\mu = x\sqrt{\frac{4p'^2 + h'^2}{4}};$$

donc

$$a\pi : x\sqrt{\frac{4p'^2 + h'^2}{4}} :: 2y : x + y;$$

d'où l'on tire

$$a\pi = \frac{xy}{x+y}\sqrt{4p'^2 + h'^2};$$

donc

$$a\pi : a\sigma :: \frac{xy}{x+y}\sqrt{4p'^2 + h'^2} : \frac{h'}{n};$$

donc

$$af : fe \text{ (fig. 60)} :: \frac{xy}{x+y}\sqrt{4p^2 + h^2} : \frac{h}{n};$$

donc, puisque $fe = \frac{h}{n}$, on aura

$$af = \frac{x+y}{xy}\sqrt{4p^2 + h^2}.$$

Maintenant, ax ou son égal $fy : af :: 2p : \sqrt{4p^2 + h^2}$, ou

$$ax : \frac{xy}{x+y} :: 2p : 1.$$

Donc

$$ax = \frac{2pxy}{x+y}, \quad ae = \sqrt{(ax)^2 + (ex)}, \quad ex = fe - fx,$$

$fx : ax :: h : 2p$, ou $fx : \frac{2pxy}{x+y} :: h : 2p;$

donc

$$fx=\frac{xy\,.\,h}{x+y};$$

donc

$$ex=\frac{h}{n}-\frac{xy\,.\,h}{x+y}=h\left(\frac{x+y-nxy}{n(x+y)}\right);$$

donc

$$ae=\sqrt{4p^2\left(\frac{xy}{x-y}\right)+h^2\left(\frac{x+y-nxy}{n(x+y)}\right)^2}.$$

Substituant les valeurs de ax, fe et ae, dans l'équation $f\gamma=\frac{ax\,.\,fe}{ae}$, on trouvera, toute réduction faite,

$$pf:f\gamma\ (\text{fig. } 59)::\frac{g}{x-y}:\frac{ph}{\sqrt{4p^2(nxy)^2+h^2(x+y-nxy)^2}}.$$

Lorsque la ligne ae (fig. 60) coïncide avec la ligne ax, la quantité $h^2(x+y-nxy)^2$ s'évanouit. On a donc, dans ce cas,

$$x+y-nxy=0,$$

d'où l'on tire

$$n=\frac{x+y}{xy}.$$

Au-delà de ce terme, la ligne ae tombe en dessous du point x, en prenant une position telle que ae'. Alors

$$e'x=fx-fe'=\frac{h\,.\,xy}{x+y}-\frac{h}{n}=h\left(\frac{nxy-x-y}{n(x+y)}\right),$$

et le rapport de pf à $f\gamma$ devient celui de $\frac{g}{x-y}$ à

$$\frac{ph}{\sqrt{4p^2(nxy)^2+h^2(nxy-x-y)^2}}.$$

Mais en continuant d'employer ce rapport tel que nous l'avons d'abord obtenu, on aurait pour $x+y-nxy'$ une valeur numérique négative dont le carré ne différerait pas de celui de $nxy-x-y$.

42. On peut déduire des résultats précédens ceux qui concernent le second cas énoncé ci-dessus, qui est celui où les lames de superposition s'appliquent sur les pans *basf*, *dash* (fig. 58), en subissant un décroissement ordinaire sur les angles *bas*, *das*. Bornons-nous à considérer ce qui se passe relativement au pan *basf*, et supposons que les dimensions $a\delta$, $a\sigma$, qui alors sont égales entre elles, soient en même temps égales chacune à une arête de molécule; les quantités x et $\frac{1}{n}$ qui représentaient les nombres d'arêtes de molécule comprises dans ces mêmes lignes, pourront être désignées par l'unité, et la ligne $a\vartheta$ devenant la dimension en hauteur, $\frac{1}{n}$ prendra la place de y. Donc, dans le rapport,

$$\frac{g}{x-y} : \frac{ph}{\sqrt{4p^2(nxy)^2+n^2(x+y-nxy)^2}},$$

il faudra faire $x=1$, $\frac{1}{n}=1$, ou $n=1$, et $y=\frac{1}{2n}$, la quantité n désignant alors le nombre de diagonales de molécule soustraites. Ce qui donne

$$pf : f\gamma :: \frac{g}{2n-1} : \frac{ph}{\sqrt{4p^2+4n^2+h^2}}.$$

Les dimensions $a\delta$, $a\vartheta$ (fig. 58) étant censées être égales chacune à une arête de molécule, $a\vartheta$ est nécessairement une fraction, dont la valeur est le produit de l'arête par $\frac{1}{n}$. A mesure que n diminue $a\vartheta$ va en augmentant, et lorsque n égale l'unité, les lignes $\delta\vartheta$, $\lambda\zeta$, parallèlement auxquelles agit le décroissement, coïncident sur une même direction $\delta\lambda$. Or, cette ligne étant parallèle à $a\nu$, il en résulte que dans ce cas $a\nu$, ou, ce qui revient au même, pf (fig. 59) est une quantité infinie. C'est effectivement ce qu'indique le calcul, puisque l'expression $\frac{g}{n-1}$ de pf devient alors $\frac{g}{0}$.

43. Il resterait à trouver des formules pour la détermination des angles que font les faces *ale*, *ape* (fig. 59) avec les pans adjacens. Mais les formules de ce genre seraient d'un usage peu commode, à cause de leur complication, ainsi qu'on le verra par un exemple que j'en citerai dans l'article suivant, où je donnerai en même temps la manière d'y suppléer, à l'aide du calcul numérique.

Les résultats qui précèdent sont applicables à plusieurs variétés de pyroxène, dont je diffère la description, parce qu'elles offrent des facettes produites par d'autres lois dont je n'ai point encore parlé.

4°. *Décroissemens sur les angles* E, E.

Nous supposerons d'abord, comme nous avons fait

pour le décroissement sur l'angle A, que les lames de superposition s'appliquent sur la base *abcd* (fig. 61) de la forme primitive. Nous avons ici trois cas à considérer; celui où les décroissemens agissent à l'ordinaire parallèlement à la diagonale *ac*; celui où ils sont intermédiaires, et où la quantité x qui exprime le plus grand des deux nombres d'arêtes de molécule soustraites le long des bords, est dans le sens de D ou de *bc*, et celui qui présente l'inverse du précédent, en sorte que x est dans le sens de B ou de *ab*.

44. 1°. Pour les décroissemens ordinaires. Soit *mnr* (fig. 62) le triangle mensurateur dans lequel *mn* coïncide avec la diagonale *bo* (fig. 61), et *nr* (fig. 62) est parallèle à la ligne *ek* (fig. 61, menée perpendiculairement d'un point quelconque de *gs* sur *ca*, et laquelle mesure la hauteur du prisme rhomboïdal. Soit n le nombre de diagonales soustraites. Nous aurons

$$mn : nr \text{ (fig. 62)} :: n \times bd \text{ (fig. 61)} : ek :: n \times bd : \frac{cs \cdot as}{nc}$$
$$:: 2ng : \frac{2ph}{\sqrt{4p^2 + h^2}} :: ng : \frac{ph}{\sqrt{4p^2 + h^2}};$$

ce qui donne l'angle *mrn*, égal à la moitié de celui que font entre elles les deux faces produites par le décroissement, en se réunissant sur une arête parallèle à *ac* (fig. 61).

Quant à l'incidence des mêmes faces sur les pans du prisme rhomboïdal, je donnerai plus bas la manière de la déterminer.

45. 2°. Pour les décroissemens intermédiaires, x étant dans le sens de D.

Soient *mcp*, *ocp* (fig. 63) les deux faces qui résultent du décroissement, limitées par un plan oblique *mco*, qui coïncide avec *abcd* (fig. 61), et par un plan vertical *mpo* (fig. 63). Menons *om*, puis *pu* perpendiculaire sur *om*, ensuite *ul* perpendiculaire sur *pc*, et enfin *ml*. L'angle *mlu* mesurera la moitié de l'incidence de *mcp* sur *ocp*. Cherchons d'abord le sinus *mu* de cet angle. Soit $\gamma\mu$ (fig. 61) le bord tourné vers b sur la première lame de superposition, dans l'hypothèse d'une seule rangée soustraite. Ayant complété le rhombe $b\mu\delta\zeta$, nous aurons, à cause des triangles semblables $b\upsilon\gamma$, $\delta\upsilon\mu$,

$$b\upsilon : \upsilon\delta :: b\gamma : \mu\delta,\ \upsilon\delta = b\delta - b\upsilon = 2g'x - b\upsilon,$$

parce que $b\delta$ renferme autant de diagonales $2g'$ de molécule que $b\zeta$ renferme d'arêtes de molécule ; de plus, $\mu\delta = b\zeta$. Donc $b\upsilon : 2gx - b\upsilon :: y : x$; d'où l'on tire $b\upsilon = \frac{2g'xy}{x+y}$. Maintenant, n étant le nombre de rangées soustraites, prenons sur bf une partie $b\xi$ égale à $\frac{h'}{n}$ et menons $\upsilon\xi$; le triangle $\upsilon b\xi$ sera semblable au triangle *mup* (fig. 63); donc

$$mu : pu :: \frac{2gxy}{x+y} : \frac{h}{n};$$

donc, si nous faisons $pu = h$, nous aurons

$$mu = \frac{2gnxy}{x+y}.$$

Reste à trouver *ul*.

Soit *cu* (fig. 64) la même ligne que figure 63. Ayant prolongé *pu*, menons *cf* perpendiculaire sur le prolongement et complétons le parallélogramme *ucnf*; $ul = \frac{cf \cdot pu}{cp}$. Pour trouver *cf* cherchons *cu*. En raisonnant des lignes $\gamma\mu$, εc, $\vartheta\nu$ (fig. 61), qui sont parallèles, comme nous avons fait de celles qui leur correspondent dans le rhomboïde (t. I, p. 441), et en faisant attention que, dans le cas présent, $\sqrt{4p'^2 + h'^2}$ doit être substituée à p'^2, nous en conclurons que $c\nu$, qui est censée représenter la distance en largeur d'une lame à l'autre, a pour expression $\frac{nxy}{x-y}\sqrt{4p'^2+h'^2}$. Soit *ckf* (fig. 63) le triangle mensurateur; nous aurons

$$ck : kf :: \frac{nxy}{x-y}\sqrt{4p'^2 + h'^2} : h',$$

et par conséquent

$$cu : pu \text{ (fig. 63 et 64) } :: \frac{nxy}{x-y}\sqrt{4p^2+h^2} : h;$$

donc

$$cu = \frac{nxy}{x-y}\sqrt{4p^2+h^2}.$$

Or,

$$cu : cf :: \sqrt{4p^2+h^2} : 2p;$$

donc

$$cf = 2p \cdot \frac{nxy}{x-y};$$

d'où il suit que

$$uf = h \cdot \frac{nxy}{x-y}\,;\quad cp = \sqrt{(cf)^2 + (fp^2)},$$

$$fp = uf + pu = h \cdot \frac{nxy}{x-y} + h = h\left(\frac{nxy + x + y}{x-y}\right).$$

Donc

$$cp = \sqrt{4p^2\left(\frac{nxy}{x-y}\right)^2 + h^2\left(\frac{nxy + x - y}{x-y}\right)^2}.$$

Substituant dans l'équation $ul = \frac{cf\,pu}{cp}$ les valeurs algébriques des quantités cf, pu et cp, et comparant mu avec ul, on aura, toute réduction faite,

$$mu : ul :: \frac{g}{x+y} : \frac{ph}{\sqrt{4p^2(nxy)^2 + h^2(nxy + x - y)^2}}.$$

Si le décroissement rapporté à la face $bcgf$ est censé agir à l'ordinaire sur l'angle cbf (fig. 61), alors désignant par n le nombre de diagonales de molécule soustraites parallèlement à la diagonale qui va de c en f, et faisant comme ci-dessus (p. 93) $x = 1$, $n = 1$ et $y = \frac{1}{2n}$, on aura

$$mu : ul :: \frac{g}{2n+1} : \frac{ph}{\sqrt{4p^2 + 4h^2n^2}}.$$

3°. Pour les décroissemens intermédiaires, x étant dans le sens de B.

46. Soient amy, aoy (fig. 62), les deux faces que produit le décroissement, limitées par un plan oblique mao qui coïncide avec $abcd$ (fig. 61) et par

le plan vertical *myo*. Menons *yr* perpendiculaire sur *mo*, puis *ar* qui sera dans le sens de la diagonale *ac* (fig. 61), ensuite *rz* (fig. 65) perpendiculaire sur *ay*, et enfin *oz*. L'angle *ozr* mesurera la moitié de celui que font entre elles les faces *amy*, *aoy*.

Soit *ds* (fig. 66) la distance entre chaque lame et la suivante, dans le sens de la diagonale *db*, en ne supposant qu'une rangée de soustraite; ayant complété le rhombe *εnνd*, et appliquant ici ce qui a été dit du rhombe $b\zeta\delta\mu$ (fig. 61) (p. 96) on trouvera $ds = \frac{2g'xy}{x+y}$, comme ci-dessus, et l'on aura ds : la dimension en hauteur $:: \frac{2g'xy}{x+y} : \frac{h'}{n}$; ces deux quantités étant entre elles dans le rapport de *mr* à *ry* (fig. 65), si l'on fait $ry = h$, on aura

$$mr = \frac{2gnxy}{x+}.$$

Soient *ar*, *ay*, *ry*, *rz* (fig. 67), les mêmes lignes que fig. 65, et *arik* (fig. 67) un parallélogramme tracé d'après les mêmes conditions que *cufn* (fig. 64) on aura $rz = \frac{ab \cdot ry}{ay}$. Pour trouver *ab*, cherchons *ar*. Soit *akf* (fig. 65) le triangle mensurateur rapporté au plan *ary*. En assimilant l'effet du décroissement dont il s'agit ici à celui qui agit sur les angles latéraux d'un rhomboïde (p. 440, t. I), et en faisant attention que, dans le cas présent, $2p$ est remplacé

par $\sqrt{4p^2+h^2}$, et $\sqrt{g^2+p^2}$ par h, on aura

$$ak : kf \text{ ou } ar : ry :: \frac{nxy}{x-y}\sqrt{4p^2+h^2} : h;$$

donc

$$ar = \frac{nxy}{x-y}\sqrt{4p^2+h^2}.$$

Mais

$$ar : ab :: \sqrt{4p^2+h^2} : 2p;$$

donc

$$ab = \frac{2pnxy}{x-y};\ ay = \sqrt{(ab)^2+(by)^2},\ by = ry - br,$$

$$ar \text{ ou } \frac{nxy}{x-y}\sqrt{4p^2+h^2} : br :: \sqrt{4p^2+h^2} : h.$$

Donc

$$br = h \cdot \frac{nxy}{x-y};$$

donc retranchant cette quantité de h qui est la valeur de ry, on aura

$$br = h\left(\frac{x-y-nxy}{x-y}\right);$$

donc

$$ay = \sqrt{4p^2\left(\frac{nxy}{x-y}\right)^2 + h^2\left(\frac{x-y-nxy}{x-y}\right)^2}.$$

Substituant dans l'équation $rz = \frac{ab.ry}{ay}$ les valeurs des quantités qui composent le second membre, et comparant mr avec rz (fig. 65), on trouvera

$$mr : rz :: \frac{g}{x+y} : \frac{ph}{\sqrt{4p^2(nxy)^2+h^2(x-y-nxy)^2}}.$$

Lorsque ry devient égale à br, on a

$$h = h \cdot \frac{nxy}{x-y},$$

d'où l'on déduit

$$n = \frac{x-y}{xy}.$$

Passé ce terme, ay tombe en dessous du point b, en prenant une position telle que ay'. En appliquant alors la formule, on trouve pour $x - y - nxy$ une quantité négative, qui, étant élevée au carré, satisfait également à la question. Si l'on voulait ramener l'expression de rz à la forme convenable pour que la valeur de la quantité dont il s'agit devînt positive, on ferait

$$by' = br - y'r = h \cdot \frac{nxy}{x-y} - h = h\left(\frac{nxy - x + y}{x-y}\right),$$

et ensuite on mettrait dans l'expression de rz la quantité $nxy - x + y$ à la place de $x - y - nxy$.

Si le décroissement rapporté à la face $abfs$ (fig. 61) rentrait dans les lois ordinaires, alors désignant par n le nombre de diagonales soustraites parallèlement à la diagonale qui va de a en f, et faisant les mêmes substitutions que ci-dessus, on aurait

$$mr : rz \text{ (fig. 65)} :: \frac{g}{2n+1} : \frac{ph}{\sqrt{4p^2 + 4h^2(n+1)^2}}.$$

47. La détermination des incidences des faces secondaires qui remplacent les angles solides du prisme rhomboïdal, tant sur les bases que sur les faces laté-

rales de celui-ci, dont nous allons maintenant nous occuper, conduit, en général, ainsi que je l'ai déjà annoncé, à des formules dont la complication balance l'avantage qui résulte de leur généralité. Je vais d'abord exposer, à l'aide du simple calcul numérique, une méthode qui pourra servir de type pour tous les cas analogues, même pour ceux qui se rapportent à des formes moins symétriques que le prisme rhomboïdal. Je donnerai ensuite, pour un seul cas relatif à ce dernier prisme, une formule analytique que l'on pourra ne considérer, si l'on veut, que comme un exemple fait pour montrer jusqu'où peut conduire la théorie dans les recherches de ce genre.

Supposons que *ag* (fig. 68) représente la forme primitive du pyroxène, et que celle-ci subisse un décroissement exprimé par ^{2}E. Si nous menons la diagonale *ch*, ensuite *cm* qui coupe *ad* à la moitié de sa longueur, puis *mh*, le plan *chm* sera parallèle à la face produite sur l'angle *cdh*. Proposons-nous de déterminer l'incidence de cette face sur le plan *chg*. Nous pouvons considérer le segment de prisme intercepté par le plan *chm* comme une pyramide triangulaire dont ce même plan serait la base, et qui aurait son sommet en *d*. Soit *di* la hauteur de cette pyramide, et *du* une perpendiculaire sur *ch*. Si nous menons *ui*, l'angle *dui* sera le supplément de l'incidence demandée. Il s'agit donc de trouver le rapport entre *du* et *di*, qui sera le sinus de cette incidence, dans l'hypothèse où *du* représente le rayon.

Or, dans le pyroxène, nous avons

$$cs = \sqrt{12}\ (\text{p. }79),\quad as = 1,\quad do = \sqrt{\tfrac{36}{13}},$$

d'où il suit que ao ou $\frac{1}{2}\sqrt{(cs)^2 + (as)^2} = \sqrt{\frac{13}{4}}$, et

$$ad \text{ ou } \sqrt{(do)^2 + (ao)^2} = \sqrt{\tfrac{36}{13} + \tfrac{13}{4}} = \sqrt{\tfrac{313}{52}}.$$

D'après ces données, déterminons la valeur de di, et pour y parvenir évaluons successivement les trois côtés ch, cm et hm du triangle chm.

1°. Pour ch. La ligne cl perpendiculaire sur dh divisant celle-ci en deux parties égales, nous aurons

$$ch = cd = ad = \sqrt{\tfrac{313}{52}}.$$

2°. Pour cm. Ayant mené $m\tau$ perpendiculaire sur ac, nous aurons

$$cm = \sqrt{(c\tau)^2 + (m\tau)^2},\ c\tau = \tfrac{3}{2}\,ao = \tfrac{3}{3}\sqrt{\tfrac{13}{4}} = \sqrt{\tfrac{117}{16}},$$
$$m\tau = \tfrac{1}{2}\,do = \tfrac{1}{2}\sqrt{\tfrac{36}{13}};\ \text{donc } cm = \sqrt{\tfrac{1665}{208}}.$$

3°. Pour hm. Les lignes $a\varphi$, $m\lambda$, étant perpendiculaires sur le prolongement de hd, nous avons

$$m\lambda = \tfrac{1}{2}a\varphi,$$

puisque $dm = \frac{1}{2}ad$. Or,

$$a\varphi = cl = \sqrt{(lx)^2 + (cx)^2} = \sqrt{(do)^2 + \tfrac{1}{4}(cs)^2}$$
$$= \sqrt{\tfrac{36}{13} + 3} = \sqrt{\tfrac{75}{13}};$$

donc

$$m\lambda \text{ ou } \tfrac{1}{2}a\varphi = \sqrt{\tfrac{75}{52}},\ d\varphi = dl = \tfrac{1}{2}.\ d\lambda = \tfrac{1}{2}\,d\varphi = \tfrac{1}{4};$$

donc

$$h\lambda \text{ ou } dh + d\lambda = \tfrac{5}{4}.$$

donc

$$hm \text{ ou } \sqrt{(h\lambda)^2 + (m\lambda)^2} = \sqrt{\tfrac{25}{16} + \tfrac{55}{52}} = \sqrt{\tfrac{2500}{832}}.$$

Si l'on cherche, à l'aide des logarithmes, les valeurs en nombres rationnels des trois côtés du triangle, à moins d'un dix-millième près, on trouve

$$ch = 2{,}4534,\ cm = 2{,}8293,\ hm = 1{,}7334.$$

Résolvant le triangle *chm* d'après ces données, on trouvera pour le logarithme du produit de la hauteur $h\varepsilon$ du triangle par sa base *cm*, le nombre 0,6255419. Soit a^3 la solidité. On aura

$$\log 6a^3 = \log di + 0{,}6255419$$

Cherchons une seconde expression de $\log 6a^3$ où tout soit connu, en prenant le point *a* pour sommet de la pyramide, et le triangle *dcn* pour base. Dans cette hypothèse, la hauteur de la pyramide sera égale à une perpendiculaire menée du point *m* sur le plan *cdhg*. Or, le point *m* étant au milieu de la ligne *ad*, il est facile de voir que cette perpendiculaire est égale à la moitié de *cn* menée perpendiculairement sur *ys*, ou, ce qui revient au même, sur le plan *abfs* parallèle au plan *cdhg*. Or,

$$cn = \frac{cs\ yx}{ys} = \sqrt{\frac{12 \cdot \frac{36}{13}}{\frac{75}{13}}} = \sqrt{\tfrac{144}{25}}\ ;$$

donc la hauteur de la pyramide sera égale à $\sqrt{\frac{36}{25}}$.
Le double de la surface de la base sera

$$cl \times dh = \sqrt{\frac{75}{13}}.$$

Donc

$$6a^3 = \sqrt{\frac{36}{25} \cdot \frac{75}{13}} = \sqrt{\frac{432}{52}},$$

dont le logarithme est 0,4597402. Egalant cette valeur de log. $6a^3$ à la première, et dégageant log. *di*, on aura log. $di = -0,1658017$.

D'une autre part,

$$du = \frac{cl.dh}{ch} = \sqrt{\frac{\frac{75}{13} \cdot 1}{\frac{313}{52}}} = \sqrt{\frac{300}{313}};$$

donc le logarithme est $-0,92115$. Résolvant le triangle *iud* à l'aide des valeurs des logarithmes de *du* et *di*, on trouvera pour l'angle *dui* $44^d\ 12'\ 34''$, dont le supplément $135^d\ 47'\ 26''$ donne l'incidence cherchée.

Si l'on voulait avoir l'incidence de la même face, soit sur la base *adcb*, soit sur le pan *adhs*, on substituerait à *du*, dans le premier cas, une perpendiculaire menée du point *d* sur *cm*, et dans le second une perpendiculaire menée du même point sur *hm*.

On aurait pu, en suivant la marche qui sera tracée par la solution analytique, évaluer en nombres radicaux le produit $h\varepsilon \times cm$, ou la surface du triangle *chm*, de manière à n'avoir qu'un seul triangle à résoudre, savoir, *iud*. Mais comme toutes les formes primitives ne se prêtent pas à cette évaluation, j'ai

cru devoir préférer une méthode qui est applicable à tous les cas.

48. Nous allons passer maintenant à la détermination de la formule générale, et nous supposerons qu'elle se rapporte à une face produite par un décroissement quelconque sur l'angle *adc* de la base, et dont il s'agit de déterminer l'incidence sur le pan *cdhg*.

Soit *ag* (fig. 69) le prisme rhomboïdal qui représente la forme primitive. Quelle que soit la loi du décroissement, on pourra toujours faire passer dans le prisme un plan *cnm* parallèle à la face produite, de manière qu'il intercepte un des côtés de la base qui, dans le cas présent, est le côté *cd*. Soit toujours *di* la hauteur de la pyramide triangulaire interceptée par le plan dont il s'agit, et dont on suppose le sommet situé en *d*. Soit de même *du* une perpendiculaire sur *cn*; si nous menons *ui*, l'angle *dui* sera encore celui qui mesure l'incidence demandée. Il s'agit donc de trouver les valeurs algébriques des lignes *di* et *du*. Nous commencerons par la première.

Soit $n\varepsilon$ une perpendiculaire sur *cm*. Désignant par a^3 la solidité de la pyramide, nous aurons

$$6a^3 = cm \,.\, n\varepsilon \,.\, di.$$

Supposons maintenant le sommet en *m*, auquel cas *cdn* sera la base. Menons *cl* et *cy* perpendiculaires l'une sur *dh*, l'autre sur *bf*, puis ayant complété le

rhombe $cysl$, menons cn perpendiculaire sur ys. Il est facile de voir que la hauteur de la pyramide ou la ligne menée du point m perpendiculairement sur $cdhg$ sera parallèle à cn, puisque celle-ci est perpendiculaire sur les deux plans $cdhg$, $basf$. Désignons cette hauteur par $r \times cn$, r étant une fraction que nous déterminerons plus bas. Nous aurons

$$6a^3 = du \,.\, cn \,.\, r \,.\, cn.$$

Mais

$$du = \frac{cl \,.\, dn}{cn}, \text{ et } cn = \frac{cs \,.\, yx}{sy} = \frac{cs \,.\, yx}{cl}.$$

Substituant les valeurs de du et cn dans l'équation précédente, nous aurons

$$6a^3 = dn \,.\, r \,.\, cs \,.\, yx.$$

Egalant les deux valeurs de $6a^3$,

$$cm \,.\, n\varepsilon \,.\, di = dn \,.\, r \,.\, cs \,.\, yx;$$

donc

$$di = \frac{dn \,.\, r \,.\, cs \,.\, yx}{cm \,.\, n\iota}.$$

Il s'agit donc de trouver les valeurs des quantités qui composent le second membre.

Désignons par x le nombre d'arêtes de molécules renfermées dans cd, par y celui que contient dm, et par n le nombre de rangées soustraites. Nous aurons

$cs = 2px$ (1); do ou $yx = gx$, dh ou $as = hx$, $dn = \frac{h}{n}$,

(1) Je substitue ici sur-le-champ à la place de p', g' qui

$$ac = \sqrt{x^2(4p^2+h^2)},\ ao = \sqrt{x^2\left(\frac{4p^2+h^2}{4}\right)},$$

$$dc \text{ ou } ad = \sqrt{(do)^2+(ao)^2} = \sqrt{x^2\left(\frac{4g^2+4p^2+h^2}{4}\right)},$$

$$dm = \sqrt{y^2\left(\frac{4g^2+4p^2+h^2}{4}\right)}.$$

Nous avons déjà $dn = \frac{h}{n}$. Pour avoir la valeur de r, je considère que la hauteur de la pyramide, dont le sommet est supposé en m, est à la ligne cn comme $dm : ad :: y : x$; donc $r \cdot cn : cn :: y : x$; donc $r = \frac{y}{x}$.

La valeur de cs, telle que nous l'avons donnée plus haut, est $2px$, et celle de yx est gx. Reste à trouver les expressions de cm et de $n\varepsilon$. Cherchons d'abord la première.

Si nous menons $m\tau$ perpendiculaire sur ac, nous aurons

$$cm = \sqrt{(c\tau)^2+(m\tau)^2},\ c\tau = ac - a\tau,\ am : a\tau :: ad : ao,$$

ou

$$x - y : a\tau :: x : x\sqrt{\frac{4p^2+h^2}{4}};$$

---

représentent les demi-diagonales relatives à la molécule, les quantités p, g, qui représentent les mêmes lignes prises sur la forme primitive, parce que les unes étant en rapport avec les autres, le résultat du calcul n'en éprouve aucun changement.

donc

$$a\tau = (x - y)\sqrt{\frac{4p^2 + h^2}{4}};\ \text{mais}\ ac = x\sqrt{4p^2 + h^2};$$

donc

$$c\tau = (x + y)\sqrt{\frac{4p^2 + h^2}{4}}.$$

Cherchons $m\tau$.

$$am : ad :: m\tau : do,\ \text{ou}\ x - y : x :: m\tau : gx;$$

donc

$$m\tau = (x - y)g;$$

donc

$$cm = \sqrt{(x + y)^2 \frac{4p^2 + h^2}{4} + (x - y)^2 g^2}.$$

La valeur de $n\varepsilon$ que nous avons réservée pour la dernière est celle qui exige le plus de calcul. Pour la trouver, prenons d'abord $s\psi$ perpendiculaire sur ac, ensuite $d\gamma$ parallèle à ac et située sur le prolongement du rhombe $abcd$, puis $n\gamma$ perpendiculaire sur $d\gamma$. Il est visible que $n\gamma$ sera parallèle à $s\psi$, et puisque nd est parallèle à sa, les triangles $nd\gamma$, $sa\psi$, seront semblables. Par une suite nécessaire $n\gamma$ sera perpendiculaire sur le prolongement du rhombe $abcd$; mais $n\varepsilon$ est perpendiculaire sur la commune section cm des plans cmn, acd; donc si nous menons $\gamma\varepsilon$, le triangle $\varepsilon\gamma n$ sera rectangle en γ. Donc

$$n\varepsilon = \sqrt{(n\gamma)^2 + (\gamma\varepsilon)^2}.$$

Cherchons d'abord la valeur de $n\gamma$. Les triangles

semblables $nd\gamma$, $sa\psi$, donnent

$$n\gamma : dn :: s\psi : as :: cs : ac :: 2px : x\sqrt{4p^2+h^2},$$

ou

$$n\gamma : \frac{h}{n} :: 2p : \sqrt{4p^2+h^2};$$

donc

$$n\gamma = \frac{h}{n}\sqrt{\frac{4p^2}{4p^2+h^2}}.$$

Reste à trouver la valeur de $\gamma\varepsilon$. Prolongeons cm et γd jusqu'à ce qu'elles se rencontrent en ζ; menons ensuite $d\vartheta$ parallèle à $\gamma\varepsilon$, et qui sera perpendiculaire sur $c\zeta$, ou sur cm prolongée, puisque $\gamma\varepsilon$ est aussi perpendiculaire sur cm, par la construction. Les triangles semblables $\gamma\zeta\varepsilon$, $d\zeta\vartheta$ donnent

$$d\zeta : \gamma\zeta :: d\vartheta : \gamma\varepsilon.$$

Cherchons successivement $d\zeta$, $\gamma\zeta$ et $d\vartheta$.

1°. Pour $d\zeta$. Les triangles acm, $d\zeta m$, étant semblables, nous aurons

$$ac : am :: d\zeta : dm;\quad ac = x\sqrt{4p^2+h^2},$$
$$am = ad - dm = (x-y)\sqrt{\frac{4g^2+4p^2+h^2}{4}}.$$

donc

$$x\sqrt{4p^2+h^2} : x-y :: d\zeta : y;$$

donc

$$d\zeta = \frac{xy}{x-y}\sqrt{4p^2+h^2} = \frac{xy}{x-y}(4p^2+h^2)\sqrt{\frac{1}{4p^2+h^2}}.$$

2°. Pour $\gamma\zeta$. Nous avons $\gamma\zeta = d\zeta + d\gamma$,

$$d\gamma : dn = \frac{h}{n} :: a\psi : rs :: as : ac :: h : \sqrt{4p^2 + h^2}.$$

donc

$$d\gamma = \frac{h^2}{n}\sqrt{\frac{1}{4p^2 + h^2}};$$

donc

$$\gamma\zeta = \frac{xy}{x-y}\sqrt{4p^2 + h^2} + \frac{h^2}{n}\sqrt{\frac{1}{4p^2 + h^2}}$$
$$= \left(\frac{xy}{x-y}(4p^2 + h^2) + \frac{h^2}{n}\right)\sqrt{\frac{1}{4p^2 + h^2}}.$$

Comparant tout de suite les valeurs de $d\zeta$ et $\gamma\zeta$, nous aurons

$$d\zeta : \gamma\zeta :: \frac{xy}{x-y}(4p^2 + h^2) : \frac{xy}{x-y}(4p^2 + h^2) + \frac{h^2}{n}$$
$$:: 1 : 1 + \frac{h^2(x-y)}{nxy(4p^2 + h^2)}.$$

3°. Pour $d\vartheta$. Cette ligne étant la hauteur du triangle cmd, en prenant cm pour la base, si nous menons $m\pi$ perpendiculaire sur cd considérée comme base à son tour, nous aurons

$$d\vartheta = \frac{dc \, . \, m\pi}{cm}.$$

Ayant déjà les valeurs de dc et de cm, cherchons celle de $m\pi$. Soit $a\sigma$ une perpendiculaire sur cd,

ou, ce qui revient au même, une parallèle à $m\pi$.

$$a\sigma = \frac{do.ac}{ad} = gx \,.\, \frac{x\sqrt{4p^2+h^2}}{x\sqrt{\frac{4g^2+4p^2+h^2}{4}}}$$

$$= gx\sqrt{\frac{16p^2+4h^2}{4g^2+4p^2+h^2}},$$

$\mu\pi : a\sigma :: dm : ad$, ou $\mu\pi : gx\sqrt{\frac{16p^2+4h^2}{4g^2+4p^2+h^2}} :: y : x$;

donc

$$m\pi = gy\sqrt{\frac{16p^2+4h^2}{4g^2+4p^2+h^2}};$$

donc

$$d\vartheta = \frac{\sqrt{\frac{x^2(4g^2+4p^2+h^2)}{4}} \times gy\sqrt{\frac{16p^2+4h^2}{4g^2+4p^2+h^2}}}{\sqrt{(x+y)^2\frac{4p^2+h^2}{4}+(x-y^2g)^2}}$$

$$= \sqrt{\frac{g^2x^2y^2(4p^2+h^2)}{(x+y)^2\frac{4p^2+h^2}{4}+(x-y)^2g^2}}.$$

Donc la proportion $d\zeta : \gamma\zeta :: d\vartheta : \gamma\varepsilon$ devient

$$1 : 1+\frac{h^2(x-y)}{nxy(4p^2+h^2)} :: \sqrt{\frac{g^2x^2y^2(4p^2+h^2)}{(x+y)^2\frac{4p^2+h^2}{4}+(x-y)^2g^2}} : \gamma\varepsilon.$$

Réunissant les valeurs de $n\gamma$ et $\gamma\varepsilon$, on aura

$n\varepsilon$ ou $\sqrt{(\gamma\varepsilon)^2+(n\gamma)^2} =$

$$\sqrt{g^2x^2y^2\left[\left(1+\frac{h^2(x-y)}{nxy(4p^2+h^2)}\right)^2\frac{4p^2+h^2}{(x+y)^2\frac{4p^2+h^2}{4}+(x-y)^2g^2}\right]+\frac{1}{n^2}.\frac{4p^2h^2}{4p^2+h^2}}.$$

Ayant trouvé les valeurs de *dn*, *r*, *cs*, *yx*, *cm*, *nε*, si on les substitue dans l'équation $di = \frac{dn.r.cs.yx}{cm.n\varepsilon}$, on aura

$$di = \frac{2\frac{h}{n}xy}{\sqrt{(x+y)^2\frac{4p^2+h^2}{4}+(x-y)^2g^2}}$$

$$\times \frac{gp}{\sqrt{g^2x^2y^2\left[\left(1+\frac{h^2(x-y)}{nxy(4p^2+h^2)}\right)^2\frac{4p^2+h^2}{(x+y)^2\frac{4p^2+h^2}{4}+(x-y)^2g^2}\right]+\frac{1}{n^2}\cdot\frac{4p^2h^2}{4p^2+h^2}}}.$$

Il ne s'agit plus que d'avoir l'expression de *du*.

Or,

$du = \frac{cl\,.\,dn}{cn}$, $cl = \sqrt{x^2(g^2+p^2)}$, $dn = \frac{h}{n}$,

$cn = \sqrt{(cl)^2+(nl)^2}$,

$nl = dn - dl = \frac{h}{n} - \frac{1}{2}hx = \frac{h}{2n}(2-nx)$;

donc

$$cn = \sqrt{x^2(g^2+p^2)+\frac{h^2}{4n^2}(2-nx)^2};$$

donc

$$du = \sqrt{\frac{x^2(g^2+p^2)\frac{h^2}{n^2}}{x^2(g^2+p^2)+\frac{h^2}{4n^2}(2-nx)^2}}.$$

J'ai supposé *dn* plus grande que *dl*; mais si elle était plus petite, on mettrait $nx-2$ à la place de $2-nx$, dans la valeur de *du*, ce qui ne serait pourtant pas nécessaire, puisque dans la même hypothèse $2-nx$ donnerait une quantité négative qui, étant élevée au carré, conduirait au véritable résultat.

Si l'on voulait faire une application du rapport précédent, on pourrait supprimer le facteur commun $\frac{xh}{n}$.

49. Donnons un exemple de cette application, dans l'hypothèse du décroissement représenté par ²E, la forme primitive étant encore celle du pyroxène. Nous aurons

$$g=\sqrt{\tfrac{36}{13}},\ p=\sqrt{3},\ h=1,\ x=2,\ y=1,\ n=\tfrac{1}{2},$$

ce qui donne, en supprimant le facteur commun,

$$du : di :: \sqrt{\frac{\frac{75}{13}}{4\cdot\frac{75}{13}+1}} : \sqrt{\frac{\frac{12\,.\,36}{13}}{\left(4\cdot\frac{36}{13}\cdot\frac{14^2}{13^2}\cdot\frac{\frac{13}{\ }}{9\cdot\frac{13}{4}+\frac{36}{13}}+4\cdot\frac{12}{13}\right)\left(9\cdot\frac{13}{4}+\frac{36}{13}\right)}},$$

et toute réduction faite, $:: \sqrt{2575} : \sqrt{1252}$, d'où l'on déduit pour l'incidence demandée $135^d 47' 25''$, c'est-à-dire la même valeur à laquelle nous étions déjà parvenus à l'aide du calcul numérique (p. 105).

Supposons maintenant que la face dont il s'agit de déterminer l'incidence sur le pan *cdhg* soit produite par un décroissement ordinaire sur l'angle *adc*. Dans ce cas on a $x=y$, ce qui fait disparaître en grande partie la complication que présente la formule pré-

cédente; alors *du* : *di*

$$::\sqrt{\frac{g^2+p^2}{g^2+p^2+\frac{h^2}{4n^2}(2-n)^2}}:\sqrt{\frac{4g^2p^2}{\left(g^2+\frac{1}{n^2}\cdot\frac{4p^2h^2}{4p^2+h^2}\right)(p^2+h^2)}}$$

$$::\sqrt{\frac{g^2+p^2}{g^2+p^2+\frac{h^2}{4n^2}(2-n)^2}}:\sqrt{\frac{4g^2p^2}{g^2(4p^2+h^2)+\frac{1}{n^2}\cdot 4p^2h^2}}.$$

Vérifions cette formule, en l'appliquant à l'incidence de M sur *s*, dans diverses variétés de pyroxène. Nous aurons

$$g=\sqrt{36},\ p=\sqrt{39},\ h=\sqrt{13},\ n=1,$$

n étant le nombre de demi-diagonales *g* soustraites,

$$du:di::\sqrt{\frac{75}{75+\frac{13}{4}}}:\sqrt{\frac{4.36.39}{36(169)+156.13}}$$

$$::\sqrt{\frac{4.75}{313}}:\sqrt{\frac{4.12.39}{12.169+52.13}}$$

$$::\sqrt{\frac{4.75}{313}}:\sqrt{\frac{4.36}{12.13+52}}::\sqrt{\frac{25}{313}}:\sqrt{\frac{12}{16.13}}$$

$$::\sqrt{5200}:\sqrt{3756}::\sqrt{1300}:\sqrt{939},$$

ce qui est le même rapport auquel j'étais parvenu par une méthode particulière, et dont j'avais déduit l'incidence cherchée, laquelle est de $121^d 48'$.

50. Les résultats qui viennent de nous occuper sont applicables à plusieurs variétés de pyroxène, parmi lesquelles je me contenterai d'en citer deux.

La première, qui est représentée fig. 70, porte le nom de *pyroxène triunitaire*. Son signe rap-

porté au noyau (fig. 47, pl. 35), est $\underset{M}{M^{I}}\underset{r}{H^{II}}\underset{l}{G^{I}}\underset{s}{E^{II}E}$.

Incidence de *s* sur *s*, 120^{d}; de M sur *s*, $121^{d}48'$; de *r* sur *s*, $103^{d}54'$; du pan opposé à M sur *s*, $101^{d}12'$.

Cette variété, qui est commune, se présente quelquefois sous des dimensions très différentes de celles qu'indiquent la figure. Dans ce cas les faces *s*, *s*, et celles qui leur sont opposées, se rapprochent du centre en même temps que les faces *r*, *r* s'en écartent. On serait tenté de donner alors au cristal la position que l'on voit (fig. 71), où les faces *s*, *s*, *l* représentent les pans d'un prisme, et les faces M, *r*, M, semblent terminer ce prisme par des sommets trièdres. Dans ces sortes de cas, on ajoute au nom de la variété le nom d'*anamorphique*, qui signifie *forme renversée*.

L'autre variété, qui est la plus composée de toutes celles qu'a offertes jusqu'ici le pyroxène, et que l'on voit (fig. 72), a pour signe

$$\underset{M}{M^{I}}\underset{r}{H^{II}}\underset{l}{G^{13}}\underset{o}{E}\underset{s}{E^{II}E}\underset{P}{P}\underset{t}{\overset{1}{A}}\underset{k}{({}^{I}A^{I}B^{I}G^{5})^{3}}\underset{u}{A^{I}}.$$

Je l'appelle *pyroxène octovigésimal*.

Incidence de *s* sur P, 150^{d}; de *o* sur *o*, $95^{d}28'$; de *o* sur *s*, $156^{d}39'$; de *o* sur la face *u* qui lui est adjacente derrière le cristal, 112^{d}; de *o* sur M, $145^{d}9'$; de *k* sur *l*, $109^{d}38'$; de *k* sur *r*, $146^{d}19'$; de *u* sur *u*, $131^{d}8'$; de *r* sur *u*, $126^{d}36'$; de P sur *t*, $147^{d}48'$.

Les faces *t* sont inclinées en sens contraire de la même quantité que les faces P.

51. L'arsenic sulfuré est une des substances qui ont pour forme primitive le prisme rhomboïdal. Telles sont ici les dimensions de ce prisme, que ses pans M, M (fig. 73), sont ceux qui font entre eux un angle aigu, et que de plus le rapport entre la grande diagonale de sa coupe transversale, et la petite est celui de $\sqrt{15}$ à $\sqrt{8}$, et que la perpendiculaire menée du point O sur l'extrémité inférieure de l'arête opposée à H est à l'une ou l'autre comme $\sqrt{5}$ à l'unité.

La figure 74 représente une variété de cette espèce que j'ai nommée *arsenic sulfuré décimal.* Son signe est $\underset{r}{{}^{1}G^{1}}\underset{M}{M^{3}}\underset{l}{H^{3}}\underset{P}{P}\underset{n}{\overset{3}{E}}\underset{s}{\overset{\frac{1}{2}}{B}}$. Incidence de M sur M, $72^{d}\,18'$; de P sur M, $103^{d}\,56'$; de *l* sur *l*, $111^{d}\,14'$; de M sur *l*, $160^{d}\,32'$; de M sur *r*, $143^{d}\,51'$; de P sur *n*, $159^{d}\,53'$; de M sur *n*, $120^{d}\,30'$; de *n* sur la face adjacente à *r* derrière le cristal, $93^{d}\,14'$; de M sur *s*, $139^{d}\,40'$; de *s* sur la face parallèle à P, $116^{d}\,24'$.

5°. *Décroissemens sur les bords inférieurs* D, D.

52. Les résultats relatifs à cette espèce de décroissement sont faciles à déduire de ceux qui concernent les décroissemens sur les bords B, B. La figure 52 (pl. 35) se trouve ici remplacée par la figure 75, dans laquelle *cm* représente l'arête sur laquelle se réunis-

sent les deux faces produites par le décroissement qui a lieu sur les bords *bc*, *dc*; *cr*, la distance entre le point *c* et la première lame de superposition, *rz* une parallèle à *sm*, *rl* une perpendiculaire sur *cz*, *ri* une parallèle à la diagonale *bd*, d'où il suit que l'angle *ilr* mesure la moitié de l'incidence des deux faces dont j'ai parlé.

Concevons que *cr* représente une diagonale oblique de molécule, auquel cas la distance entre chaque lame et la suivante, dans le sens de la largeur, sera mesurée par une rangée. Nous aurons

$$ir = 2g', \quad cr = \sqrt{4p'^2 + h'^2},$$

conformément à ce qui a été trouvé (p. 81).

Soit *casg* (fig. 76) le quadrilatère qui doit être substitué à celui de la figure 53, et *cm*, *am* (fig. 76) les mêmes lignes que figure 75. Menons *cs* (fig. 76), qui sera perpendiculaire sur *as*, puis *ay* perpendiculaire sur *cm*. Nous aurons

$$ir : rl \text{ (fig. 75)} :: 2g : am \text{ (fig. 76)};$$

d'où l'on conclura que $am = \frac{h}{n}$. Maintenant $ay = \frac{cs \cdot am}{cm}$, et en substituant les valeurs des quantités qui composent le second membre,

$$ay = \sqrt{\frac{4p^2 \frac{h^2}{n^2}}{4p^2 + h^2\left(\frac{n+1}{n}\right)^2}};$$

donc

$$ir\,(\text{fig. } 75) : rl :: g : \sqrt{\frac{p^2h^2}{4p^2n^2 + h^2(n+1)^2}}.$$

Pour trouver l'incidence des mêmes faces sur les pans *bcgf*, *dcgh*, nous nous servirons de la figure 77, qui est l'analogue de la fig. 54, pl. 35, et dans laquelle $c\lambda$ est censée coïncider avec la face produite par le décroissement qui a lieu sur *bc* (fig. 75), *ck* (fig. 77) mesure la distance entre *bc* (fig. 75) et la première lame de superposition, et *ck* (fig. 77) une parallèle à $\mu\lambda$. Il s'agit de trouver le rapport entre $c\eta$ et $\eta\lambda$. En adoptant ici pour $c\eta$, $\eta\zeta$ et $\zeta\mu$, les mêmes valeurs que plus haut (p. 75), et en faisant attention que $\eta\lambda$ ou $\eta\zeta + \zeta\lambda = \eta\zeta + \frac{\zeta\mu}{n} = g + \frac{g^2 + p^2}{gn} = \frac{g^2(n+1) + p^2}{gn}$,

on aura

$$c\eta : \eta\lambda :: \sqrt{(4g^2 + 4p^2 + h^2)\frac{p^2}{h^2}} : \frac{g^2(n+1) + p^2}{gn},$$

d'où l'on peut déduire l'incidence proposée. Je décrirai plus bas une variété d'amphibole qui offre un exemple de cette espèce de décroissement.

6°. *Décroissemens sur l'angle* O.

53. Considérons d'abord le cas où le décroissement agit parallèlement à la diagonale *bd* (fig. 75). Nous pouvons nous servir ici de la figure 76, relative aux décroissemens sur les bords inférieurs D, D, en supposant que *cm* représente la diagonale oblique de la

face produite par le décroissement. Dans cette hypothèse nous aurons encore $am = \frac{h}{n}$, n exprimant ici le nombre de diagonales soustraites, et

$$cs : sm :: 2p : h + \frac{h}{n} :: 2p : h\frac{(n+1)}{n},$$

ce qui suffit pour avoir l'incidence de la face dont il s'agit sur l'arête *cg* (fig. 75).

Pour trouver l'angle que fait la même face avec l'un quelconque des pans, tel que *cdhg* (fig. 75), nous pouvons appliquer ici le raisonnement que nous avons fait pour les décroissemens sur A (p. 87), en considérant le solide produit par le décroissement comme un nouveau prisme rhomboïdal, dans lequel les dimensions g et p seraient les mêmes que dans la forme primitive, mais qui différerait de celle-ci en ce que sa dimension en hauteur serait la ligne *sm* (fig. 76) ou $h\left(\frac{n+1}{n}\right)$, qu'il faudrait substituer à h. Nous pouvons donc employer ici le rapport $c\nu : \nu\zeta$ (fig. 46) qui nous a servi à déterminer en général l'incidence d'un prisme rhomboïdal sur le pan adjacent (p. 78); et en faisant la substitution indiquée dans la valeur algébrique du second terme de ce rapport, nous aurons

$$c\nu : \nu\zeta :: p : \sqrt{\frac{g^2h^2\left(\frac{n+1}{n}\right)^2}{4g^2 + 4p^2 + h^2\left(\frac{n+1}{n}\right)^2}}.$$

54. Je passe aux décroissemens qui suivent une loi intermédiaire, et pour en déterminer les résultats, je les comparerai à ceux des décroissemens qui ont lieu sur l'angle A. Dans cette comparaison, les figures 58, 59, 60, pl. 36, seront remplacées par les figures 78, 79 et 80. Ainsi $\gamma\delta$, $\epsilon\pi$ (fig. 78), représenteront les directions des nouveaux bords que le décroissement fait naître sur la première lame de superposition, dans l'hypothèse où la distance en largeur entre chaque lame et la suivante serait mesurée par une rangée. La ligne $c\zeta$ menée parallèlement à la diagonale *bd* jusqu'au prolongement de $\epsilon\pi$, mesurera la distance qui répond à la précédente dans le sens indiqué par le même parallélisme, et la partie $c\sigma$ de l'arête *cg* représentera la dimension en hauteur.

Dans la figure 79, où l'on voit les deux faces *msc*, *rsc*, que produit le décroissement, coupées par le plan *mcr* qui coïncide avec la base *bcda* (fig. 75) et par le plan vertical *msr*, l'angle *rlt* est celui qui mesure la moitié de l'incidence mutuelle des faces dont il s'agit.

Pour trouver le rapport de *rt* à *tl*, nous commencerons de même par chercher celui de *rt* à *ts*, qui est égal à celui de $c\zeta$ à $c\sigma$ (fig. 78). En raisonnant de ces deux lignes comme nous avons fait des lignes $a\nu$ et $a\sigma$ (fig. 58, p. 89), nous trouverons

$$c\zeta = \frac{2g'xy}{x-y},$$

dans l'hypothèse de $c\sigma = \frac{h'}{n}$; d'où nous conclurons que si l'on fait ts (fig. 79) $= \frac{h}{n}$, on aura $rt = \frac{2gxy}{x-y}$. Reste à déterminer la valeur de tl, au moyen de la figure 80. Or, $tl = \frac{ck.ts}{cs}$. Ayant déjà $ts = \frac{h}{n}$, nous chercherons la valeur de ct, qui nous conduira à celle de ck et de cs. Or, $ct : ts :: c\mu : c\sigma$. En appliquant à $c\mu$ le raisonnement que nous avons fait pour $a\pi$ (fig. 58), nous trouverons

$$c\mu \text{ (fig. 78)} = \frac{xy}{x+y} \sqrt{4p'^2 + h'^2};$$

donc

$$ct : ts \text{ (fig. 80)} :: \frac{xy}{x+y} \sqrt{4p^2 + h^2} : \frac{h}{n},$$

et puisque $ts = \frac{h}{n}$, on aura

$$ct = \frac{xy}{x+y} \sqrt{4p^2 + h^2}.$$

Maintenant

$$ck : ct :: 2p : \sqrt{4p^2 + h^2};$$

donc

$$ck = \frac{2pxy}{x+y}.$$

De plus

$$cs = \sqrt{(ck)^2 + (ks)^2}, \quad ks = tk + ts.$$

Mais puisque ct est égale à $\frac{xy}{x+y} \sqrt{4p^2 + h^2}$, tk aura

pour expression $\frac{hxy}{x+y}$; donc ks ou

$$tk + ts = \frac{hxy}{x+y} + \frac{h}{n} = \frac{h}{n} \cdot \frac{x+y+nxy}{x+y};$$

donc

$$cs = \sqrt{4p^2\left(\frac{xy}{x+y}\right)^2 + \frac{h^2}{n^2}\left(\frac{x+y+nxy}{x+y}\right)^2}.$$

Substituant dans l'équation $tl = \frac{ck \,.\, ts}{cs}$ les valeurs des quantités qui forment le second membre, et comparant rt avec tl (fig. 79), on trouvera, toute réduction faite,

$$rt : tl :: \frac{g}{x-y} : \frac{ph}{\sqrt{4p^2(nxy)^2 + h^2(x+y+nxy)^2}}.$$

Jusqu'ici les décroissemens qui viennent de nous occuper ne m'ont offert qu'une seule application relative à un corps qui n'est pas susceptible d'être décrit, parce que ce n'était qu'un fragment d'un cristal trop incomplet pour permettre de rétablir par la pensée ce qui lui manquait.

Décroissemens combinés.

55. Je me bornerai ici à deux problèmes qui sont jusqu'ici les seuls susceptibles d'application. Le premier est relatif à l'hypothèse dans laquelle étant donné un décroissement qui agit sur les angles E, suivant une loi ordinaire quelconque, on se propose

de déterminer le décroissement qui donne des faces inclinées en sens contraire de la même quantité. Dans le second problème, le décroissement donné agit sur les bords D, D, et l'inconnue qu'il s'agit de trouver est l'autre décroissement qui produit le même effet en sens contraire.

I. Hypothèse dans laquelle le décroissement dont la loi est connue agit sur les angles E.

Soient *eμγ*, *rμγ* (fig. 81), les faces produites par le décroissement sur E, et *aμe*, *aμr*, celles qui résultent de l'autre décroissement. Il peut y avoir ici trois cas différens. Le premier est celui où le décroissement sur E a lieu par une simple rangée, le second où il a lieu dans le sens de la hauteur, le troisième où il agit dans le sens de la largeur par deux rangées ou davantage.

1°. Pour le décroissement par une rangée.

Soit *ag* (fig. 82) la forme primitive; si l'on mène les diagonales *ac*, *cf*, *af*, *ch*, *ah*, le plan *afc* sera parallèle à la face produite en vertu du décroissement qui a lieu sur l'angle *cba*, et le plan *ahc* sera parallèle à la face qui résulte du décroissement sur l'angle *adc*. Or, les lignes *cf*, *ch*, étant inclinées en sens contraire et de la même quantité que les lignes *cb*, *cd*, l'angle *fch*, ou, ce qui revient au même, l'angle *cγr* (fig. 81) est égal à l'angle *bcd* ou *bad*. Mais l'angle *ear* (fig. 81) doit être égal de son côté à l'angle *eγr*, à cause de la similitude des faces produites par les deux décroissemens, d'où il est facile de conclure que le plan *ear*

coïncide avec la base *badc* (fig. 82), et que le second décroissement qui a pour lignes de départ les droites *ae*, *ar* (fig. 81) agit sur les bords *ab*, *ad*, ou B, B. Dans le même cas, si par un point quelconque *u* pris sur l'arête $a\mu$ on fait passer un plan *uzx* parallèle à la base du noyau, il est facile de voir que l'angle *zux* que font entre elles les communes sections de ce plan sur les faces $a\mu e$, $a\mu r$, est égal à l'angle *ear* ou *bad* (fig. 82).

Soit *n* la loi du décroissement sur les angles E, et n' celle du décroissement sur les bords B. Si nous menons μo, qui coïncide avec l'axe du cristal, et ensuite *eo* perpendiculaire sur cet axe, nous pourrons considérer le triangle $eo\mu$ comme étant mensurateur relativement aux deux décroissemens. Si on le rapporte au décroissement sur E, on aura

$$eo : o\mu :: 2gn : h,$$

n exprimant ici le nombre de diagonales soustraites; et si on le rapporte au décroissement sur B, on aura de même $eo : o\mu :: 2gn' : h$, avec cette différence qu'ici *n* représente le nombre de rangées soustraites. Donc $n' = n$. Or, $n = \frac{1}{2}$, ce qui est l'expression d'un décroissement par une simple rangée; donc, puisque l'on a aussi $n' = \frac{1}{2}$, le décroissement qui correspond au premier a lieu par deux rangées en hauteur sur les bords B.

2°. Pour le cas où le décroissement sur E a lieu dans le sens de la hauteur.

Si l'on suppose que les faces $e\mu\gamma$, $r\mu\gamma$ (fig. 81),

passent de la position relative au cas précédent à celle qui résulte d'une des lois dont l'action s'exerce dans le sens de la hauteur, il est facile de voir qu'elles se relèveront en partant des points e, r, et en faisant l'une avec l'autre des angles toujours plus aigus, à mesure que le nombre de rangées soustraites dans le même sens augmentera, ou, ce qui est la même chose, à mesure que la quantité n diminuera. Les faces $a\mu e$, $a\mu r$, suivront les mêmes variations, d'où il suit que l'angle zux sera toujours plus petit que bad (fig. 82).

Il suit de là que le décroissement qui produit alors ces dernières faces agit aussi sur l'angle E, mais par des directions telles que mn, $m'n'$ (fig. 82), relatives à un décroissement intermédiaire dans lequel x coïncide avec B, et y avec D.

Ayant mené par le point o (fig. 81) la ligne ol parallèle à la base du noyau, et ensuite les lignes el, rl, nous aurons un assortiment de lignes que nous pourrons assimiler à celui de la figure 65 (pl. 36), qui se rapporte à l'effet des décroissemens intermédiaires sur E, x étant dans le sens de B. Ainsi la ligne er (fig. 81) répondra à mo (fig. 65), le plan elr au plan mao qui est de même parallèle à la base du noyau, la ligne lo à la ligne ar, le plan vertical $e\mu r$ au plan myo, et la ligne $o\mu$ à la ligne ry.

Cela posé, nous aurons

$$eo : \mu o \text{ (fig. 81)} :: mr : ry \text{ (fig. 65)} :: \frac{2gn'xy}{x+y} : h \text{ (p. 99)}.$$

Mais si l'on considère le triangle $eo\mu$ (fig. 81) relati-

vement au décroissement ordinaire sur E, on aura

$$eo : o\mu :: 2gn : h; \text{ donc } \frac{n'xy}{x+y} = n.$$

D'une autre part

$$lo : o\mu :: ar : ry \text{ (fig. 65)} :: \frac{nxy}{x+y}\sqrt{4p^2+h^2} : h \text{ (p. 100)}.$$

Soit *acgs* (fig. 83) la coupe principale de la forme primitive, *az* une ligne inclinée de la même quantité en sens contraire que *ac*, et *pz* une parallèle à *as*, menée du milieu de *ac*; nous aurons

$$ap = \tfrac{1}{2}\sqrt{4p^2+h^2} \text{ et } pz = as = h.$$

Or, le triangle $ol\mu$ (fig. 81) est semblable au triangle *paz* (fig. 83); donc on aura aussi

$$lo : o\mu \text{ (fig. 81)} :: ap : pz :: \tfrac{1}{2}\sqrt{4p^2+h^2} : h,$$

et égalant les deux valeurs de *lo*,

$$\frac{n'xy}{x-y}\sqrt{4p^2+h^2} = \tfrac{1}{2}\sqrt{4p^2+h^2},$$

ou

$$\frac{n'xy}{x-y} = \tfrac{1}{2}, \text{ et } n'xy = \frac{x-y}{2};$$

cette valeur étant substituée dans l'équation $\frac{n'xy}{x+y} = n$, donne $\frac{x-y}{2x+2y} = n$, d'où l'on tire

$$x : y :: 2n+1 : 1-2n.$$

Connaissant x et y, on trouvera n', au moyen de l'équation $\frac{n'xy}{x-y} = \frac{1}{2}$, qui donne $n' = \frac{x-y}{2xy}$.

3°. Pour le cas où le décroissement sur E agit dans le sens de la largeur.

Concevons que les faces $e\mu\gamma$, $r\mu\gamma$ (fig. 81), après avoir pris la position relative au cas où $n=\frac{1}{2}$, s'abaissent en partant des points e, r, pour passer à l'une des positions qui résultent du décroissement en largeur sur E. L'angle qu'elles font entre elles deviendra plus ouvert, et la même chose ayant lieu par rapport à l'inclinaison respective des faces $a\mu e$, $a\mu r$, l'angle *zux* augmentera, c'est-à-dire qu'il sera plus grand que *bad* (fig. 82). Il en résulte que le décroissement qui produit alors ces dernières faces est intermédiaire sur *bad*, suivant des directions telles que *tu*, *t'u*.

En continuant de nous servir de la figure 81, nous pouvons la comparer à la figure 59 (pl. 36), qui se rapporte aux décroissemens intermédiaires sur A, et nous aurons d'abord

$$eo : o\mu \text{(fig. 81)} :: lf \text{ ou } pf : fe \text{(fig. 59)} :: \frac{2gxy}{x-y} : \frac{h}{n'}$$

$$:: \frac{2gn'xy}{x-y} : h \text{ (p. 90)}.$$

Donc

$$eo = \frac{2gn'xy}{x-y}.$$

Mais le triangle $eo\mu$ (fig. 81) appliqué au décroissement d'où naissent les faces $e\mu\gamma$, $r\mu\gamma$, donne

$$eo : o\mu :: 2gn : h;$$

d'où l'on conclura que $\frac{n'xy}{x-y} = n$. D'une autre part,

nous aurons

$$lo : o\mu :: af : fe \text{(fig. 60)} :: \frac{nxy}{x+y} \sqrt{4p^2 + h^2} : h \text{ (p. 91)},$$

et

$$lo : o\mu \text{ (fig. 81)} :: ap : pz :: \tfrac{1}{2} \sqrt{4p^2 + h^2} : h;$$

donc

$$\frac{n'xy}{x+y} = \tfrac{1}{2}, \text{ et } n'xy = \frac{x+y}{2}.$$

Mettant cette dernière expression à la place de $n'xy$ dans l'équation $\frac{n'xy}{x-y} = n$, nous aurons

$$\frac{x+y}{2x-2y} = n,$$

d'où l'on tire

$$x : y :: 2n+1 : 2n-1.$$

A l'égard de n', on l'obtiendra en mettant l'équation $\frac{n'xy}{x+y} = \frac{1}{2}$ sous la forme $n' = \frac{x+y}{2xy}$.

Dans les deux cas dont j'ai parlé d'abord, les deux décroissemens qui se combinent pour produire le sommet du cristal, agissent simultanément dès le premier instant, en partant des angles E, E, ou *abc*, *adc* (fig. 82). Mais dans le dernier cas, où le point *a* est le terme de départ du décroissement qui produit les faces $a\mu e$, $a\mu r$ (fig. 81), ce décroissement agit d'abord seul, de manière que les lames de superposition sont constantes par leurs bords analogues à *cb*,

cd (fig 82); et lorsque le décroissement a atteint les angles E, E, auquel cas *by* et *dr* représentent les bords tournés vers *a* sur la lame de superposition qui répond à ce terme, le décroissement sur E commence à agir conjointement avec le premier, pour produire les faces $e\mu\gamma$, $r\mu\gamma$ (fig. 81), et les deux actions tendent, comme de concert, vers le but de la cristallisation.

56. Les deux variétés que je vais citer comme exemples, et qui appartiennent à l'amphibole, offrent, ainsi que plusieurs autres de la même espèce, une singularité assez remarquable. Elle consiste en ce que les deux sommets diffèrent entre eux par leur configuration, en sorte que les lois de décroissement qui la déterminent varient d'un sommet à l'autre pour produire des faces différemment inclinées, en même temps qu'elles s'assimilent sur un seul sommet, en donnant naissance à des faces également inclinées en sens contraire (1).

La première des variétés dont il s'agit est représentée (fig. 84). Je la nomme *amphibole équi-différent*, parce que les nombres qui désignent les faces

(1) On pourrait expliquer cette singularité, au moins dans certains cristaux, à l'aide d'un jeu de cristallisation du genre de celui que j'ai nommée *hémitropie*, et dont je parlerai dans la suite. Quoi qu'il en soit, il est bon de démontrer que la théorie satisfait, dans tous les cas, à l'hypothèse où la cristallisation produirait chaque forme comme d'un seul jet.

du sommet inférieur, celles du sommet supérieur et celles du prisme, savoir, les nombres 2, 4, 6, procèdent comme les termes d'une suite arithmétique par des différences égales. Le signe rapporté au noyau (fig. 55, pl. 35) est

$$\underset{M}{M^{I}}\,\underset{x}{G^{I}}\,\underset{l}{\overset{1}{E}}\ \overset{1.0}{e}\ \underset{r}{\overset{\frac{1}{2}}{B}}\ {}^{\frac{1}{2}}b^{\cdot\cdot}\ \underset{y}{\overset{1}{a}}\ \overset{1.0}{A}\ \underset{p}{p}P^{o}.$$

La face y du sommet inférieur qui résulte du décroissement $\overset{1}{a}$ a la même inclinaison en sens contraire que la face p. Ce n'est encore ici qu'un cas particulier d'un problème général, qui a pour but de déterminer le rapport entre la loi n' d'un décroissement qui agit sur A, et la loi n d'un autre décroissement qui agit sur O, avec la condition que les faces produites de part et d'autre soient inclinées de la même quantité sur les pans correspondans. Ce problème étant facile à résoudre, je me contente d'en indiquer ici le résultat, qui donne

$$n' = \frac{n}{n+1} \text{ et } n = \frac{n'}{1-n'}.$$

Dans le cas présent, n étant infinie, l'unité disparaît devant elle, et l'équation $n' = \frac{n}{n+1}$ devient $n' = \frac{n}{n} = 1$. Les faces l, r, du sommet supérieur sont relatives au premier problème résolu ci-dessus. (*Voyez* p. 124 et 125.) Ici, $n' = n = \frac{1}{2}$, ce qui indique d'une part le décroissement $\overset{\frac{1}{2}}{B}$ pour la face r, et d'une autre part le décroissement $\overset{1}{E}$ pour la face l.

Incidence de p sur y, 150^{d}6′; de l sur l, ou de r sur r, 149^{d}38′; de M sur l, ou de la face opposée à M sur r, 110^{d}2′; de l ou de r sur x, 105^d 11′.

La seconde variété que l'on voit (fig. 85), et que j'appelle *amphibole sexdécimal*, diffère de la précédente par l'addition des facettes z, z' à celles du sommet inférieur. Son signe est

$$\begin{array}{l} \quad\;\;\; 1 \;\; 1.0\,\tfrac{1}{2} \;\; \tfrac{1}{2}.0 \;\; 1 \;\; 1.0\,\tfrac{1}{2} \\ M^1G^1E \;\; e\,B \;\; b \;\; a \;\; A \;\; ee^3pP^0. \\ M \;\; x \;\; l \;\; r \;\; y \;\; z'z\,p \end{array}$$

Les facettes z, z', se rapportent au cas où le décroissement qui a lieu sur E agit dans le sens de la hauteur. Ici $n=\frac{1}{4}$; donc le rapport de x à y, ou de $2n+1$ à $1-2n$ devient celui de 3 à 1; donc la valeur de n' ou $\frac{x-y}{2xy}$ est $\frac{1}{3}$. Or, il est aisé de voir qu'alors le décroissement qui est intermédiaire, lorsqu'on le considère relativement à l'angle *adc* (fig. 82) de la base du noyau, se change en un décroissement ordinaire par trois rangées sur l'angle *adh* du pan *dash*. On doit donc alors substituer au signe $(\overset{\frac{1}{3}}{E}B^3D^1)$ le signe E^3 qui est plus simple.

II. Hypothèse dans laquelle le décroissement dont la loi est connue agit sur les bords D, D.

57. Soient $e\nu\gamma$, $r\nu\gamma$ (fig. 86) les faces qui résultent du décroissement sur D, et $\lambda\nu e$, $\lambda\nu r$, celles que produit le décroissement qui se combine avec le précédent. Il est d'abord évident que les arêtes $e\gamma$, γr,

qui sont les lignes de départ du décroissement sur D, ont les mêmes positions que les bords *bc*, *dc* (fig. 87) de la base du noyau. Or, si nous menons les diagonales *bs*, *ds*, les triangles *bcd*, *bsd*, ayant pour commune intersection l'horizontale *bd*, et de plus leurs angles *c*, *s* étant à la même hauteur, les lignes *bs*, *ds*, ont sur les plans *basf*, *dasl*, des positions semblables à celles des lignes *bc*, *cd*, sur les plans *bcgf*, *dcgl*. Donc, puisque tout est de même de part et d'autre dans les positions des faces produites par les deux décroissemens, les arêtes *eλ*, *rλ* (fig. 86), considérées comme étant les lignes de départ du décroissement d'où résultent les faces *λve*, *λvr*, sont situées comme les diagonales *bs*, *ds*, et ainsi le décroissement dont il s'agit a lieu dans tous les cas suivant une loi ordinaire relativement aux angles *bas*, *das* (fig. 87), en sorte que la différence ne dépend que de la quantité *n'* qui indique le nombre de rangées soustraites.

Menons *er* (fig. 86), puis abaissons *vo* perpendiculairement sur cette dernière ligne. Si nous rapportons au plan *evr* l'effet du décroissement qui agit sur D, nous pourrons considérer le triangle *evo* comme étant mensurateur relativement à ce plan, et nous aurons $eo : ov :: 2gn : h$, n exprimant ici le nombre de rangées soustraites ; donc, si nous faisons $ov = h$, $2gn$ sera la valeur de eo.

Maintenant, si par la ligne *er* nous faisons passer un plan *etr* parallèle à la base du noyau, et si nous

rapportons à cette base l'effet du décroissement qui agit sur A, auquel cas il devient intermédiaire, les lignes *et*, *tr*, répondront aux lignes *be* et *de* (fig. 82), qui représentent les directions d'un décroissement du même genre. Or, dans ce dernier cas, x indique le nombre d'arêtes de molécule soustraites le long de *ab*, y celui d'arêtes soustraites le long de *ay*, et $\frac{1}{n}$ celui d'arêtes comprises dans la dimension qui répond à *as*; et si l'on considère le triangle *evo* comme étant mensurateur à l'égard du décroissement dont il s'agit, nous aurons

$$eo : ov :: \frac{2gn'xy}{x-y} : h \text{ (p. 90)};$$

donc

$$\frac{2gn'xy}{x-y} = 2gn, \text{ ou } \frac{n'xy}{x-y} = n.$$

Mais, d'une autre part, lorsque l'on rapporte l'effet du décroissement aux angles latéraux *bas*, *das* (fig. 87), si l'on suppose que la distance entre chaque lame et la suivante soit mesurée par une simple rangée, en reportant sur la dimension située dans le sens de *ab* ou *ad* le nombre de rangées soustraites, les quantités x et $\frac{1}{n'}$ deviennent égales chacune à l'unité, et la quantité y devient $\frac{1}{2n'}$ (1). Faisant

(1) Je mets ici $\frac{1}{2n'}$ au lieu de $\frac{1}{n'}$, parce que $\frac{1}{2n'}$ indique dans le cas présent le nombre de diagonales soustraites, qui est double du nombre de rangées soustraites.

donc $x=1$, $\frac{1}{n'}=1$, ou $n'=1$ et $y=\frac{1}{2n'}$ dans l'équation $\frac{n'xy}{x-y}=n$, nous aurons $\frac{1}{2n'-1}=n$, et $n'=\frac{n+1}{2n}$.

Ici revient l'observation déjà faite plus haut (p. 129), sur la différence des époques auxquelles correspondent les deux origines des décroissemens. Celui qui produit les faces *ev*λ, *rv*λ (fig. 86), agit d'abord seul en partant de l'angle *a* (fig. 82), jusqu'à ce qu'il ait atteint les angles *b*, *d*; à ce terme l'autre décroissement prend naissance, et son action combinée avec celle du premier complète le sommet du cristal.

Il existe une variété d'amphibole représentée (fig. 88), que j'ai nommée *amphibole surcomposé*, et qui réunit à la combinaison dont il s'agit ici une de celles dont j'ai parlé précédemment. Son signe est

$$\underset{M}{M^1}\,\underset{x}{G^1}\,\underset{l}{\overset{1}{E}}\;\overset{1.0}{e}\;\underset{r}{\overset{\frac{1}{2}}{B}}\,\underset{c}{\overset{\frac{1}{3}}{E}}(\overset{\frac{1}{4}}{E}\underset{c'}{D^1}B^2)\underset{y}{\overset{1}{a}}\;\overset{1.0}{A}\;\underset{p}{p}P^{03}\underset{n}{\overset{0.3}{a^3}}\;\underset{k}{\overset{3.0}{A}}\;\overset{\frac{1}{2}}{d}\,\overset{\frac{1}{2}.0}{D}.$$

Les facettes *c* étant le résultat d'un décroissement par trois rangées en hauteur sur les angles E, la quantité n qui indique ce décroissement a pour expression $\frac{1}{6}$. On aura donc, pour le décroissement intermédiaire qui donne les facettes c',

$$x:y \text{ ou } 2n+1:1-2n::\tfrac{2}{6}+1:1-\tfrac{2}{6}::2:1,$$

et la valeur de n' ou $\frac{x-y}{2xy}$ sera $\frac{1}{4}$. (*Voyez* p. 127.)

Les facettes k, n, appartiennent à l'hypothèse qui est l'objet de cet article. La valeur de n qui représente la loi du décroissement d'où dépendent les premières étant $\frac{1}{2}$, l'équation $n' = \frac{n+1}{2n}$ donne $n' = \frac{3}{2}$, ce qui indique pour les facettes n un décroissement par trois rangées sur les angles fgc, lgc.

58. Parmi les variétés qui dérivent d'un prisme rhomboïdal oblique, on en trouve dans lesquelles les pans M, M (fig. 89), se combinent avec des faces produites par des décroissemens sur les angles E et sur les arêtes longitudinales H, G. Telle est celle que représente la fig. 90. L'incidence mutuelle des faces o, qui résultent du décroissement sur E, se détermine à l'aide d'une formule que j'ai donnée, et, en prenant le supplément de sa moitié, on a celle de o sur y, qui résulte du décroissement 'G'. J'ajouterai ici la manière de déterminer celle de o sur x, produite par le décroissement 'H'.

Pour y parvenir, je fais passer par un point t pris à volonté sur l'arête su un plan ltr perpendiculaire à l'axe. Ce plan détache une pyramide triangulaire représentée fig. 91. Je mène lr, ensuite la hauteur sc de la pyramide, puis ct. Je mène ensuite tz perpendiculaire sur ls, puis cz. L'angle czt mesurera l'incidence de o (fig. 90) sur le pan parallèle à x, et son supplément donnera celle de o sur x.

Soient toujours g, p, les demi-diagonales de la coupe transversale du prisme (fig. 89), et h la ligne $A\gamma$

limitée par la perpendiculaire $O\gamma$. On aura toujours $ct:cs$ (fig. 91) $::2p:h$. Soit $ct=2p$; donc $cs=h$. Or, ch étant dans le sens de la diagonale menée de E en E, qui est celui suivant lequel agit le décroissement qui donne les faces o, o (fig. 90), si l'on désigne par n l'exposant du décroissement, on aura $cl=2gn$.

Maintenant

$$ls=\sqrt{cl^2+cs^2}=\sqrt{4g^2n^2+h^2},\ d=2gn,\ ct=2p,$$

$$cs=h,\ cz=\frac{cl.cs}{ls}=\sqrt{\frac{4g^2n^2h^2}{4g^2n^2+h^2}}.$$

Donc

$$ct:cz::\ \sqrt{4p^2g^2}:\sqrt{\frac{4g^2n^2h^2}{4g^2n^2+h^2}}.$$

Connaissant ct et cz, on en déduira la valeur de l'angle czt que l'on cherche.

DU PRISME RHOMBOÏDAL DROIT.

Nous avons profité des rapports qui existent entre le prisme rhomboïdal oblique et le rhomboïde, pour faire dériver les formules qui concernent le premier de celles qui leur correspondent dans la théorie dont l'autre est l'objet. L'analogie du prisme rhomboïdal droit avec celui qui est oblique va de même nous servir à établir une relation entre les calculs qui regardent ces deux espèces de prisme. Pour concevoir en quoi consiste cette relation, supposons que dans le prisme rhomboïdal représenté fig. 46, pl. 35, les bases en restant fixes par les points a, s, se relèvent

peu à peu jusqu'à ce qu'elles soient devenues horizontales, de manière que les pans conservent leurs positions. La diagonale *bd* (et il en faut dire autant de celle de la base inférieure) n'aura subi aucune variation dans sa longueur; mais l'autre diagonale *ac* sera devenue égale à *es*, d'où il suit que la quantité $2p$ devra être substituée, dans le calcul, à la quantité $\sqrt{4p^2+h^2}$. Les constructions destinées à représenter les effets des décroissemens éprouveront des modifications semblables. Par exemple, dans la fig. 53, qui se rapporte à un décroissement sur l'angle A, la ligne *ac* est censée s'être relevée par son extrémité *c*, jusqu'à ce qu'elle coïncide avec l'horizontale *ak*, d'où il suit que l'expression de *ck* s'évanouit dans les calculs. D'après ces considérations, il est facile de faire subir aux formules que nous a données le prisme oblique, les transformations nécessaires, pour les rendre applicables au prisme droit. Je ne parlerai point de celles qui concernent les décroissemens sur les bords latéraux G, H (fig. 92), parce que la marche qui y conduit est si simple qu'elle se présente comme d'elle-même.

1°. *Décroissemens sur les bords* B *de la base.*

59. Soit $\gamma\pi\upsilon\varphi\sigma$ (fig. 93) la pyramide droite qui résulte de cette espèce de décroissement, et $\gamma\nu o$ l'angle qui mesure la moitié de l'incidence de $\gamma\sigma\pi$ sur $\upsilon\sigma\pi$. Si l'on compare le décroissement dont il s'agit avec celui qui agit sur les bords inférieurs du

prisme oblique, le rapport *ir* à *rl* (fig. 75) sera celui auquel doit être substitué le rapport γo à $o\sigma$.

Or, la valeur de *ir* qui est $2g$ (p. 118), reste la même. Mais parce que dans la valeur de *rl* ou de *ay* (fig. 76), *sm* ou $h + \frac{h}{n}$ devient simplement *am* ou $\frac{h}{n}$, on aura $h\frac{(n+1)}{n} = \frac{h}{n}$, ce qui donne $n = 0$. Supprimant donc la quantité n dans le second terme du dénominateur de la fraction qui représente *rl* (p. 118), on aura

$$\gamma o : o\eta \text{ (fig. 93)} :: g : \sqrt{\frac{p^2h^2}{4p^2n^2 + h^2}}.$$

Soit $o\mu\pi$ l'angle qui mesure la moitié de l'incidence de $\gamma\sigma\pi$ sur $\gamma\sigma\phi$; pour avoir le rapport du sinus $o\pi$ au cosinus $o\mu$, il suffira de mettre dans le rapport précédent g à la place de p, et réciproquement, ce qui donne

$$o\pi : o\mu :: p : \sqrt{\frac{g^2h^2}{4g^2n^2 + h^2}}.$$

Maintenant, si l'on mène $o\nu$ perpendiculaire sur $\gamma\pi$, puis $\nu\sigma$, l'angle $\nu\sigma o + 90^d$ mesurera l'incidence de $\gamma\sigma\pi$ sur une face parallèle à la base P (fig. 92) et l'angle $\sigma\nu o + 90^d$ mesurera l'incidence de $\gamma\sigma\pi$ sur le pan M. Or, dans le rapport $c\eta : \eta\lambda$ (fig. 77) qui est l'analogue de celui de $o\nu$ à $o\sigma$ (fig. 93), l'expression de $c\eta$ ou $\sqrt{(4g^2 + 4p^2 + h^2)\frac{p^2}{h^2}}$ (p. 119) devient $\sqrt{(4g^2 + 4p^2)\frac{p^2}{h^2}}$, d'après ce qui a été dit

p. 138, et celle de $\nu\lambda$ ou $g+\frac{g^2+p^2}{gn}$ se réduit à $\frac{g^2+p^2}{gn}$, parce que $\nu\zeta$ (fig. 77), qui est représentée par g s'évanouit. On aura donc

$$o\nu : o\sigma \text{ (fig. 93)} :: \sqrt{(g^2+p^2)\frac{4p^2}{h^2}} : \frac{g^2+p^2}{gn} :: \frac{2gp}{h} : \sqrt{\frac{g^2+p^2}{n^2}}.$$

60. L'espèce de décroissement qui vient de nous occuper existe dans une variété de baryte sulfatée représentée (fig. 94), et dont j'ai développé la structure (t. I, p. 67). Elle n'est autre chose que la forme primitive augmentée de deux pyramides naissantes qui reposent sur ses bases, ce qui a suggéré le nom de *sub-pyramidée* que porte cette variété. Son signe est $\underset{\text{M}}{\text{M}}\underset{\text{P}}{\text{P}}\overset{\frac{1}{2}}{\underset{z}{\text{B}}}$. Les dimensions de la forme primitive, déjà indiquées au même endroit, donnent $g=\sqrt{12}$, $p=\sqrt{8}$, $h=\sqrt{21}$; de plus, on a $n=\frac{1}{2}$. D'après ces données, on trouve pour l'incidence de M sur M, 101ᵈ 32′ 13″; pour celle de M sur z, 154ᵈ 26′ 52″; pour celle de P sur z, 115ᵈ 33′ 8″; pour celle de z sur z, 110ᵈ 25′ 58″; et pour celle de z sur la face de retour, 91ᵈ 19′ 56″.

2°. *Décroissemens sur les angles* E, E.

61. Si le décroissement est ordinaire, sa détermination ne souffre aucune difficulté. Dans le triangle mensurateur le côté appliqué sur la base P (fig. 92)

est au côté vertical :: $2gn : h$; d'où l'on déduit l'incidence mutuelle des deux faces produites par le décroissement, et l'incidence des mêmes faces sur celles qui sont parallèles aux bases P.

La position horizontale de ces bases fait disparaître la complication inévitable dans la formule relative à l'incidence des faces dont il s'agit sur les pans de la forme primitive, lorsque celle-ci est un prisme oblique. Soit $ac\varepsilon$ (fig. 95) un plan parallèle à la face produite par le décroissement qui a lieu sur l'angle E situé à droite (fig. 92). Si l'on mène $\varepsilon\mu$ perpendiculaire sur ac (fig. 95), $d\vartheta$ perpendiculaire sur $\varepsilon\mu$, et dk perpendiculaire sur $c\varepsilon$, il est facile de voir que cette dernière ligne étant prise pour le rayon, $d\vartheta$ sera le sinus de l'incidence de $dc\varepsilon$ sur $ac\varepsilon$, laquelle est égale au supplément de l'angle que fait la face produite par le décroissement avec le pan $c\varepsilon hg$. Or,

$$dk : d\vartheta :: \frac{cd \cdot d\varepsilon}{c\varepsilon} : \frac{d\mu \cdot d\varepsilon}{\varepsilon\mu},$$

et en substituant les valeurs algébriques,

$$:: \sqrt{\frac{g^2+p^2}{g^2+p^2+\frac{h^2}{4n^2}}} : \sqrt{\frac{g^2}{g^2+\frac{h^2}{4n^2}}}.$$

Nous verrons bientôt comment on peut déduire ce rapport de celui qui y correspond à l'égard du prisme oblique.

Je citerai pour exemple du décroissement dont il s'agit ici, la baryte sulfatée unitaire (fig. 96) dont

j'ai aussi développé la structure par la voie de synthèse (t. I, p. 146 et suiv.). Le signe étant $\overset{\text{I}}{\underset{\text{M}}{\text{M}}}\underset{o}{\text{E}}$, on aura $n=\frac{1}{2}$, et on trouvera pour l'incidence de o sur o, 105^d 49′34″; et pour celle de M sur o, 120^d 18′.

62. Supposons maintenant que le décroissement devienne intermédiaire, et que *ksi*, *rsi* (fig. 97) représentent les deux faces antérieures de la pyramide qui en résulte. Si du centre o de la base on mène *ou* perpendiculaire sur *is*, puis *ku*, l'angle *kuo* mesurera la moitié de l'incidence mutuelle des deux faces dont il s'agit. Or, sans nous arrêter à chercher immédiatement la valeur algébrique de ce rapport, nous pouvons la déduire de celle du rapport de *mu* à *ul* (fig. 63), qui est son analogue à l'égard du prisme oblique. Il suffit pour cela de considérer que, dans le cas présent, la partie *uf* (fig. 64) de la ligne *fp* s'évanouit (p. 98), en sorte que $\frac{h.nxy}{x-y}+h$ se réduit à h, ou, ce qui revient au même, la quantité nxy doit être supprimée dans le second terme de la fraction qui exprime la valeur de *uf*. Faisant donc cette suppression, et laissant subsister tout le reste, on aura

$$ko : ou \text{ (fig. 97) } :: \frac{g}{x+y} : \frac{ph}{\sqrt{4p^2(nxy)^2+h^2(x-y)^2}}.$$

Soit maintenant *ag* (fig. 98) la forme primitive, $c\zeta\varepsilon$ un plan parallèle à la face *rsi* (fig. 97), *dm* (fig. 98) la hauteur de la pyramide interceptée par le plan $c\zeta\varepsilon$, le sommet étant supposé en d, et *dk* une

perpendiculaire sur *cε*. Si l'on mène *km*, l'angle *dim* sera le supplément de l'incidence de *cζ6* sur *cεhg*, et par conséquent de celle de la face *rsi* (fig. 97) sur le pan adjacent. Or, on peut faire dériver l'expression du rapport de *dm* à *dk* de celle du rapport de *di* à *du* (fig. 69, p. 113), laquelle se simplifie d'après les considérations suivantes : 1°. dans l'expression de *di*, la quantité $\frac{4p^2+h}{4}$ se réduit à p^2; 2°. la quantité $\frac{h^2(x-y)}{nxy(4p^2+h^2)}$ s'évanouit. Car $\frac{h^2}{n} \times \frac{1}{4p^2+h^2}$ représente ici $d\gamma$ (fig. 69, p. 111), qui devient nulle, parce que $n\gamma$, qui est une perpendiculaire sur la base *abcd*, se confond avec *dh* lorsque le prisme est droit; 3°. dans l'expression de *du*, *cl* perpendiculaire sur *dn* se trouve remplacée par *cd* (fig. 98), d'où il suit que *dl* (fig. 69) ou $\frac{1}{2}$ *hx* s'évanouit, et par conséquent *nl* ou $dn - dl$ (p. 113) se réduit à $nl = \frac{h}{n}$. Donc aussi $\frac{h^2}{4n^2}(2-nx)^2$ se réduit à $\frac{h^2}{n^2}$. Ayant égard aux trois différences qui viennent d'être indiquées, et en supprimant dans les numérateurs le facteur commun $\frac{h^2x^2}{n^2}$, on trouve

$$dk : dm :: \sqrt{\frac{g^2+p^2}{x^2(g^2+p^2)+\frac{h^2}{n^2}}}$$

$$: \sqrt{\frac{4y^2g^2p^2}{[p^2(x+y)^2+g^2(x-y)^2]\left(\frac{4g^2p^2x^2y^2}{p^2(x+y)^2+g^2(x-y)^2}+\frac{h^2}{n^2}\right)}}.$$

Nous aurons bientôt l'occasion de faire une application de cette formule.

Si l'on voulait avoir l'incidence sur une face parallèle à la base B (fig. 92), on mènerait $d\mu$ (fig. 98) perpendiculaire sur $c\zeta$, puis $\varepsilon\mu$, et l'on ferait attention que cette incidence est le supplément de l'angle $d\mu\varepsilon$. Or, $d\varepsilon = h$; du répond à $d\vartheta$ (fig. 69), dont la valeur est

$$\sqrt{\frac{g^2x^2y^2(4p^2+h^2)}{(x+y)^2\frac{4p^2+h^2}{4}+(x-y)^2g^2}} \text{ (p. 112).}$$

On aura donc, en mettant dans cette valeur p^2 à la place de $\frac{4p^2+h^2}{4}$,

$$d\mu : d\varepsilon :: \frac{2gpxy}{\sqrt{p^2(x+y)^2+g^2(x-y)^2}} : \frac{h}{n}.$$

Si l'on suppose $x=y$, ou, ce qui revient au même,

$$x=1, y=1,$$

dans le rapport de dk à dm, on aura l'incidence relative à un décroissement ordinaire sur l'angle E, en considérant de plus que la quantité n doit être ici remplacée par $2n$; alors

$$dk : dm :: \sqrt{\frac{g^2+p^2}{g^2+p^2+\frac{h^2}{4n^2}}} : \sqrt{\frac{g^2}{g^2+\frac{h^2}{4n^2}}},$$

ce qui est le même rapport auquel nous sommes arrivés par une méthode directe (p. 141).

3°. *Décroissemens sur les angles* A.

63. Il est facile de faire dériver la plupart des résultats relatifs à cette espèce de décroissement, de ceux qui concernent les décroissemens sur les angles E. Il suffit pour cela de supposer que les angles *adc*, *abc* (fig. 95 et 918), soient les angles obtus de la base du noyau, d'où il suit que, dans les formules, g doit prendre la place de p, et *vice versâ*.

Si le décroissement est ordinaire, et que l'on veuille avoir l'incidence des faces secondaires soit entre elles, soit sur une face parallèle à P (fig. 95), alors, dans le triangle mensurateur, le côté qui coïncide avec P sera au côté vertical :: $2pn : h$ (*voyez* p. 140).

Pour l'incidence des mêmes faces sur les pans, on aura

$$dk : d\vartheta :: \sqrt{\frac{g^2+p^2}{g^2+p^2+\frac{h^2}{4n^2}}} : \sqrt{\frac{p^2}{p^2+\frac{h^2}{4n^2}}} \text{ (}v.\text{ 141).}$$

Concevons que le décroissement devienne intermédiaire, et que *msn*, *usn* (fig. 99) représentent les deux faces antérieures de la pyramide produite par ce décroissement, et que *mgo* soit l'angle qui mesure la moitié de leur incidence mutuelle. Le rapport entre *mo* et *og* se déduira de celui qui a lieu entre *rt* et *tl* (fig. 79), dans les décroissemens sur l'angle *o* (fig. 73) du prisme rhomboïdal oblique, et il n'y aura ici autre chose à faire que de supprimer la quantité *nxy*, dans le dernier terme du dénomi-

nateur de la fraction qui représente *tl* (p. 123), et cela par une raison semblable à celle qui a été exposée p. 142. Ainsi l'on aura

$$mo : og \text{ (fig. 99)} :: \frac{g}{x-y} : \frac{ph}{\sqrt{4p^2(nxy)^2+h^2(x+y)^2}}.$$

Pour avoir l'incidence sur les pans de la forme primitive, on prendra le rapport entre *dk* et *dm* (p. 143) qui, par la substitution de *p* à *g*, et *vice versâ*, devient celui de

$$\sqrt{\frac{g^2+p^2}{x^2(g^2+p^2)+\frac{h^2}{n^2}}}$$

$$: \sqrt{\frac{4y^2g^2p^2}{[g^2(x+y)^2+p^2(x-y)^2]\left(\frac{4g^2p^2x^2y^2}{g^2(x+y^2+p^2(x+y)^2}+\frac{h^2}{n^2}\right)}}.$$

Enfin, l'incidence sur une face parallèle à la base de la forme primitive sera donnée par le rapport entre $d\mu$ et $d\varepsilon$ (p. 144), modifié d'après la condition déjà énoncée. On aura donc

$$d\mu : d\varepsilon :: \frac{2gpxy}{\sqrt{g^2(x+y)^2+p^2(x-y)^2}} : \frac{h}{n}.$$

64. Pour appliquer les résultats qui font l'objet de cet article et du précédent, je continuerai de choisir des exemples parmi les nombreuses variétés que présente la baryte sulfatée.

Une des plus communes est celle que l'on voit fig. 100, et que je nomme *baryte sulfatée trapézienne*.

Son signe est $\underset{d}{\overset{2}{A}}\,\underset{o}{\overset{1}{E}}\,\underset{P}{P}$. Incidence de P sur *o*, 127ᵈ 5′ 13″; de P sur *d*, 140ᵈ 59′ 21″; de *d* sur *d*, 78ᵈ 1′ 58″; de *d* sur *o*, 117ᵈ 56′ 29″ (1).

Une autre variété, représentée fig. 101, porte le nom de *baryte sulfatée quaternée*. Elle est le résultat de huit lois simultanées de décroissement, dont les effets se combinent avec les faces du noyau. Son signe est

$$\underset{k}{{}^{1}G^{1}}\,\underset{n}{\overset{2}{G}}\,\underset{M}{\overset{2}{M}}\,\underset{t}{{}^{5}H^{5}}\,\underset{o}{\overset{1}{E}}\,\underset{y}{(E^{\frac{2}{3}}B^{3}B^{1}.B^{1}B^{3})}\,\underset{z}{\overset{\frac{1}{2}}{B}}\,\underset{d}{\overset{2}{A}}\,\underset{l}{\overset{4}{A}}\,\underset{P}{P}.$$

Incidence de M sur *k*, 129ᵈ 13′ 54″; de M sur *t*, 169ᵈ 19′ 45″ 30‴; de *t* sur *t*, 122ᵈ 52′ 42″; de M sur *y*, 142ᵈ 29′ 49″; de *o* sur *y*, 153ᵈ 57′ 51″; de *y* sur *z*, 161ᵈ 42′ 7″; de P sur *y*, 122ᵈ 48′ 29″; de *y* sur *y*′, 114ᵈ 22′ 2″; de *y* sur *y*, 88ᵈ 25′ 22″; de P sur *l*, 157ᵈ 56′ 59″; de P sur *d*, 140ᵈ 59′ 21″; de P sur *o*, 127ᵈ 5′ 13″; de P sur *k*, 90ᵈ.

Cette variété, aussi bien que plusieurs autres qui appartiennent à la même substance, nous offrent dans l'assortiment des plans qui composent leur surface, une symétrie qui, en général, est familière à la cristallisation. Cette symétrie consiste en ce que les intersections communes des plans dont il s'agit

---

(1) Je donnerai plus bas, à l'article du prisme droit rectangulaire, une méthode pour calculer cette incidence.

sont parallèles entre elles, en sorte que parmi diverses lois de décroissement qui peuvent naître simultanément sur des bords ou sur des angles différemment situés, la cristallisation semble avoir une tendance vers celles d'où résulte ce même parallélisme. On conçoit bien qu'il doit avoir lieu par rapport aux arêtes de jonction des faces P, *o*, *k*, d'une part, et des faces P, *l*, *d*, d'une autre part, et même il ne cesserait pas d'exister dans le cas où les faces *o*, *l*, *d*, seraient produites par d'autres décroissemens, pourvu que ceux-ci eussent toujours les mêmes lignes de départ.

Il n'en est pas ainsi des faces *o*, *y*, *z*. Le parallélisme de leurs intersections communes disparaîtrait si les décroissemens dont elles dépendent, en conservant les mêmes lignes de départ, variaient dans leur mesure. Je vais entrer à ce sujet dans un certain détail, qui nous conduira à représenter, par des formules générales, la dépendance mutuelle que doivent avoir entre eux ces décroissemens, pour satisfaire à la condition du parallélisme dont j'ai parlé.

Supposons un cristal dont la surface ne soit composée que des facettes P, *o*, *z*, ainsi que le représente la figure 102. Désignons par n l'exposant de la loi, quelle qu'elle soit, qui produit les facettes *z*, *z*, en agissant sur les bords B, et par n' l'exposant de la loi qui produit les facettes *o*, *o*, par un décroissement sur les angles E. La valeur de n étant donnée, il est facile de trouver celle que n' doit avoir pour que les bords λ, λ, des facettes *o* soient parallèles.

Soit $\sigma\varphi$ (fig. 103) l'octaèdre qui résulterait du prolongement des facettes z, z (fig. 102). Menons les diagonales $\gamma\upsilon$, $\lambda\xi$ (fig. 103), de la base commune des deux pyramides qui composent l'octaèdre, puis la hauteur $c\sigma$ de la pyramide supérieure. En considérant $\gamma c\sigma$ comme un triangle mensurateur relatif au décroissement sur E, nous aurons

$$c\gamma : c\sigma :: 2gn' : h :: g : \frac{h}{2n'} \text{ (p. 140).}$$

D'une autre part, si l'on considère le même triangle comme étant mensurateur relativement au décroissement sur B, on aura

$$c\gamma : c\sigma :: 2gn : h :: g : \frac{h}{2n},$$

parce qu'à chaque rangée soustraite parallèlement aux bords répond une diagonale entière $2g'$ de molécule ; d'où l'on conclura que $n' = n$.

Concevons maintenant que les arêtes λ, λ (fig. 102) soient remplacées par des facettes y, y (fig. 104), qui naissent d'un décroissement intermédiaire sur les angles E. Soit n'' l'exposant de la loi que suit ce décroissement, ou, ce qui revient au même, soit n'' le nombre de rangées de molécules soustractives déterminées par le rapport entre x et y. Prenons pour données ce même rapport et la valeur de n, et proposons-nous de chercher quelle doit être celle de n'' pour que les bords ϑ, ϑ, des facettes y soient parallèles. Les facettes o, o (fig. 102), étant parallèles aux

arêtes $\gamma\sigma$, $\upsilon\sigma$ (fig. 103), les arêtes λ, λ, leur seront aussi parallèles. Donc, puisque les facettes y, y (fig. 103), sont parallèles aux arêtes λ, λ (fig. 102), elles le seront de même aux arêtes $\gamma\sigma$, $\upsilon\sigma$ (fig. 103). Nous pouvons donc assimiler ici le triangle $\gamma c\sigma$ au triangle *mup* (fig. 63), relatif aux décroissemens intermédiaires sur les angles E d'un prisme rhomboïdal oblique, et nous aurons

$$c\gamma : c\sigma :: \frac{2gxy}{x+y} : \frac{h}{n''} \text{ (p. 96)}.$$

Mais nous avons eu d'une autre part

$$c\gamma : c\sigma :: g : \frac{h}{2n};$$

donc

$$\frac{2gxy}{x+y} : \frac{h}{n''} :: g : \frac{h}{2n};$$

d'où l'on tire

$$n'' = n\left(\frac{x+y}{xy}\right).$$

Supposons qu'en observant la variété de baryte représentée figure 101, on ait trouvé que les facettes z résultent du décroissement $\overset{\frac{1}{2}}{B}$. On aura donc $n=\frac{1}{2}$; donc $n'=\frac{1}{2}$, et ainsi la seule condition du parallélisme des intersections des facettes o, z, en supposant celles-ci prolongées jusqu'à ce qu'elles se rencontrent, suffit pour reconnaître que les premières résultent d'un décroissement par une simple rangée sur les angles E.

Maintenant, avant de chercher n'', il faut avoir le rapport entre x et y. Soit *abcd* (fig. 105) la base du noyau, et *ck* la ligne de départ du décroissement qui donne y. Menons *kl* perpendiculaire sur *ac*, puis *kr* parallèle à la même ligne. Il est aisé de voir que l'angle *rkc* est égal à l'angle que font entre elles les arêtes δ, ζ (fig. 104), lequel angle est sensible sur la figure 101. Or, en le mesurant, on trouve qu'il est à peu près de 148^d. Retranchant 90 de ce nombre, on aura environ 58^d pour la valeur de l'angle *ckl* (fig. 105). Or, le sinus *cl* et le cosinus *kl* de cet angle étant des fonctions des lignes *co* et *bo*, ou de $p=\sqrt{8}$ et de $g=\sqrt{12}$, on trouve, à l'aide d'un tâtonnement facile, que si l'on fait $cl:kl::2p:g::\sqrt{32}:\sqrt{12}$, l'angle *ckl* est de 58^d 31', et ainsi on peut adopter le rapport dont il s'agit. Or, *cl* renferme autant de diagonales p' de molécule qu'il y a d'arêtes c' de molécule comprises dans $bc+bk$; et *kl* renferme autant de diagonales g' de molécule qu'il y a d'arêtes c' de molécules comprises dans $ak=ab-bk$. Mais le nombre de p' contenu dans *cl* est double du nombre de g' contenu dans *kl*. Donc $c'x+c'y:c'x-c'y::2:1$, ce qui donne $x=3y$. Faisant $x=3$, $y=1$ et $n=\frac{1}{2}$, dans la formule $n''=n\left(\frac{x+y}{xy}\right)$, on trouve $n''=\frac{2}{3}$.

On voit par cet exemple comment on peut profiter de ces parallélismes qui impriment aux formes cristallines un caractère de symétrie, pour abréger le travail relatif à la détermination de ces formes.

DU PRISME RECTANGULAIRE OBLIQUE.

65. La substance qui va nous offrir un exemple du prisme rectangulaire oblique, et à laquelle j'ai donné le nom d'*euclase*, emprunte de sa structure et de la marche des lois auxquelles elle est soumise, des caractères qui font ressortir ses formes cristallines parmi celles de toutes les autres substances minérales. Mais elle est encore plus remarquable par la liaison qu'ont les mêmes caractères avec la loi de symétrie, et ç'aurait été une raison pour la placer de préférence dans l'article où j'ai traité de cette loi. Mais comme ce que j'ai à en dire suppose des connaissances dont le développement appartient à la partie géométrique, j'ai différé d'en donner la description jusqu'au moment où elle pourrait être comprise, et la place qui m'a paru lui convenir le mieux, au défaut de la première, est celle que je lui donne ici à la suite du prisme rhomboïdal oblique, avec lequel sa forme primitive a beaucoup d'analogie. Ainsi, tout ce qui va suivre pourra être considéré comme le complément de la théorie relative à ce prisme, et plus encore comme celui des considérations qui m'ont servi à motiver l'existence et la généralité de la loi de symétrie.

Les observations qui ont amené la véritable détermination des formes cristallines du minéral dont il s'agit ayant été faites à différentes époques, je vais les présenter dans l'ordre où elles se sont succédé. Ce sera comme l'histoire de l'euclase considérée sous

le rapport de la géométrie des cristaux, et il m'a paru que le sujet traité de cette manière en deviendrait plus instructif.

L'euclase, divisée mécaniquement, offre d'abord deux joints parallèles aux pans d'un prisme rectangulaire, et dont l'un, qui est beaucoup plus facile à obtenir et plus éclatant que l'autre, a le poli et la netteté d'une glace de miroir. Ces deux joints étaient les seuls que j'eusse aperçus dans les petits fragmens que je m'étais procurés de ce minéral, et j'avais profité de la bonté qu'avait eue M. le marquis de Drée de me confier le beau cristal de sa collection, qui est représenté fig. 106 et 107, pour appliquer à sa forme la théorie des lois de décroissement. La fracture qu'avait subie ce cristal à sa partie inférieure étant chargée d'inégalités, ne m'avait offert aucune indication de la base du prisme rectangulaire dont j'ai parlé, et la supposition qui m'avait paru la plus naturelle, comme étant fondée sur l'analogie, était que ce prisme devait être assimilé à ceux de la cymophane et du péridot, dont la base est perpendiculaire à l'axe.

En examinant avec attention la forme du même cristal, je remarquai que les différens ordres de facettes situées vers son sommet, et qui s'élevaient comme par étages les uns au-dessus des autres, naissaient sur des arêtes plus ou moins obliques à l'axe, d'où il s'ensuivait que les lois de décroissement qui donnaient les unes ne pouvaient être simples, sans que les autres ne fussent mixtes ou intermédiaires.

Il était plus difficile de concevoir le contraste qu'offraient les deux moitiés de la surface du cristal, et qui était si marqué, qu'aucune des faces que l'on voyait sur l'une ne se répétait sur l'autre; et ce qu'il y avait de plus singulier dans cette répartition, c'est que quand j'eus rétabli, comme on le voit fig. 108, l'uniformité qui me paraissait être commandée par l'analogie, j'observai que parmi les quatre rangées de facettes qui se succédaient parallèlement aux arêtes *x*, *z*, *k*, *y*, la première et la troisième, composées l'une des faces *c*, *c'*, l'autre des faces *f*, *d*, *d'*, *f'*, se trouvaient seules dans l'origine sur un côté du cristal, comme on le voit fig. 106, et que la seconde et la quatrième, composées l'une des faces *i*, *u*, *r*, *r'*, *u'*, *i'*, l'autre des faces *o*, *n*, *n'*, *o'*, occupaient seules le côté opposé, ainsi qu'on l'observe figure 107.

Ordinairement, lorsque quelques-unes des facettes nécessaires à l'intégrité de la forme ont échappé par accident à la tendance de la cristallisation pour les produire, il en reste qui leur sont analogues, et qui avertissent l'observateur que les premières ont été comme oubliées, en sorte qu'il les restitue par la pensée aux endroits où elles manquent. Mais ici la répartition des facettes entre les deux moitiés de la surface semblait avoir été concertée de manière qu'il régnait un air d'ordre dans ce que j'étais porté à prendre pour un dérangement.

Quoique la loi de symétrie ne me fût pas inconnue,

et que j'en aie fait plusieurs fois usage dans mon Traité, mes idées à cet égard étaient encore loin d'avoir acquis le développement que leur ont donné les considérations que j'ai exposées dans plusieurs mémoires dont elle a été le sujet, et où elle se trouve nommée pour la première fois; autrement, la conviction que ce nom seul emporte avec lui de sa généralité aurait suffi pour me rendre suspecte, ou plutôt pour me faire rejeter l'hypothèse d'un prisme droit, comme forme primitive de l'euclase. Ainsi, je m'en tins pour lors à cette hypothèse, et je cherchai le rapport que devaient avoir entre elles les trois dimensions du prisme, pour que l'ensemble des lois de décroissement qui en dériveraient s'écartât le moins qu'il serait possible de la simplicité des lois ordinaires (1).

Effectivement, quoique le signe auquel j'étais parvenu en adoptant ce rapport ne laissât pas d'offrir une complication dont je ne pus m'empêcher d'être étonné, j'ai reconnu qu'elle n'aurait fait qu'augmenter par la substitution d'un autre rapport que je ferai bientôt connaître, à celui dont je viens de parler. Le signe auquel ce dernier m'avait conduit

---

(1) La figure 109 représente ce prisme dans lequel les trois dimensions B, C, G, sont entre elles comme les nombres $\sqrt{5}$, $\sqrt{12}$ et $\sqrt{8}$.

était le suivant :

$$T^{1}G^{1}G^{\frac{3}{2}}\,{}^{\frac{3}{2}}G\,G^{\frac{5}{2}}\,{}^{\frac{5}{2}}G\,(A^{\frac{5}{12}}\,{}^{\frac{5}{12}}A\,B^{3}G^{4})\,{}^{\frac{5}{3}}A\,A^{\frac{5}{3}}\,{}^{\frac{5}{6}}A\,A^{\frac{5}{6}}\,{}^{\frac{5}{12}}A\,A^{\frac{5}{12}}$$

T s l h c i u r

$$({}^{\frac{3}{5}}A\,A^{\frac{3}{5}}C^{3}G^{2})({}^{\frac{1}{5}}A\,A^{\frac{1}{5}}C^{3}G^{2})({}^{\frac{5}{6}}A\,A^{\frac{5}{6}}C^{6}G^{1})({}^{\frac{5}{2}}A\,A^{\frac{5}{12}}C^{6}G^{1}).$$

f d o n

J'avais remarqué que les divers exposans des quantités qui expriment les nombres de rangées soustraites pour les faces d'un même ordre sont en rapport géométrique, comme lorsque les décroissemens agissent parallèlement aux bords ou aux diagonales d'un prisme qui fait la fonction de forme primitive, ce qui a lieu en particulier dans certaines variétés de topaze et de chaux phosphatée. La principale différence consiste en ce que ces derniers suivent la marche la plus ordinaire, tandis que les autres sont la plupart intermédiaires, par une suite nécessaire de l'obliquité des lignes sur lesquelles ils agissent.

Après tout, la complication que présentait le signe dont il s'agit, avait été pour moi un avis de ne le donner qu'avec réserve, et j'avais ajouté qu'il se pourrait que le véritable fil pour sortir de cette espèce de dédale m'eût échappé, et que peut-être, entre des mains plus heureuses, le signe dont il s'agissait prendrait une expression plus simple et plus conforme à la marche ordinaire de la cristallisation (1).

---

(1) Traité, t. II, p. 538.

J'ai eu l'avantage de réaliser moi-même cette présomption, et en même temps de faire disparaître la difficulté qui naissait de ce partage de facettes, qui semblait avoir été concerté entre les deux côtés du cristal de M. de Drée. Les observations qui m'ont procuré cet avantage ont été faites sur un cristal représenté fig. 110, qui est un des plus beaux que j'aie vus, et que je tiens de la générosité de M. de Souza, ancien ministre plénipotentiaire et envoyé extraordinaire de Portugal en France, dont le nom et le mérite très distingué ajoutent un grand prix à celui que le cristal emprunte de sa rareté et de la perfection de sa forme. Le cristal dont il s'agit vient de Villarica au Brésil, où l'on a trouvé depuis quelques années un grand nombre d'euclases qui ne le cèdent point à celles du Pérou.

Mon nouveau cristal était terminé par une face P qui ne se trouvait point sur le premier. Or, lorsqu'on fait mouvoir ce cristal à la lumière, son intérieur paraît être parsemé d'une multitude de petites lames très éclatantes, dont les facettes réfléchissent vivement les rayons qui ont pénétré le cristal, et les renvoient vers l'œil. Toutes ces réflexions se montrent au même instant que celle qui a lieu sur la face P, et elles disparaissent avec elle aussitôt qu'on fait varier la position du cristal. Cette observation prouve qu'il existe dans l'euclase des joints naturels obliques à l'axe et situés parallèlement à la face P; j'ai reconnu depuis des indices très sensibles de ces

joints aux endroits des fractures faites à des portions de cristaux d'euclase que je conserve dans ma collection.

Mais, de plus, il existe dans les cristaux d'euclase un second joint situé perpendiculairement à l'axe. Il s'annonce comme le premier dans celui que j'ai reçu de M. de Souza, par des réflexions très vives, et il est facile d'estimer la position du plan d'où elles partent, en donnant au rayon visuel une direction qui se rapproche de l'axe, en sorte que si l'on fait osciller cet axe dans un plan parallèle à la face T, on aperçoit successivement les indices des deux joints. Je les ai de même vus l'un et l'autre dans les fragmens de cristaux dont j'ai parlé. Voici maintenant les conséquences qui résultent de la coexistence des deux joints.

Si l'on fait abstraction de la forme des cristaux, pour ne considérer que le mécanisme de la structure, on pourra balancer sur le choix de celui des deux joints qui devra être pris pour la base de la forme primitive; mais il n'y a plus à choisir dès que l'on a fixé son attention sur les formes secondaires. Car, outre qu'en adoptant le prisme oblique on a, comme nous le verrons bientôt, un ensemble de lois de décroissement qui se rapproche beaucoup de la simplicité, ce qui suffirait seul pour motiver cette adoption, la loi de symétrie démontre qu'elle est indispensable.

Soit donc *ft* (fig. 111) ce même prisme, dans lequel

l'incidence de la base *fkrh* sur le pan adjacent *krto* est à peu près de 130^d^. Si nous menons *rn*, *kl*, le plan *krnl* coïncidera avec le joint naturel qui donne la base du prisme droit, et divisera le prisme oblique en deux primes triangulaires, ayant pour bases les moitiés des pans *hrnt*, *fkol*, et pour hauteur la ligne *kr* ou *nl*. La fig. 112 représente un de ces prismes. La molécule intégrante leur sera semblable, et la molécule soustractive s'assimilera à la forme primitive.

Il suit de là que l'on peut considérer dans l'euclase deux axes perpendiculaires entre eux, dont l'un, qui est celui du prisme oblique, passe par les centres des bases *fkrh*, *ntol*, et l'autre, qui est celui de la molécule, fait des angles droits avec les pans *hrtn*, *fkol*. Les trois dimensions *kr*, *nr* et *nh*, sont entre elles comme les nombres $6\sqrt{3}$, $3\sqrt{5}$, et $4\sqrt{2}$.

La différence de configuration entre les deux côtés d'un même sommet, sur le cristal représenté fig. 106 et 107, s'explique comme d'elle-même, d'après ce qui vient d'être dit. Dans la forme primitive (fig. 113) le bord supérieur B de la base n'est pas identique avec le bord inférieur D, et il n'y a pas non plus identité entre les angles supérieurs A, A, et les inférieurs E, E. Or, le bord D et les angles E, E, entrent comme élémens dans les expressions des décroissemens d'où naissent les faces *c*, *c'*, *f*, *f'*, *d*, *d'* (fig. 106) situées sur la partie antérieure du cristal, tandis que les décroissemens qui donnent les faces *i'*, *u'*, *r'*, *o'*, *n'*, etc.

(fig. 107), ont leurs expressions composées d'élémens fournis par le bord B et par les angles A, A. Ainsi l'aspect du cristal, à ne le considérer que sous le rapport de la loi de symétrie, offrait des preuves, pour ainsi dire, d'autant plus parlantes, de l'existence d'un prisme oblique, comme type de la forme, que non-seulement aucune des faces situées sur une moitié de ce cristal ne reparaissait, ainsi que je l'ai dit, sur l'autre moitié, mais que la cristallisation en avait rejeté la plus grande partie d'un même côté, en sorte que l'inégalité seule de cette distribution avait l'air de passer les bornes d'une exception.

Dans le prisme droit que j'avais adopté, et que représente la figure 109, le rapport entre les bords B, C, de la base, était le même que celui des bords *kr*, *nr*, (fig. 111) du rectangle donné par le joint perpendiculaire à l'axe. Mais la dimension G (fig. 109) n'était pas égale à la ligne *rt* (fig. 111), ainsi qu'on le voit fig. 114. Elle était plus grande dans le rapport de 3 à 2. Nous verrons bientôt qu'en lui substituant la ligne *rt*, on aurait, relativement au prisme droit, des décroissemens aussi compliqués, ou même plus compliqués que dans l'hypothèse du prisme (fig. 114), dont toutes les dimensions dérivent du prisme oblique. Cependant, comme le rapport entre les dimensions G (fig. 114) et G′ (fig. 109) est commensurable, outre qu'il est très simple, il en résulte que pour passer de ma première détermination à celle qui se rapporte au prisme oblique, je n'ai eu rien à changer aux

valeurs des angles, et il m'a suffi de traduire les expressions des décroissemens relatifs à l'ancien type, en ceux auxquels conduit l'adoption du nouveau.

J'ai déjà donné le signe représentatif qui dérive de ma première détermination. Je vais exposer celui qui se rapporte au prisme oblique (fig. 113), qui est la véritable forme primitive, et j'ajouterai celui auquel conduirait l'adoption du prisme droit (fig. 114), dans lequel la dimension G est la même que fig. 113. La forme secondaire relative à ce dernier doit être, comme dans mon ancienne détermination, celle que représente la figure 108, où l'uniformité est rétablie entre les deux côtés de chaque sommet. Elle sera, pour le premier, celle qu'on voit fig. 106 et 107, et qui s'accorde avec les indications de la loi de symétrie.

1°. Forme primitive (fig. 113); forme secondaire (fig. 106 et 107).

$$\underset{T}{T^1}\underset{s}{G^1}\underset{l}{G^{\frac{3}{2}}\,{}^{\frac{3}{2}}G}\underset{h}{G^{\frac{5}{2}}\,{}^{\frac{5}{2}}G}\underset{c}{(E^{\frac{2}{3}}C^2G^3)}\underset{f}{C_{\frac{9}{5}}}\underset{d}{C_{\frac{3}{5}}}\underset{i}{({}^{\frac{1}{2}}AG^5C^2)}(1)\underset{n}{({}^{\frac{1}{4}}AG^5C^2)}$$

$$\underset{r}{({}^{\frac{1}{8}}AG^5C^2)}\underset{o}{\overset{\frac{4}{5}}{A}}\underset{u}{(\overset{\frac{4}{5}}{A}B^2C^1)}.$$

(1) Ce décroissement pourrait être représenté d'une manière plus simple par le signe $\overset{\frac{5}{2}}{A}$. J'ai préféré celui du décroissement intermédiaire, pour conserver l'ordre progressif des exposans $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{8}$, relatifs aux faces *i*, *u* *r*.

2°. Forme primitive (fig. 114); forme secondaire (fig. 108).

$$T^{1}G^{1}G^{\frac{3}{2}}\,{}^{\frac{3}{2}}GG^{\frac{5}{2}}\,{}^{\frac{5}{2}}G(A^{\frac{1}{4}}\,{}^{\frac{1}{4}}AB^{5}G^{10})({}^{\frac{5}{6}}A^{\frac{5}{6}}C^{2}G^{3})$$
T *s* *l* *h* *c* *i*

$$({}^{\frac{5}{12}}AA^{\frac{5}{12}}C^{2}G^{3})({}^{\frac{5}{24}}AA^{\frac{5}{24}}C^{2}G^{3})\,{}^{\frac{9}{5}}AA^{\frac{9}{5}}\,{}^{\frac{3}{5}}AA^{\frac{3}{5}}$$
u *r* *f* *d*

$$({}^{\frac{5}{4}}AA^{\frac{5}{4}}C^{4}G^{1})({}^{\frac{5}{8}}AA^{\frac{5}{8}}C^{4}G^{1}).$$
o *n*

Si l'on compare le premier signe avec l'ancien, qui était

$$T^{1}G^{1}G^{\frac{3}{2}}\,{}^{\frac{3}{2}}GG^{\frac{2}{5}}\,{}^{\frac{2}{5}}G({}^{\frac{5}{12}}A\,{}^{\frac{5}{12}}AB^{3}G^{4})\,{}^{\frac{5}{3}}A^{\frac{5}{3}}\,{}^{\frac{5}{6}}A^{\frac{5}{6}}\,{}^{\frac{5}{12}}A^{\frac{5}{12}}$$
T *s* *l* *h* *c* *i* *u* *r*

$$({}^{\frac{3}{5}}AA^{\frac{3}{5}}C^{3}G^{2})({}^{\frac{1}{5}}AA^{\frac{1}{5}}C^{3}G^{2})({}^{\frac{5}{6}}AA^{\frac{5}{6}}C^{6}G^{1})({}^{\frac{5}{12}}AA^{\frac{5}{12}}C^{6}G^{1}),$$
f *d* *o* *n*

on jugera aisément combien il a gagné dans le passage du prisme droit au prisme oblique. Parmi les décroissemens dont il renferme les expressions, il n'y en a aucun qui soit plus composé, ou même qui ne le soit moins, que quelques-uns de ceux dont on trouve des exemples dans d'autres substances, et en particulier dans la chaux carbonatée. On verra de plus, par le rapprochement du second signe et de l'ancien, qu'en général les décroissemens qui se rapportent au prisme droit, dans lequel la dimension G est la même que dans le prisme oblique, s'écartent plus de la simplicité que ceux qui se déduisent du prisme que j'avais adopté, sans autre guide qu'une

espèce de tâtonnement relatif aux différentes longueurs que l'on pouvait supposer à la dimension G.

Je ne dois pas omettre de faire connaître le rapport que j'ai annoncé entre la forme primitive de l'euclase et le prisme rhomboïdal oblique, et qui m'a engagé à réunir ces deux formes dans une même théorie. Ce rapport est fondé sur une propriété qui consiste en ce que, si l'on suppose que sa coupe principale soit représentée en général par le parallélogramme obliquangle *coyz* (fig. 115), la ligne *oz* menée de l'extrémité supérieure de l'arête *yo* à l'extrémité inférieure de l'arête opposée *cz*, est perpendiculaire sur les deux arêtes, en sorte qu'elle limite la dimension du prisme qui coïncide avec la seconde. Maintenant, si l'on conçoit dans le prisme de l'euclase (fig. 111) un plan qui passe par les milieux des arêtes *kr*, *fh*, perpendiculairement à la base *fkrh*, que la section de ce plan sera un parallélogramme obliquangle semblable à *hrnt*, qui pourra être considéré comme la coupe principale du prisme dont il s'agit, et par conséquent comme l'analogue du parallélogramme *coyz* (fig. 115). Imaginons pour un instant que le joint situé dans le sens de *rn* soit nul. On pourra raisonner, par analogie, du prisme rectangulaire comme de celui qui est oblique, en sorte que *rn* représentera la ligne qui étant perpendiculaire sur *rt* et *hn* limite la dimension G (fig. 113). Mais si nous restituons maintenant le joint naturel qui coïncide avec le plan *krnl* (fig. 111), on en conclura

que la dimension dont il s'agit est donnée par l'observation directe, qui a encore plus de force que l'analogie, d'où résulte une nouvelle raison de croire que la détermination relative au prisme oblique offre l'expression fidèle des résultats du travail de la cristallisation.

FORMES PRIMITIVES DIFFÉRENTES DU PARALLÉLÉPIPÈDE.

DU PRISME HEXAÈDRE RÉGULIER.

66. J'ai déjà parlé du prisme hexaèdre régulier considéré comme forme primitive, mais seulement sous le rapport de sa structure, et j'ai prouvé qu'il se résolvait, à l'aide de la division mécanique, suivant des plans parallèles les uns à ses bases et les autres à ses faces latérales, en une multitude de petits prismes triangulaires équilatéraux, qui représentaient les molécules intégrantes. J'ai fait voir de plus que tel était l'assortiment de ces prismes, qu'étant pris deux à deux ils composaient des prismes rhomboïdaux semblables aux molécules soustractives. Je vais reprendre le même sujet, et lui donner un développement assorti au but de cet article, qui est d'appliquer la théorie des lois de la structure à la détermination des formes secondaires qui ont pour type le prisme hexaèdre régulier.

Soit *abdfgh* (fig. 116) la base supérieure de ce prisme, tel qu'on le voit (fig. 117), sous-divisée en une mul-

titude de triangles équilatéraux, qui représentent les bases correspondantes d'autant de molécules intégrantes *dn* (fig. 118). Il y a deux manières de partager ce prisme en trois prismes rhomboïdaux de 120^d et 60^d; l'une donnera ceux dont les bases sont les rhombes *chgf*, *cfdb*, *cbah*, et l'autre ceux qui ont pour bases les rhombes *cgho*, *cabd*, *cdfg*. Il est évident que chacun de ces prismes sera un assemblage de petits prismes rhomboïdaux semblables à lui-même, et composés chacun de deux molécules intégrantes, en sorte qu'ils représenteront les molécules soustractives.

Il suit de là que les décroissemens qui naissent soit sur les bords B (fig. 117), soit sur les angles A du prisme hexaèdre régulier, ont la même mesure que dans l'hypothèse où la forme primitive à laquelle appartiendraient ces bords et ces angles serait un des prismes rhomboïdaux donnés par la sous-division du prisme hexaèdre régulier. Cette corrélation peut être assimilée à celle qui existe entre le dodécaèdre rhomboïdal du grenat et chacun des rhomboïdes que l'on en retire à l'aide de la division mécanique, ainsi que je l'ai exposé plus haut (t. I, p. 47).

Je vais maintenant donner des formules générales applicables aux incidences des faces produites par des lois de décroissement sur les différentes parties de la forme primitive. Supposons d'abord un décroissement sur tous les bords de cette forme. Soit *hu* (fig. 119) une molécule soustractive, et *hz* une perpen-

diculaire sur *tx*. Designons le côté *tx* par *r*, la hauteur *tu* par *g*, et l'exposant du décroissement par *n*. L'expression de *hz* sera $\sqrt{\frac{3r^2}{4}}$, et dans le triangle mensurateur *mny* (fig. 120) nous aurons

$$mn : ny :: \sqrt{\frac{3n^2r^2}{4}} : h.$$

Soit *es* (fig. 121) la forme primitive augmentée des deux pyramides données par le résultat complet du décroissement, et soient *ksg*, *lsg* (fig. 122), deux faces parallèles à *x*, *x* (fig. 121), limitées par le plan horizontal *kgl* et par le plan vertical *ksl*. Menons *so* perpendiculaire sur *kl*, puis *og*, ensuite *ot* perpendiculaire sur *gl*, *ou* perpendiculaire sur *gs*, et enfin *lu*. L'angle *sto* plus 90^d mesurera l'incidence de *x* sur M (fig. 121), et l'angle *oul* (fig. 122) sera égal à la moitié de l'incidence de *x* sur *x*. Nous aurons d'abord

$$ot \text{ (fig. 122)} : os :: mn \text{ (fig. 120)} : ny :: \sqrt{\frac{3n^2r^2}{4}} : h,$$

d'où l'on déduit l'incidence de *x* sur M (fig. 121).

Soit $ot = \sqrt{\frac{3n^2r^2}{4}}$; donc $os = h$, $og : ot :: 2 : \sqrt{3}$. Donc

$$og = \sqrt{n^2r^2} = nr, \quad ol = 2ot = \sqrt{3n^2r^2},$$

$$gs = \sqrt{og^2 + os^2} = \sqrt{n^2r^2 + h^2},$$

$$ou = \frac{og \, . \, os}{gs} = \sqrt{\frac{n^2r^2h^2}{n^2r^2 + h^2}},$$

$$ol : ou :: \sqrt{3n^2r^2} : \sqrt{\frac{n^2r^2h^2}{n^2r^2 + h^2}} :: \sqrt{3(n^2r^2 + h^2)} : h,$$

ce qui donne l'incidence de x sur x (fig. 121). Je ferai plus bas des applications de ces deux formules.

Supposons un autre décroissement qui agisse par une loi ordinaire sur les angles a, b, d, etc. (fig. 123), de la base. Les bords qu'il fera naître sur les lames de superposition auront des directions kg, lg, perpendiculaires aux rayons mi, mf. De plus, la diagonale ht (fig. 119) de la base de la molécule étant égale à pt, son expression sera r, et si nous désignons par n le nombre de diagonales soustraites, nous aurons, dans le triangle mensurateur $\gamma\varepsilon\vartheta$ (fig. 124), $\gamma\varepsilon : \varepsilon\vartheta :: nr : h$.

Si le décroissement atteint sa limite, la surface du solide secondaire sera composée de six hexagones M, M (fig. 125), et de douze trapézoïdes s, s, disposés six à six autour des sommets, et qui seront le résultat du décroissement. Pour déterminer l'incidence de s sur s, servons-nous de la fig. 122, dans laquelle les bords gk, gl, du plan horizontal, répondront à ceux qu'indiquent les mêmes lettres (fig. 123), et le triangle ots (fig. 122), sera semblable au triangle mensurateur $\varepsilon\vartheta\gamma$ (fig. 124); nous pouvons donc faire ot (fig. 122) $= nr$ et $os = h$, $og : ot :: \sqrt{4} : \sqrt{3}$; donc

$$og = \sqrt{\frac{4n^2r^2}{3}}, ol : og \sqrt{3} : 1;$$

donc

$$ol = \sqrt{4n^2r^2}.$$

En suivant la même marche que pour le décroisse-

ment sur les bords, on trouve

$$ol : ou :: \sqrt{n^2r^2 + 3h^2} : h,$$

lequel rapport ne diffère de celui auquel nous sommes parvenus, à l'aide de la marche indiquée, qu'en ce que le facteur de la quantité n^2r^2 est augmenté d'une unité.

A l'égard de la détermination de l'incidence de *s* sur M (fig. 125), et de celle de *s* sur une face parallèle à la base, lorsque le décroissement n'a pas atteint sa limite, je les déduirai de la formule relative au résultat qui va suivre.

Concevons que le décroissement devienne intermédiaire sur les mêmes angles. Il fera naître à la place de chacun de ces angles deux faces parallèles à des plans tels que *nuh*, *tuv* (fig. 126), et qui se réuniront sur une arête commune *ou*. Soit *anuh* (fig. 127) le segment intercepté par le plan *nuh* (fig. 126). Déterminons successivement les inclinaisons de la face qui répond à *nuh* sur les faces primitives M et P (fig. 126). Celle de *nuo* sur *vuo* sera donnée plus bas par une autre formule.

1°. Pour l'incidence de *nuh* sur M. Considérons le segment comme une pyramide triangulaire qui aurait son sommet en *a*, auquel cas la base sera le triangle *nuh*. Menons la hauteur *ak* de la pyramide, puis *ko* perpendiculaire sur *un*, et joignons les points *o*, *k*, par la droite *ok*. L'angle *aok* dont *ak* est le sinus, la ligne *ao* étant prise pour rayon, sera le supplément

de l'incidence proposée. Désignons ak par H, et la solidité de la pyramide par S. Si nous menons ur perpendiculaire sur nh, le produit $ur \times hn$ sera le double du triangle de la base, et nous aurons

$$6S = H . ur \times nh.$$

Supposons, d'une autre part, le sommet en u, auquel cas nah sera la base et au la hauteur. Ayant mené ar, qui se trouvera perpendiculaire sur nh, nous aurons

$$6S = au \times ar \times nh;$$

donc

$$H . ur \times nh = au \times ar \times nh, \text{ et } H \times ur = au \times ar.$$

Cherchons les expressions algébriques de au, ar et ur. Soit x l'arête r de molécule multipliée par le nombre de fois qu'elle est renfermée dans la ligne an, y la même arête prise autant de fois qu'elle est contenue dans la ligne ah, et z le produit de la hauteur h de molécule par le nombre de fois qu'elle est comprise dans la ligne au. Faisant $an = x$, $ah = y$, nous aurons $au = z$, ce qui donne la première des expressions proposées. Pour avoir celle de ar, prolongeons na et menons hl perpendiculaire sur le prolongement. Nous aurons

$$ar \times nh = hl \times an, \; nh = \sqrt{(nl)^2 + (hl)^2},$$

$$nl = an + al = x + \tfrac{1}{2}(ah) = x + \frac{y}{2} = \frac{2x + y}{2},$$

$$hl : ah = y :: \sqrt{3} : \sqrt{4};$$

donc

$$hl = \sqrt{\tfrac{3}{4}y^2};$$

donc

$$nh = \sqrt{\frac{4x^2+4xy+y^2}{4}+\tfrac{3}{4}y^2} = \sqrt{x^2+xy+y^2};$$

donc

$$ar \times \sqrt{x^2+xy+y^2} = \sqrt{\tfrac{3}{4}x^2y^2},$$

et

$$ar = \sqrt{\frac{3x^2y^2}{4(x^2+xy+y^2)}}.$$

De plus,

$au = z$,

$$ur = \sqrt{\overline{ar}^2+\overline{au}^2} = \sqrt{\frac{3x^2y^2}{4(x^2+xy+y^2)}+z^2},$$

$$\mathrm{H} \times \sqrt{\frac{3x^2y^2+4(x^2+xy+y^2)}{4(x^2+xy+y^2)}z^2} = z\sqrt{\frac{3x^2y^2}{4(x^2+xy+y^2)}},$$

d'où l'on conclut

$$\mathrm{H} = \sqrt{\frac{3x^2y^2z^2}{3x^2y^2+4(x^2+xy+y^2)z^2}}.$$

Cherchons *ao*.

$$un = \sqrt{x^2+z^2},\ ao = \sqrt{\frac{(an)^2.(au)^2}{(un)^2}} = \sqrt{\frac{x^2z^2}{x^2+z^2}},$$

$$ao : \mathrm{H} :: \sqrt{\frac{1}{x^2+z^2}} : \sqrt{\frac{3y^2}{3x^2y^2+4(x^2+xy+y^2)z^2}}$$

$$:: \sqrt{3x^2y^2+4(x^2+xy+y^2)z^2} : \sqrt{(x^2+z^2)3y^2}.$$

2°. Pour l'incidence de *nuh* sur P. Comparant les expressions de *ar* et de H trouvées ci-dessus, nous

aurons

$$ar : \mathrm{H} :: \sqrt{\frac{1}{4(x^2+xy+y^2)}} : \sqrt{\frac{z^2}{3x^2y^2+4(x^2+xy+y^2)z^2}}$$
$$:: \sqrt{3x^2y^2 + 4(x^2 + xy + y^2)z^2}$$
$$: \sqrt{4(x^2 + xy + y^2)z^2}.$$

Reste à déterminer l'incidence de *nuo* (fig. 126) sur *vuo*. Ayant mené *ar* par le point *o*, puis *hg* perpendiculaire sur *nv*, supposons que les plans *nuo* et *vuo* se prolongent en dessus du triangle *nov*, et soient *ndo*, *rdo* (fig. 128) deux faces situées sur leurs prolongemens et limitées par le plan *ndv* perpendiculaire sur le triangle *nov*. Si nous menons *rt* perpendiculaire sur *do*, puis *vt*, l'angle *vtr* sera la moitié de l'incidence proposée. Cherchons successivement *vr* et *tr*.

1°. Pour *vr*.

$$av \text{ (fig. 126)} = x,\ av : vr :: \sqrt{4} : \sqrt{3};$$

donc

$$vr = \sqrt{\tfrac{3}{4}x^2}.$$

2°. Pour *tr* (fig. 128).

$$tr = \frac{or.dr}{do},\ an \text{ (fig. 126)} = av = x,\ ah = y,\ hv = x - y,$$

$$hg = \tfrac{1}{2}hv = \frac{x-y}{2},\ gv : hg :: \sqrt{3} : 1,\ gv = \frac{x-y}{2}\sqrt{3},$$

$$nr = vr = \sqrt{\frac{3}{4x^2}},$$

$$nv = 2nr = x\sqrt{3} : ng = nv - gv = x\sqrt{3} - \frac{x-y}{2}\sqrt{3}$$
$$= (x+y)\sqrt{\tfrac{3}{4}},$$

$ng:nr::hg:or, (x+v)\sqrt{\tfrac{3}{4}}:x\sqrt{\tfrac{3}{4}}::\frac{x-y}{2}:or=\frac{x^2-xy}{2x+2y},$

$ar=\frac{x}{2}, ao=ar-or=\frac{x}{2}-\left(\frac{x^2-xy}{2x+2y}\right)=\frac{xy}{x+y},$

$ao:au=h::or$ (fig. 128) $:dr,$

$\frac{xy}{x+y}:h::\frac{x^2-xy}{2x+2y}:dr=\left(\frac{x-y}{2y}\right)h,$

$$do=\sqrt{(or)^2+(dr)^2}=\sqrt{\left(\frac{x^2-xy}{2x+2y}\right)^2+\left(\frac{x-y}{2y}\right)^2h^2},$$

$$tr=\sqrt{\frac{\left(\frac{x^2-xy}{2x+2y}\right)^2\times\left(\frac{x-y}{2y}\right)^2h^2}{\left(\frac{x^2-xy}{2x+2y}\right)^2+\left(\frac{x-y}{2y}\right)^2h^2}}$$

$$=\sqrt{\frac{\left(\frac{x}{x+y}\right)^2\times\left(\frac{x-y}{2y}\right)^2h^2}{\left(\frac{x}{x+y}\right)^2+\left(\frac{1}{y}\right)^2h^2}}.$$

Maintenant, si dans les expressions de vr et de tr nous supprimons le facteur commun $\sqrt{\frac{x^2}{4}}$, et si nous multiplions par $\sqrt{3}$ le dénominateur de la fraction égale à tr, nous aurons

$$vr:tr::\sqrt{3\left(\frac{x}{x+y}\right)^2+3\left(\frac{1}{y}\right)^2h^2}:\sqrt{\left(\frac{1}{x+y}\right)^2\left(\frac{x-y}{y}\right)^2h^2},$$

ce qui est le rapport entre le cosinus et le sinus de la moitié de l'incidence proposée.

Les formules relatives au décroissement intermédiaire, d'où l'on déduit l'incidence de *nur* (fig. 126) sur M et sur P, peuvent être facilement transformées

en d'autres beaucoup plus simples, qui donne celle d'une face *auh* (fig. 129), produite par un décroissement ordinaire sur les mêmes faces primitives. Pour passer d'une formule à l'autre, il suffit de faire $x=y$ dans la première, ce qui donne d'une part, au lieu de $ao:H::\sqrt{3x^2y^2+4(x^2+xy+y^2)z^2}:\sqrt{(x^2+z^2)3y^2}$,

$$ao:H::\sqrt{x^2+4z^2}:\sqrt{x^2+z^2},$$

et d'une autre part, au lieu de

$ar:H::\sqrt{3x^2y^2+4(x^2+xy+y^2)z^2}:\sqrt{4(x^2+xy+y^2)z^2}$,
$ar:H::\sqrt{x^2+4z^2}:\sqrt{4z^2}$.

67. Je vais citer plusieurs modifications du prisme hexaèdre régulier, dont la détermination dépend des résultats précédens, et je les choisirai parmi les variétés de la chaux phosphatée et de l'émeraude.

Les deux par lesquelles je vais commencer exigeront des détails particuliers relatifs à une propriété géométrique dont elles réalisent l'existence, et qui est générale pour tous les prismes hexaèdres réguliers. Elle consiste en ce que toutes les fois que deux décroissemens qui agissent, l'un sur les bords B (fig. 117), l'autre sur les angles A de la base d'un de ces primes, ont le même exposant, les faces produites par l'un et l'autre s'entrecoupent de manière que celles qui résultent du décroissement sur A, telles que *s*, *s* (fig. 130), sont des quadrilatères qui ont leurs angles et leurs côtés égaux. Je sup-

pose ici l'aspect de la forme ramené à sa limite géométrique, qui dépend de la condition que les figures des faces soient les plus simples possibles. Il est facile de démontrer la corrélation dont je viens de parler.

Supposons que le décroissement sur les bords ait atteint sa limite, auquel cas il produira une pyramide semblable à celle qui repose sur la base supérieure du prisme que représente la fig. 131. Si nous faisons passer un plan *sabc* par les côtés extérieurs *as*, *cs*, de deux triangles adjacens *asz*, *csz*, ce plan sera un quadrilatère dont les côtés et les angles seront égaux, c'est-à-dire qu'il ne pourra être qu'un rhombe ou un carré. Car si nous menons *oz* et *ac*, les triangles semblables *osy*, *ybz*, donneront

$$oy : ys :: yz : yb.$$

Mais $oy = yz$; donc $ys = yb$. D'ailleurs $ay = cy$, d'où résulte l'égalité dont j'ai parlé.

Concevons maintenant un second décroissement qui agisse sur l'angle *azc*, et dont telle soit la mesure, que les côtés *gx*, *tx*, de la facette *gxtl* qu'il produira soient parallèles aux côtés *as*, *cs*, du premier quadrilatère. Il est évident qu'elle sera semblable à ce quadrilatère. Soit *r* le côté *az* de la base du prisme, *h* la hauteur *uz*, et *n* le nombre de rangées soustraites en vertu du décroissement sur les bords. Si du centre *o* de la base, nous menons *on* perpendiculaire sur *az*, puis *sn*, le triangle *ons* pourra être con-

sidéré comme mensurateur; nous aurons donc

$$on = \sqrt{\frac{3r^2}{4}}, \text{ et } on : os :: n\sqrt{\frac{3r^2}{4}} : h.$$

Maintenant, si nous rapportons l'effet du décroissement au plan *osz*, le triangle mensurateur sera *ozs*, et parce que la dimension *ht* (fig. 119) remplace la perpendiculaire *hz*, *oz* (fig. 131) sera à *os* :: *nr* : *h*.

D'une autre part, le triangle *gxt* étant parallèle au triangle *asc*, il est aisé de concevoir que le triangle mensurateur relatif à la facette *gxtl* sera semblable au triangle *yos*; et parce que dans les décroissemens sur les angles, la distance entre une lame et l'autre, dans le sens de la largeur, est égale à autant de demi-diagonales $\frac{ht}{2}$ (fig. 119) qu'il y a de rangées soustraites, si nous désignons par n' le nombre de ces rangées, dans le cas présent, nous aurons $oy : os :: \frac{1}{2}n'r : h$. Mais nous avons eu $oz : os :: nr : h$. Donc

$$nr : \tfrac{1}{2}n'r :: oz : oy :: 2 : 1; \text{ donc } n' = n.$$

Avant d'aller plus loin, déterminons, à l'aide d'une formule générale, l'incidence des facettes *s*, *s* (fig. 130), sur les trapèzes adjacens *x*, *x*. Soit *ascz* (fig. 132) la même construction que (fig. 131), plus *zu* et *zl* (fig. 132) perpendiculaires l'une sur *as*, l'autre sur le prolongement de *sy*, et réunies entre elles par la ligne *lu*. L'angle *zul* sera le supplément de l'incidence proposée, et si l'on prend *zu* pour rayon,

zl sera le sinus du même angle. Cherchons successivement les expressions de ces deux lignes.

1°. Pour *zu*. Nous aurons

$$zu = ns \cdot \frac{az}{as},\ ns = \sqrt{\overline{(ao)}^2 + \overline{(os)}^2} = \sqrt{\tfrac{3}{4}r^2 + \frac{h^2}{n^2}},$$

$$az = r,\ as = z6 = \sqrt{\overline{(oz)}^2 + \overline{(os)}^2} = \sqrt{r^2 + \frac{h^2}{n^2}};$$

donc

$$zu = \frac{\sqrt{\frac{3r^2}{4} + \frac{h^2}{n^2}}}{\sqrt{r^2 + \frac{h^2}{n^2}}} \times r.$$

2°. Pour *zl*. Nous aurons

$$zl = \frac{os \cdot yz}{ys} = \sqrt{\frac{\frac{h}{n} \cdot \frac{1}{4}r^2}{\frac{1}{4}r^2 + \frac{h^2}{n^2}}}.$$

Comparant les expressions de *zu* et *zl*, nous trouverons

$$zu : zl :: \sqrt{\frac{3n^2r^2 + 4h^2}{4h^2 + 4n^2r^2}} : \sqrt{\frac{h^2}{4h^2 + n^2r^2}}.$$

Venons maintenant aux deux variétés dans lesquelles j'ai annoncé l'existence de la propriété géométrique dont j'ai parlé. L'une, qui appartient à l'émeraude, est représentée figure 133, et a pour signe $\underset{M}{\overset{\bullet}{M}}\underset{P}{B}\underset{t}{\overset{a}{B}}\underset{s}{\overset{a}{A}}$. Cherchons le rapport entre les demi-diagonales des facettes *s*, *s*, qui est le même que

celui de ay à ys (fig. 131). Or, $ay = \sqrt{\frac{3}{4}r^2}$,

$$ys = \sqrt{(oy)^2 + (os)^2} = \sqrt{\frac{1}{4}r^2 + \frac{h^2}{n^2}}.$$

Dans la forme primitive de l'émeraude (fig. 134) le côté B de la base est égal à la hauteur G. Donc $r = h$. De plus, dans la variété qui nous occupe $n = 2$. Substituant ces valeurs dans le rapport précédent, nous aurons $ay : ys :: \sqrt{3} : \sqrt{2}$; c'est-à-dire qu'en vertu d'une de ces analogies que j'appelle *de rencontre*, les faces s, s (fig. 133), sont des rhombes semblables à celui du rhomboïde primitif de la chaux carbonatée. Je donne à la variété d'émeraude dont il s'agit ici le nom d'*émeraude rhombifère*.

Si nous faisions $n = 1$, nous aurions

$$ay : ys :: \sqrt{3} : \sqrt{5},$$

c'est-à-dire que les faces s, s, seraient des rhombes semblables à celui du rhomboïde inverse de la même substance; mais ce cas ne s'est pas encore rencontré dans la nature.

L'autre variété qui se rapporte à la chaux phosphatée est représentée (fig. 130), et son signe est

$$\underset{M\ s\ x\ P}{M\overset{1}{A}\overset{1}{B}P.}$$

Dans le prisme qui offre la forme primitive de cette substance, le côté de la base est à la hauteur comme $\sqrt{2}$ à l'unité. Faisant donc $r^2 = 2$, $h = 1$,

et $n = 1$, on trouve ay (fig. 131) $= ys$, c'est-à-dire que les quadrilatères s, s (fig. 130), sont des carrés. De là le nom de *chaux phosphatée quadratifère* que j'ai donné à la variété dont il s'agit.

Si l'on supposait $n = 2$, on trouverait

$$ay : ys \text{ (fig. 131)} :: \sqrt{2} : 1;$$

rapport qui est le même que celui de r à h, d'où il suit que les faces s, s, seraient des rhombes semblables à ceux du dodécaèdre rhomboïdal.

Lorsque $n = 1$, le rapport de ao : H (fig. 127), d'où dérive l'incidence des carrés s, s (fig. 130) sur M, est aussi celui de $\sqrt{2}$ à 1, et ainsi cette incidence est exactement de 135^d.

Les facettes qui réalisent l'existence de la propriété indiquée existent dans plusieurs autres variétés, où elles se combinent avec d'autres facettes qui changent leur figure en celle d'un polygone plus ou moins composé, et altèrent les traits caractéristiques de la même propriété. Je citerai deux de ces dernières variétés.

L'une, qui appartient à l'émeraude, et que je nomme *émeraude soustractive*, est représentée (fig. 135), et a pour signe $\underset{M\,P\,u\,t\,s}{M P B \overset{2}{B} \overset{2}{A}}$. Les facettes s deviennent alors des hexagones symétriques. Voici les mesures des principaux angles.

Incidence de M sur s, 127^d 45′; de M sur t, 120^d. Cette valeur est rigoureuse. De M sur u, 139^{d}6′;

de P sur *s*, 135^d. Cette valeur est aussi rigoureuse. De P sur *t*, 150^d; de P sur *u*, 130^{d}53′.

L'autre variété est la plus composée de celles que présente la chaux phosphatée. Sa forme est représentée (fig. 136); elle porte le nom de *chaux phosphatée doublante*, et a pour signe $\underset{M}{M}\underset{z}{\overset{\frac{1}{2}}{B}}\underset{x}{\overset{1}{B}}\underset{r}{\overset{2}{B}}\underset{s}{\overset{1}{A}}{}^{\bullet}\underset{u}{A}{}^{\bullet}\underset{P}{P}$. Les facettes *s*, *s*, sont ici des octogones irréguliers. Les mesures des principaux angles sont les suivantes. Incidence de M sur *r*, 112^{d}12′; de M sur *s*, exactement 135^d; de M sur *x*, 129^{d}13′; de M sur *u*, 149^{d}3′; de M sur *z*, 148^{d}31′; de P sur *r*, 157^{d}47′; de P sur *s*, 125^{d}15′; de P sur *x*, 140^{d}46′; de P sur *z*, 121^{d}28′; de *s* sur *u*, 165^{d}57′.

On trouve la variété qui vient d'être décrite, en cristaux incolores et d'une belle transparence, au Saint-Gothard, sur un feld-spath granulaire, ou dans un mélange de feld-spath, de mica et de talc chlorite.

DU DODÉCAÈDRE RHOMBOÏDAL.

68. Nous avons vu (t. I, p. 47) que le dodécaèdre rhomboïdal soumis à la division mécanique se résolvait d'abord en quatre rhomboïdes, qui représentent les molécules soustractives, et ultérieurement en vingt-quatre tétraèdres, semblables aux molécules intégrantes. L'analogie entre la forme de ce dodécaèdre et celle du rhomboïde donne naissance à une propriété qui la distingue des autres formes avec

lesquelles elle partage le caractère de limite. Elle consiste en ce qu'elle est susceptible d'offrir deux systèmes de cristallisation, dont l'un se rapporte au grenat, à la sodalite, etc., et l'autre jusqu'ici appartient exclusivement au zinc sulfuré. Pour concevoir le premier, par lequel je commencerai l'exposition de la théorie, il est à remarquer que le dodécaèdre ayant huit angles solides composés de trois angles plans, on peut choisir à volonté, parmi les premiers, ceux dont les sommets sont indiqués par les lettres *o*, *m*, *n*, *x* (fig. 137), ou ceux qui ont leurs sommets aux points *l*, *p*, *r*, *u*, comme résultats immédiats de la division mécanique. La cristallisation agit conformément à ce double mécanisme de structure, c'est-à-dire que les décroissemens qui ont lieu autour de chacun des huit angles solides trièdres sont dans le même cas que si l'angle était le sommet d'un rhomboïde, ou, ce qui revient au même, comme si les arêtes qui leur servent de lignes de départ étaient les bords supérieurs d'un rhomboïde; d'où il suit que tous les angles solides trièdres et tous les bords sont identiques. Nous verrons qu'il en est tout autrement du point de vue auquel se rapporte le second système.

69. Mais avant d'en venir aux applications de la théorie, j'ai à déterminer deux formules dont on sentira bientôt l'utilité, et que je généraliserai, parce qu'elles s'étendent aux rhomboïdes, qui, dans d'autres espèces, font la fonction de formes primitives.

Supposons d'abord deux décroissemens qui aient

à la fois l'un sur les bords supérieurs B (fig. 138), l'autre sur les bords inférieurs D d'un rhomboïde quelconque, de manière que les faces qui en naîtront fassent de part et d'autre des angles égaux avec les rhombes sur lesquels ils agissent. Soit n' l'exposant du premier et n celui du second; l'une de ces quantités étant donnée, on propose de trouver l'autre.

Soit $almr$ (fig. 138) la coupe transversale du rhomboïde, que nous supposerons d'abord être obtus, a étant le point par lequel passe le bord supérieur. Soient au, lu, les directions des faces produites, qui correspondent au rhombe dont al est la diagonale oblique, auquel cas le triangle lua sera isocèle. Menons us perpendiculaire sur al, ensuite uz parallèle à ar, puis mt perpendiculaire sur ml. Soient e' et p' les demi-diagonales ol et ao. Le triangle usz étant semblable au triangle mtl, on aura (t. I, p. 286)

$$uz : sz :: ml : lt :: 2p'^2 : g'^2 - p'^2.$$

De plus,

$$az : uz :: n' : 1;$$

donc, d'une part,

$$uz = \frac{sz \,.\, 2p'^2}{g'^2 - p'^2}, \text{ et de l'autre } uz = \frac{az}{n'};$$

donc

$$\frac{az}{n'} = \frac{sz \,.\, 2p'^2}{g'^2 - p'^2}, \text{ et } az : sz :: 2p'^2 : \frac{g'^2 - p'^2}{n'}.$$

Maintenant uz étant une dimension en hauteur commune aux deux décroissemens, on a

$$lz : az :: n : n'.$$

Or,

$$lz = ls + sz = as + 2(sz);$$

donc

$$az + 2sz : az :: n : n';$$

mais

$$az : sz :: 2p'^2 : \frac{g'^2 - p'^2}{n'};$$

donc

$$2p'^2 + \frac{2g'^2 - 2p'^2}{n'} : 2p'^2 :: n : n',$$

$$2p'^2 n' + 2g'^2 - 2p'^2 : 2p'^2 :: n : 1,$$

$$2p'^2 n = 2p'^2 n' + 2g'^2 - 2p'^2;$$

donc

$$n = n' + 2\left(\frac{g'^2 - p'^2}{2p'^2}\right) = n' + \frac{g'^2 - p'^2}{p'^2}$$

et

$$n' = n - \frac{g'^2 - p'^2}{p'^2}.$$

Si le rhomboïde était aigu, on aurait

$$n = n' + \frac{p'^2 - g'^2}{2}.$$

Supposons que le rhomboïde soit celui de la chaux carbonatée, et que l'exposant du décroissement sur B soit l'unité. On aura

$$n = 1 + \frac{3 - 2}{2} = \frac{3}{2}.$$

Ce cas a été réalisé par la cristallisation dans la variété didodécaèdre de chaux carbonatée que représente la figure 140, et dont le signe est $\underset{c}{\overset{2}{e}}\underset{y}{\overset{\frac{3}{2}}{D}}\underset{\overset{1}{g}}{B}$.

Concevons maintenant que les deux décroissemens combinés agissent l'un sur l'angle supérieur A, l'autre sur l'angle inférieur *e* d'un rhomboïde, de manière que les faces qui en résultent forment des angles égaux avec le rhombe auquel ils se rapportent. Soit n' l'exposant du premier, n celui du second, ces deux quantités désignant les nombres de rangées soustraites. Cherchons une formule à l'aide de laquelle l'une étant connue serve de donnée pour trouver l'autre.

Soit *adcb* (fig. 141) la coupe principale du rhomboïde, que nous supposons être obtus, et soient g' et p' les demi-diagonales de chaque rhombe. *af* et *bf* étant les directions des faces produites par les deux décroissemens, menons *fo* et *ak* perpendiculaires l'une sur *ab*, l'autre *cd*, puis *fy* parallèle à *ad*. Le triangle *afb* sera isocèle, et les triangles *ayf*, *byf*, pourront représenter les triangles mensurateurs relatifs aux deux décroissemens.

Le triangle *foy* étant semblable au triangle *akd*, dans lequel *ak* est le sinus et *dk* le cosinus du petit angle de la coupe principale, on aura (t. I, p, 286).

$$fo : oy :: ak : dk :: \sqrt{3g'^2p'^2 - g'^4} : g'^2 - p'^2,$$

et

$$\begin{aligned} yf : oy &:: \sqrt{(fo)^2 + (oy)^2} : fo \\ &:: \sqrt{(g'^2 - p'^2)^2 + 3g'^2p'^2 - g'^4} : g'^2 - p'^2 \\ &:: \sqrt{g'^2p'^2 + p'^4} : g'^2 - p'^2. \end{aligned}$$

D'une autre part

$$yf : ay :: \sqrt{g'^2 + p'^2} : p'n';$$

donc

$$yf = ay\sqrt{\frac{g'^2 + p'^2}{p'n'}},$$

et d'après la première proportion

$$yf = oy\sqrt{\frac{g'^2p'^2 + p'^4}{g'^2 - p'^2}};$$

donc

$$ay : oy :: \sqrt{\frac{p'^2(g'^2 + p'^2)}{g'^2 - p'^2}} : \sqrt{\frac{g'^2 + p'^2}{p'n'}} :: p'^2n' : g'^2 - p'^2.$$

De plus,

$$by : ay :: n : n',$$

à cause de la dimension yf commune aux deux décroissemens ; ou

$$bo + oy : ay :: n : n',$$

ou

$$ay + 2oy : ay :: n : n';$$

et mettant à la place de ay et oy leurs valeurs,

$$p'^2n' + 2g'^2 - 2p'^2 : p'^2n' :: n : n';$$

donc

$$p'^2n'^2 + 2g'^2n' - 2p'^2n' = p'^2nn',$$

et

$$p'^2n' + 2g'^2 - 2p'^2 = p'^2n;$$

d'où l'on tire

$$n = \frac{p'^2n' + 2g'^2 - 2p'^2}{p'^2} = n' + \frac{2g'^2 - 2p'^2}{p'^2},$$

et

$$n' = n - \frac{2g'^2 - 2p'^2}{p'^2}.$$

Si le rhomboïde est aigu, on aura

$$n = n' + \frac{2p'^2 - 2g'^2}{p'^2}, \text{ et } n' = n + \frac{2g'^2 - 2p'^2}{p'^2}.$$

Ces deux formules s'appliquent au prisme hexaèdre régulier de la chaux carbonatée. Faisant $n' = 1$, on trouve $n = 2$. Les angles formés par les deux faces produites, dont l'une est la base du prisme et l'autre le pan correspondant, avec celles qui leur correspondent sur la forme primitive, sont alors de 45^d, comme cela est évident, d'après ce qui a été dit de la limite à laquelle se rapporte l'inclinaison de ces dernières faces.

70. Nous avons encore à déterminer le rapport entre les deux demi-diagonales g et p des rhombes du dodécaèdre qui est le sujet de cet article. Voici une manière très simple de parvenir à cette détermination. Si l'on trace les petites diagonales *ux*, *rx*, *or*, *ou* (fig. 137), des faces qui se réunissent autour d'un même angle solide, tel que *k*, composé de quatre plans, il est évident qu'elles formeront un carré. De plus, les grandes diagonales *ts*, *sy*, *hy*, *th*, des quatre faces adjacentes aux précédentes forment de même un carré qui est parallèle au premier. Imaginons maintenant que celui-ci se meuve parallèlement à lui-même le long de l'axe qui va de *k* en *f*, jusqu'à

ce qu'il coïncide avec le plan de l'autre carré *sthy*; il est clair qu'alors le point *r* se trouvera placé au milieu de la diagonale *sy*, le point *o* au milieu de la diagonale *st*, etc., de manière que le carré *orxu* sera inscrit dans le carré *sthy*, comme on le voit (fig. 142); d'où l'on conclura que la grande diagonale est à la petite, ou, ce qui revient au même, que *g* est à *p*, comme le côté du carré circonscrit est à celui du carré inscrit, c'est-à-dire comme $\sqrt{2}$ est à l'unité.

Je donnerai aussi une solution analytique du même problème. Si parmi les quatre axes qui passent par les angles solides trièdres nous en choisissons un à volonté, tel que celui qui serait mené par l'angle *o* (fig. 143), nous pourrons considérer le dodécaèdre comme un prisme hexaèdre régulier, ayant pour faces latérales les rhombes *yrsu*, *sufl*, etc., et terminé vers chaque sommet par trois rhombes, tels que *krso*, *solt*, *utok*. Maintenant, ayant mené *lx* perpendiculaire sur *tn*, si l'on fait passer par *lx* un plan situé perpendiculairement au rhombe *lfnt*, il est évident que la section de ce plan dans le prisme sera un hexagone régulier. Ayant mené les grandes diagonales *ks*, *st*, *kt*, des rhombes supérieurs, supposons que le triangle équilatéral qu'elles composent s'abaisse, en restant parallèle à lui-même, jusqu'à ce qu'il coïncide avec l'hexagone dont j'ai parlé. Il se trouvera inscrit dans cet hexagone, et parce que *lx* est un des côtés de celui-ci, si nous désignons par *g* la moitié de la diagonale *st*, prise pour exemple,

nous aurons

$$g : lx :: \sqrt{3} : \sqrt{4};$$

donc

$$lx = \sqrt{\frac{4g^2}{3}}.$$

Or, l'angle *lto* étant égal à l'angle *ltn*, et ces deux angles ayant pour côté commun l'arête *lt*, si nous menons *li* perpendiculaire sur *ot*, nous aurons

$$lx = li = \sqrt{\frac{4g^2p^2}{g^2+p^2}} = \sqrt{\frac{4g^2}{3}},$$

d'où l'on tire, $g^2 = 2p^2$; donc $g : p :: \sqrt{2} : 1$, ce qui est le même rapport que ci-dessus.

71. Soit *lk* (fig. 144) le rhomboïde dont les faces supérieures sont désignées par les mêmes lettres (fig. 143). Ayant abaissé *ox* (fig. 144), perpendiculaire sur le côté *lt*, nous aurons

$$ot : tx :: g^2+p^2 : g^2-p^2 :: 3 : 1,$$

d'où il suit que le cosinus du petit angle plan des faces du rhomboïde est le tiers du rayon. D'une autre part, le rayon est au cosinus du petit angle saillant, tel que celui que forment entre eux les rhombes *sotl*, *cltu*, $:: 2p^2 : g^2-p^2 :: 2 : 1$; c'est-à-dire que son cosinus est la moitié du rayon, d'où il suit que cet angle est de 60^d, et le grand angle de 120^d.

A l'égard des tétraèdres qui sous-divisent le dodécaèdre, leurs faces sont des triangles isocèles égaux et semblables soit entre eux, soit aux moitiés des

rhombes du dodécaèdre, sous-divisés dans le sens de leurs petites diagonales. Pour le prouver, je remarque d'abord que, dans chacun des rhomboïdes composés de six tétraèdres, la valeur de l'axe $\sqrt{9p^2-3g^2}$, ou $\sqrt{3}$ est égale à $\sqrt{g^2+p^2}$, qui est celle de chaque côté du rhombe. Cela posé, soit toujours *rt* (fig. 144) le rhomboïde dont le sommet extérieur est au point *o* (fig. 143). Ayant mené l'axe *oc* (fig. 144), et les petites diagonales *ol*, *cs*, des rhombes *oslt*, *rcls*, considérons le tétraèdre qui a pour faces les triangles *osl*, *csl*, *ocs*, *col*. Il est d'abord évident que chacun des deux premiers a pour base une petite diagonale, et pour côtés deux de ceux qui terminent un même rhombe. De plus, le triangle *ocs* a pour base la petite diagonale *cs*, et de ses deux côtés *os*, *co*, l'un lui est commun avec le rhombe *sotl*, et l'autre est l'axe du rhomboïde qui est égal au côté du rhombe. Enfin, le triangle *col* a pour base la petite diagonale *ol*, et de ses deux côtés, l'un *cl* lui est commun avec le rhombe *crsl*, et l'autre *co* est l'axe du rhomboïde. Donc, etc.

Dans le même tétraèdre, les deux triangles *osl*, *ocs*, font entre eux un angle droit; c'est une suite de ce que le plan mené par la petite diagonale *cs* et par l'axe *os* est perpendiculaire sur celui du rhombe *crsl*. Par une raison semblable, les deux triangles *col*, *csl*, font entre eux un angle droit. D'une autre part, l'angle que forment entre eux les deux triangles *osl*, *csl*, est de 60^{d}, comme étant le supplément de l'inclinaison respective des rhombes *sotl*, *kotu*. Enfin,

les deux triangles *osl*, *col*, font entre eux le même angle de 60^d, comme étant la moitié de l'incidence du rhombe *sotl* sur le rhombe *kosr*. Il semble qu'à quelque endroit que la Géométrie touche le dodécaèdre rhomboïdal, elle en fasse sortir un caractère de symétrie.

72. Je vais maintenant exposer les résultats de la cristallisation du dodécaèdre dont il s'agit, en le considérant sous le rapport du premier des systèmes que j'ai annoncés, et d'après lequel sa notation sera celle que présente la fig. 145, où tous les bords sont désignés par la même lettre B. Supposons des décroissemens qui aient lieu par une rangée de molécules soustractives rhomboïdales sur les bords dont il s'agit. Ces décroissemens feront naître au-dessus de chaque rhombe, tel que *krso* (fig. 143 et 146), une pyramide quadrangulaire *krsoy*, dont les faces seront des triangles scalènes. Et parce que le décroissement qui agit de part et d'autre d'une même arête, telle que *os*, suit la même loi, les deux faces adjacentes *osy*, *osv*, dans les pyramides voisines seront sur un même plan, et formeront des trapézoïdes *syov*, *vsyl*, etc., en sorte que la surface du cristal secondaire sera composée de 24 de ces trapézoïdes, égaux et semblables entre eux. De là le nom de *grenat trapézoïdal* que je donne à la variété de ce minéral, qui offre la forme que je viens de décrire, et que représente la fig. 147. Son signe est $\overset{1}{B}$.

$\overset{1}{n}$

J'ai démontré plus haut que le cube, considéré comme forme primitive, était susceptible de produire un solide semblable, en vertu d'un décroissement par deux rangées sur ses différens angles. Nous verrons bientôt que les lois de la structure se prêtent à deux nouvelles solutions du même problème, dont l'une appartient à la théorie de l'octaèdre régulier, et l'autre à celle du tétraèdre régulier.

Il est facile, sans avoir recours aux formules, de déterminer les incidences mutuelles des trapézoïdes. Soit yz la hauteur de la pyramide qui a son sommet en y. Je mène zp perpendiculaire sur os, puis yp. Il est visible que le trapézoïde $ysvo$, étant également incliné sur les deux rhombes $sotl$, $sokr$, qui font entre eux un angle de 120^d, doit en faire un de 30^d avec chacun d'eux, d'où il suit que $ypz = 30^d$. Donc

$$pz : yz :: \sqrt{3} : 1.$$

Mais

$$pz = \frac{sz \times oz}{os} = \sqrt{\frac{2 \times 1}{3}};$$

donc

$$\sqrt{\tfrac{2}{3}} : yz :: \sqrt{3} : 1, \text{ et } yz = \tfrac{1}{3}\sqrt{2},$$

ce qui suffit pour déterminer le reste. On trouvera, d'après ces données, que l'incidence de $syov$ sur $kyo\lambda$ est de $146^d 26' 33''$, et que celle $kyo\lambda$ sur $kyr\mu$ est de $131^d 48' 36''$.

Examinons avec plus de détail la structure du

solide trapézoïdal. Soit *tx* (fig. 148) une des lames de superposition, dont la pyramide *rsoky* (fig. 146) est l'assemblage. Le décroissement qui produit cette lame étant censé avoir lieu par une rangée sur quatre arêtes, qui, étant prises deux à deux, représentent les bords supérieurs d'un rhomboïde obtus, les quatre faces latérales $t\gamma\nu i$, $px\nu i$, etc., feront des angles obtus et égaux avec la face supérieure $\gamma\varepsilon x\nu$ de la lame dont il s'agit. Menons par $\gamma\varepsilon$ le plan $\pi\gamma\varepsilon\vartheta$, de manière que $\gamma\pi$ soit parallèle à νi, et par εx le plan $\zeta\varepsilon x\mu$, en sorte que $x\mu$ soit parallèle à νi. Ces plans intercepteront autant de demi-rhomboïdes qu'il y a d'arêtes comprises dans les lignes εx, $\gamma\varepsilon$, plus une pyramide quadrangulaire $y\zeta\varepsilon\vartheta$, représentée séparément (fig. 149), et qui est un assemblage de deux tétraèdres que l'on séparerait à l'aide d'un plan mené par les points y, ε, λ. Soit c le nombre d'arêtes contenues dans chacune des lignes εx, $\gamma\varepsilon$. La totalité des petits rhomboïdes interceptés par les deux plans dont j'ai parlé sera égale à $\frac{c+c}{2}+\frac{1}{3}=c+\frac{1}{3}$. Il est d'ailleurs évident que le nombre de rhomboïdes compris dans ce qui restera de la lame de superposition sera représenté par c^2. Ainsi la lame, considérée dans son premier état, a pour expression $c^2+c+\frac{1}{3}$, d'où il suit qu'elle n'est pas uniquement formée de rhomboïdes complets. Mais si l'on prend la somme de tous ceux qui composent les douze lames qui répondent à un même terme, on aura $12c^2+12c+4$,

ce qui équivaut à un ensemble de rhomboïdes complets, sans aucun reste. Après tout, le point essentiel est que les molécules intégrantes restent entières, et rien ne s'oppose à ce que parmi les molécules soustractives il y en ait une qui subisse un retranchement, pour que l'assortiment qui en résulte s'accorde avec la marche particulière des lois auxquelles est soumise la structure du dodécaèdre considéré comme ayant tous ses bords identiques.

Tel est donc l'effet que produit sur la lame de superposition la suppression des molécules interceptées par les plans $\pi\gamma\varepsilon\vartheta$, $\zeta\varepsilon x\mu$, que ses nouveaux bords, qui passent par les points μ, π, parallèlement aux premiers, sont plus reculés que ceux-ci d'une quantité égale à une dimension de molécule. Il en résulte que la lame se trouve alors dans le même cas que si le rhomboïde auquel elle correspond étant isolé, avait subi un décroissement par deux rangées sur ses bords inférieurs. Mais parce que les lignes εx, $\varepsilon\gamma$, restent fixes tandis que la lame diminue d'étendue, par la surface inférieure, les faces qui naîtraient du décroissement dont je viens de parler conserveraient la même inclinaison. C'est effectivement ce que prouve la formule $n = n' + \frac{g'^2 - p'^2}{p'^2}$, qui a été donnée plus haut, et dans laquelle n' désigne l'exposant du décroissement qui a lieu sur les bords supérieurs, et n celui du décroissement qui agit sur les bords inférieurs, n' étant ici égale à l'unité,

on a $n = 1 + \frac{2-1}{1} = 2$, comme cela doit être d'après ce qui vient d'être dit.

Je vais faire une application de cette formule à la variété de grenat représentée figure 150, que j'appelle *grenat émarginé*, et qui ne diffère du grenat trapézoïdal qu'en ce que les décroissemens qui agissent sur les bords du dodécaèdre n'ont pas atteint leur limite, en sorte qu'il reste sur la surface de la forme secondaire douze rhombes parallèles aux faces primitives.

Imaginons que le rhomboïde auquel appartiennent les faces P′, P″, P‴, soit isolé, et qu'il ait subi un décroissement par deux rangées seulement sur les six bords inférieurs des trois rhombes qui correspondent aux faces dont il s'agit. La forme qui en résultera aura l'aspect que représente la figure 151, dont il est facile de faire le rapprochement avec le solide complet que l'on voit (fig. 150). Or, les faces *n*, *n′*, *n″* (fig. 151), ont cette propriété, que celles qui sont désignées par *n′*, *n′*, ou par *n*, *n*, forment entre elles un angle de 109^{d} 28′ 16″, égal à l'angle plan obtus des rhombes du dodécaèdre primitif. Car *n* étant le nombre de rangées soustraites qui a lieu généralement dans le cas où cette propriété est réalisée par la cristallisation, on a $n = \frac{2p^2}{g^2 - p^2}$, comme il a été prouvé (t. I, p. 333), et ici $n = \frac{2}{2-1} = 2$, ce qui convient aux faces *n*, *n′*, *n′*, etc.

Une seconde propriété qui est liée à la précédente, consiste en ce que l'angle *stx*, ou tout autre semblablement situé, est droit. Mais cet angle étant masqué dans le solide complet, par l'intervention des faces qui naissent sur les bords supérieurs (fig. 150), on peut lui substituer celui que forme chacune des faces telles que *n″*, *n″*, avec le rhombe adjacent *ostr*, lequel doit être aussi de 90^d, d'après ce qui a été dit (t. I, p. 332); d'où il suit que l'incidence de *n″* sur P′, qui est susceptible d'être mesurée immédiatement sur le solide complet, a la même valeur.

Il existe une troisième propriété qui est de même une suite de la première. Pour la concevoir, supposons que le décroissement par deux rangées qui donne les faces *n′*, *n″* (fig. 151), se répète du côté opposé à celui sur lequel il prend naissance, comme cela aurait lieu si le rhomboïde que nous considérons ici était isolé. La théorie prouve que, dans ce cas, l'incidence des faces *n′*, *n″*, sur leurs adjacentes vers le sommet inférieur, serait égale à celle de deux rhombes situés autour d'un même sommet du rhomboïde primitif, c'est-à-dire qu'elle serait de 120^d. Cette incidence disparaît sur la variété dont il s'agit ici, mais on y trouve son équivalent. Car il est aisé de voir que, par une suite de l'incidence dont je viens de parler, celle de *n′* ou de *n″* sur la face P″ qui lui est adjacente est de 150^d; et comme sur le solide complet, il existe vers le bord opposé du même rhombe une seconde face *n″* (fig. 150) dont l'inclinaison sur P″ est la même

que celle de n', il en résulte que l'incidence de n' sur n'' est de 120^d^, ce qui réalise d'une autre manière la propriété énoncée.

Ainsi, cette variété offre la répétition de trois des angles du dodécaèdre primitif, savoir, de l'angle plan obtus de ses rhombes, qui est de $109^d 28' 16''$; de l'angle droit que forment entre eux les rhombes *oslt*, *rsmy*, etc. (fig. 137), et de l'angle de 120^d qui mesure l'incidence mutuelle des rhombes *mslf*, *lsot*, *kotu*, etc.

Je ne dois pas omettre que l'angle de $109^d 28' 16''$ donne l'incidence des trapézoïdes tels que *ysvo*, *πsγω* (fig. 146), ou *vlγs*, *ysπr*, situés de deux côtés opposés autour du point *s*, et que l'angle de 120^d est celui que forment entre eux les trapézoïdes, tels que *ysvo*, *μrγk*, ou *kγoλ*, *ysπr*, situés de même de deux côtés autour du point *y*.

Les cristaux des deux variétés que je viens de décrire, surtout ceux de la première, ont quelquefois leur surface sillonnée de stries situées dans le sens des bords des lames de superposition, qui décèlent la marche du décroissement auquel ils doivent leur forme. Mais dans le grand nombre de ceux que j'ai observés pendant long-temps, je n'en ai trouvé aucun qui fût comparable, sous le même rapport, aux deux dont je vais parler, et qui offrent séparément l'une et l'autre variété, sous une forme complète et isolée, dont le diamètre est de 22 millimètres (environ dix lignes). Le progrès de la structure y est si sensible, que l'on serait tenté de croire que l'accroissement

aurait eu lieu par une succession de lames décroissantes qui, en partant du noyau, seraient venues se placer les unes au-dessus des autres. L'observation paraît avoir prêté son langage à la théorie pour la faire parler aux yeux. Les figures 152 et 153 peuvent donner une idée de l'aspect qui caractérise ces cristaux.

Mais ce qui ajoute beaucoup à la satisfaction que j'ai de compter ces produits de la cristallisation parmi les ornemens les plus intéressans de ma collection, c'est celle de me les représenter ornés eux-mêmes du nom de M. le comte de Romanzow, grand chancelier de l'empire de Russie, qui rappelle tant de grandes qualités, dont l'éclat semble rejaillir sur les présens sortis de sa main (1).

(1) Ces cristaux ont été découverts en Finlande, dans un mica schistoïde (glimmerschiefer, W.), par M. Fourman, ingénieur des mines de Russie, distingué par l'étendue de ses connaissances en Minéralogie. Il y vit une preuve qui lui parut décisive en faveur de la théorie des lois auxquelles est soumise la structure, et s'empressa de les montrer à M. le comte de Romanzow, dont le goût très éclairé pour la même science lui en fit porter le même jugement. M. Fourman le pria de vouloir bien lui-même me les envoyer. C'était, m'écrivait-il, pour en doubler le prix; et, au moment où je les reçus, je sentis qu'il n'en avait pas assez dit.

J'ai été redevable depuis à M. Vanuxem, jeune savant des Etats-Unis, qui cultive les sciences naturelles avec autant de succès que de zèle, de plusieurs cristaux de grenat trapé-

Avant de passer à une nouvelle variété, je remarquerai que la manière d'agir des décroissemens, dans le système que nous considérons ici, ne diffère de celle qui se rapporte aux rhomboïdes ordinaires, que relativement aux deux angles obtus de chaque rhombe, qui sont censés être identiques. Mais elle laisse subsister les fonctions des angles aigus, comme si le rhomboïde auquel appartiennent ces angles était isolé; en sorte qu'à cet égard les deux systèmes s'assimilent l'un à l'autre, ainsi que nous le verrons bientôt.

La variété que j'ai annoncée, et que représente la figure 154, est celle à laquelle appartient le grenat que j'appelle *uniternaire*. Elle diffère de la précédente par l'addition des facettes *c*, *c*, etc., qui remplacent les bords δ, δ, etc. (fig. 150). Si l'on prend deux de ces facettes, telles que *c*, c'' (fig. 154), situées de part et d'autre d'un même hexagone P′, il est aisé de voir que le décroissement qui les donne agit sur les angles latéraux du rhombe primitif situé parallèlement à P′, et auxquels répondent les angles *rso*, *rko* (fig. 146). Il en résulte que le triangle *ysz* (fig. 146) est censé mensurateur à l'égard de la facette *c*

---

zoïdal, de 8 millimètres (environ 3 lignes et demie) de diamètre, qui ont été trouvés aux environs de Philadelphie, et offrent des indices marqués de leur structure, comme les précédens, à la suite desquels ils ont été naturellement se placer dans ma collection.

(fig. 154) située en dessous de P′. Or,

$$sz : yz :: \sqrt{2} : \tfrac{1}{3}\sqrt{2} :: 3 : 1 \text{ (p. 190)}.$$

De plus, si l'on désigne par n le nombre de rangées soustraites, on aura

$$sz : yz :: n : \sqrt{\frac{3p^2 - g^2}{p^2}} :: 3 : 1.$$

Faisant $g = \sqrt{2}$, et $p = 1$, on trouve $n = 3$. Ainsi le signe de la variété sera $P\overset{1}{B}{}^{3}E^{3}$.
$P\ \overset{1}{n}\ c$

73. Je passe au second système, où la cristallisation semble donner la préférence à quatre rhomboïdes, choisis parmi les huit que l'on peut extraire du dodécaèdre à l'aide de la division mécanique, pour agir sur chacun d'eux comme s'il existait séparément. La figure 155 représente ce dodécaèdre, dans lequel j'indiquerai par A, A′, A″, A‴, les quatre angles solides qui doivent être considérés comme les sommets des rhomboïdes dont il s'agit, et par e, e', e'', e''', ceux dont telle est la fonction, que chacun des angles plans qui le composent est l'angle inférieur d'un rhombe qui appartient à l'un des rhomboïdes désignés. Je vais décrire plusieurs variétés que présente le zinc sulfuré, auquel se rapporte ce second système, et je déduirai soit de leur aspect géométrique, soit de la marche des lois de leur structure, les indices auxquels on les reconnaît pour lui appartenir.

1°. Zinc sulfuré tétraèdre $^{1}\underset{\overset{1}{g}}{A}{}^{1}$ (fig. 156). La forme de cette variété, qui est celle du tétraèdre régulier, met dans tout son jour l'action élective des lois de structure, dépendante du système que nous considérons. On y voit que parmi les huit angles solides composés de trois plans qui paraissent identiques, si l'on s'en tient à l'aspect de la forme primitive, il n'y a que les quatre désignés par la lettre A qui entrent comme tels dans le plan de la cristallisation. On remarquera de plus que le tétraèdre régulier, qui est une forme remarquable par sa simplicité, naît ici de la plus composée des formes primitives, savoir, le dodécaèdre, à l'aide de la loi de décroissement la plus simple de toutes; et les molécules intégrantes qui produisent cette forme par leur assortiment sont elles-mêmes des tétraèdres, mais qui en diffèrent en ce qu'ils ont pour faces des triangles isocèles, et qui, moins symétriques, ont une propriété dont est privé le tétraèdre régulier, lorsqu'il fait à son tour la fonction de molécule intégrante dans l'octaèdre régulier, savoir, celle de se réunir exactement et sans aucun vide par leurs *latus* d'affinité.

2°. Zinc sulfuré octaèdre $^{1}\underset{\overset{1}{g}}{A}{}^{1}\underset{m}{\overset{3}{e}}$ (fig. 157 et 158). Nous avons vu plus haut qu'à une loi quelconque de décroissement qui agissait sur l'angle supérieur d'un rhomboïde, répondait une autre loi qui, en agissant sur l'angle inférieur, donnait une face également in-

clinée de la même quantité en sens contraire, sur le rhombe correspondant, que celle qui résultait du premier décroissement. n étant l'exposant de celui-ci, et n' l'exposant de l'autre, on a

$$n' = n + \frac{2g^2 - 2p^2}{p^2}.$$

Dans le cas présent, les faces g, g' (fig. 157) de l'octaèdre répondent à celles du tétraèdre (fig. 156), produites en vertu d'un décroissement par une rangée sur les angles supérieurs des rhomboïdes auxquels se rapporte la cristallisation. Les autres faces m, m' (fig. 157), étant le résultat du second décroissement, la formule devient

$$n' = 1 + \frac{4 - 2}{1} = 3,$$

ainsi que l'indique le signe.

Dans les cristaux dont la forme est représentée (fig. 157), la distinction entre les deux ordres de faces s'annonce par une différence d'étendue qui donne à ces cristaux l'aspect d'un tétraèdre légèrement tronqué sur ses quatre angles solides. Dans ceux qui se rapportent à la figure 158, toutes les faces de l'octaèdre sont égales, en sorte que la forme se trouve ramenée à sa limite géométrique. Le cuivre pyriteux fournit un exemple d'une différence du même genre, dans les dimensions des faces de la variété que j'appelle *triépointée*, qui tantôt offre le tétraèdre primitif légèrement modifié par des facettes qui remplacent ses quatre angles solides, et tantôt le même tétraèdre

dans lequel les facettes additionnelles et les faces primitives sont égales, et composent la surface d'un octaèdre régulier.

3°. Zinc sulfuré cubo-octaèdre alterne, ${}^{1}A^{1}\overset{3}{e}{}^{1}E^{1}$
$\overset{1}{g}\ m\ s$
(fig. 159). Pour bien concevoir la structure de cette variété, supposons d'abord que sa forme ait l'aspect de celle que présente ordinairement l'espèce de solide que j'ai nommée *cubo-octaèdre*, et dont la surface ramenée à la limite géométrique est composée de six carrés *s*, *s*, etc., comme on le voit fig. 160, et de huit triangles équilatéraux *g*, *m*, etc. Les faces *g*, *m*, étant communes à cette forme et à celle de l'octaèdre régulier (fig. 158), il reste les faces *s*, *s* (fig. 160), qu'il s'agit de déterminer. On voit d'abord qu'elles naissent sur les angles latéraux E, E (fig. 155) des rhomboïdes auxquels se rapporte l'action élective des lois de la structure. Cela posé, soit A*e*A'*e*'E (fig. 161) la pyramide dont la base passe par les mêmes points (fig. 155), auquel cas la face *s* (fig. 160), située entre *m* et *m'*, pourra être considérée comme produite par un décroissement sur l'angle AE*e* (fig. 161). Menons *sn* perpendiculaire sur l'axe de la pyramide, et située dans le plan qui passe par cet axe et par l'apothème *sy* du triangle AE*e*, d'où il suit qu'elle sera sur la direction de la face que nous considérons; de plus, si nous menons *nb* perpendiculaire sur *sy*, le triangle *sbn* sera mensurateur à l'égard de la même face. Désignant par *n* le nombre de rangées sous-

traites, nous aurons

$$sb : bn :: n : \sqrt{\frac{3p^2 - g^2}{p^2}}.$$

Or, l'angle formé par la ligne *bs* avec l'axe de la pyramide est de 45^d, d'où il suit que l'angle *bsn* a la même mesure, et que le triangle *sbn* est à la fois rectangle et isocèle. Donc $sb = bn$; donc aussi

$$n = \sqrt{\frac{3p^2 - g^2}{p^2}} = 1,$$

ainsi que l'indique le signe.

L'aspect sous lequel s'offre le solide cubo-octaèdre dans la variété qui nous occupe, et que représente la figure 159, est tout différent de celui auquel se rapporte la figure 160. Mais il provient de l'empreinte que porte cette variété du système particulier de cristallisation dont elle dérive, et qui lui est commune avec la variété octaèdre (fig. 157). Ce n'est plus la symétrie ordinaire, mais c'est celle qui est commandée par le système.

Je n'ai encore observé aucun cristal de la variété qui va suivre, qui n'eût subi ce genre d'accident que j'ai désigné par l'épithète de *transposé*, ajoutée au nom de la forme qui le présente. Je supposerai d'abord que celle-ci en ait été exempte, en sorte que toutes ses parties soient à leurs véritables places. Dans cette hypothèse, son aspect sera celui d'un solide à 24 faces (fig. 162), savoir, 12 trapézoïdes *nycp*, *opcg*, etc., qui répondent aux faces primitives, et 12 triangles isocèles allongés *nyi*, *ycd*, etc., réunis trois à trois autour de

quatre angles solides composés de trois plans, pris parmi les huit qui existent sur le dodécaèdre primitif. Je donne le nom de *didodécaèdre* à la variété qui offre cet assortiment de faces de deux ordres.

Les triangles isocèles qui se combinent avec les faces primitives ont deux manières d'être différentes, dont l'une les fait dépendre d'une loi simple, et l'autre d'une loi intermédiaire de décroissement. Dans l'hypothèse de la première, les sommets des quatre rhomboïdes auxquels se rapporterait le système de cristallisation, seraient situés aux points de réunion y, g, m, f, des triangles isocèles pris trois à trois, en sorte que ces points coïncideraient avec les angles supérieurs A, A′, A″, A‴ (fig. 163), des rhombes qui appartiendraient à ces rhomboïdes; et les angles inférieurs des mêmes rhombes seraient situés aux points e, e', e'', e'''. Mais si l'on admet la seconde loi, les sommets dont il s'agit coïncideront avec les points p, γ, b, a, qui sont isolés; et les angles supérieurs et inférieurs des rhombes changeront de rôle, en sorte que les premiers seront ceux qui portent les lettres A, A′, A″, A‴ (fig. 164), et les seconds ceux qui sont marqués e, e', e'', e'''.

J'exposerai d'abord la première loi, quoiqu'elle ne soit pas celle qu'indique l'analogie, parce qu'on serait tenté de la regarder comme la véritable, à en juger par l'aspect de la forme considérée en elle-même et abstraction faite de ses rapports avec celles des autres variétés.

Soit *bz* (fig. 165) le rhomboïde qui a son sommet supérieur au point *y* (fig. 162), et soit *cyd* (fig. 165), le même triangle que figure 162. En mesurant de l'œil les incidences des côtés *yc*, *yn*, etc., des triangles sur les résidus *pc*, *pn*, etc. (fig. 162 et 165), on juge qu'elles sont sensiblement de 90^d, et la mesure mécanique donne exactement le même angle. Il en résulte que *yc* est le cosinus de l'angle *yop*, le côté *yo* étant pris pour rayon, et ainsi $co = \frac{1}{3}\, oy = \frac{1}{3}\, op$, et de même $do = \frac{1}{3}\, bo$. De là il est facile de conclure que le décroissement qui donne le triangle *cyd* (fig. 165) est inverse, et a lieu par trois rangées en hauteur sur l'angle inférieur *pob* du rhombe *pλbo*, d'où il suit que son signe rapporté à l'angle dont il s'agit (fig. 163) est $\overset{\frac{1}{6}}{e}$. Ainsi le décroissement direct qui produirait un rhomboïde semblable à celui dont les faces résultent du prolongement des triangles *cyd*, *nyi*, etc. (fig. 162), agirait sur les angles supérieurs *oyz*, *zyv*, etc. (fig. 165), ou en général A (fig. 163) du rhomboïde, qui fait ici la fonction de forme primitive. Cherchons la loi de ce second décroissement, en désignant par *n* son exposant, et par *n'* celui du décroissement inverse. La formule qui se rapporte à ce cas est

$$n = \frac{2 + n'}{1 - 4n'} \text{ (t. I, p. 382).}$$

Faisant $n' = \frac{1}{6}$, on trouve $n = \frac{13}{2}$, c'est-à-dire que le décroissement dont il s'agit aurait lieu par 13 rangées en largeur, et aurait pour signe $\underset{\frac{13}{2}}{A}$.

Cherchons le rapport entre les demi-diagonales γ et π de chaque rhomboïde, en nous servant de la formule relative au décroissement inverse; nous aurons (p. 372), en supprimant le facteur commun $n+1$,

$$\gamma : \pi :: g\left(\frac{2}{2n+1}\right) : \sqrt{\left(\frac{1}{1-n}\right)^2 (p^2 - \tfrac{1}{3}g^2) + \left(\frac{1}{2n+1}\right)^2 \frac{4g^2}{3}};$$

Et faisant $g = \sqrt{2}$, $p = 1$, $n = \frac{1}{6}$,

$$\gamma : \pi :: \tfrac{3}{2}\sqrt{2} : \sqrt{\tfrac{36}{25} \cdot \tfrac{1}{3} + \tfrac{9}{16} \cdot \tfrac{8}{3}} :: \sqrt{25} : \sqrt{11}.$$

D'après ces données, on trouve que le grand angle du rhombe est de $112^d\,53'\,8''$, et le petit de $67^d\,6'\,52''$, en sorte que la différence entre ces angles et ceux du rhombe primitif qui sont l'un de $109^d\,28'\,16''$, et l'autre de $70^d\,31'\,44''$, n'est que d'environ $3^d\,\frac{1}{3}$. Dans chaque trapézoïde, tel que *nycp* (fig. 162) l'angle *npc* étant toujours de $109^d\,28'\,16''$, son opposé *nyc* devient égal au petit angle $70^d\,31'\,44''$ du rhombe dont ce trapézoïde fait partie. C'est une suite de ce que les angles *ynp*, *ycp*, etc., sont droits.

Si l'on suppose que les triangles *cyd*, *nyi*, *imn*, *cgd*, etc., se prolongent jusqu'à s'entrecouper dans tous les sens, en masquant les trapézoïdes *yncp*, *gcpo*, etc., il en résultera un solide à douze faces triangulaires isocèles, dont on aura une idée en imaginant un tétraèdre régulier, sur les faces duquel s'élèveraient quatre pyramides droites triangulaires, égales et semblables entre elles.

Nous allons maintenant considérer la même variété sous le point de vue qui la met en rapport avec le second système, dans lequel la notation de la forme primitive est celle que l'on voit fig. 164. Le but est de traduire dans le langage de ce système l'expression qui a été donnée plus haut de la loi de décroissement relative aux faces *cyd*, *nyi*, etc. (fig. 162), dans l'hypothèse du premier système. Choisissons le triangle *nyi*, et supprimant par la pensée le triangle *nmi* qui repose sur la même base *in*, voyons ce que deviendra l'autre. Soit *e*″A*e*A″E′ (fig. 166) la pyramide dont les côtés passent par les mêmes points (fig. 164), et sur laquelle les deux triangles *e*″E′A, AE′*e* (fig. 166), seront les moitiés des rhombes *e*″E′Aλ, E′AE*e* (fig. 164), situés sur le rhomboïde qui a son sommet en A, et le triangle *e*E′A″ (fig. 166), sera la moitié d'un rhombe appartenant au rhomboïde voisin dont le sommet est en A″. Soit *nyi* le triangle indiqué, prolongé jusqu'à ce qu'il coupe le côté *e*″E′. Ce triangle se changera en un trapézoïde *ynζi*, en sorte qu'il se trouvera augmenté du petit triangle *niζ*, qui, dans le solide complet (fig. 162), avait disparu en conséquence de ce que le plan du triangle *nyi* était entrecoupé à l'endroit de sa base *ni* par le plan de l'autre triangle *imn*, qui, à son tour, se serait changé en un trapézoïde semblable, sans l'intervention du premier plan.

Si l'on mène dans le trapézoïde la diagonale *yζ*, il est facile de voir qu'elle le partagera en deux triangles scalènes, dont l'un *ynζ* sera produit par le décrois-

sement relatif au rhomboïde dont le sommet est en A, et l'autre $yi\zeta$ résultera du décroissement qui se rapporte au rhomboïde dont le sommet est en A″. C'est un cas analogue à celui qui a lieu dans une multitude de formes, où deux décroissemens soumis à une même loi, qui agissent de part et d'autre d'une même arête, se combinent de manière que les deux faces qui en naissent coïncident sur un même plan. Bornons-nous à considérer le décroissement qui donne le triangle $yn\zeta$. Il est d'abord facile de voir que ce décroissement est intermédiaire sur l'angle latéral E′ (fig. 164 et 166) du rhomboïde qui fait ici la fonction de forme primitive. Désignons par x le nombre d'arêtes de molécules comprises dans le bord yE′, et par y celui que contient la partie E′n du bord E′A. Désignant par n le nombre de rangées soustraites, nous aurons $\frac{1}{n}$ pour l'expression de la partie E′ζ du bord E′e''. Or, E′n étant le cosinus du petit angle du rhombe, qui est $\frac{1}{3}$ du rayon, comme on l'a vu plus haut, nous pouvons faire yE′ $=3$, et E′$n=1$. Reste à trouver l'expression numérique de $\delta\zeta$. E′n étant le tiers du côté AE′ et E′i le tiers du côté E′A″, si nous menons la ligne ni, la partie $\pi\zeta$ de la diagonale $e\zeta$ qu'elle interceptera sera aussi le tiers de cette diagonale; et parce que la partie E′π de l'axe E′ω de la pyramide qu'intercepte la même ligne in est à cet axe comme E′n est à E′A, nous aurons aussi

$$E'\pi = \tfrac{1}{3}E'\omega.$$

Le triangle $E'e''y$ étant égal et semblable à la moitié d'un rhombe primitif divisé dans le sens de la grande diagonale, soit $\mu\delta y\sigma$ (fig. 167) le rhombe complet, dans lequel $\delta\omega$ sera la même ligne que figure 166. Menons par le tiers de $\delta\omega$ (fig. 167) la ligne $y\pi\zeta$, qui sera aussi la même que figure 166. Nous aurons

$$\delta\pi = \frac{1}{3}\delta\omega.$$

Donc

$$\delta\pi : \pi\sigma :: \frac{1}{3} : \frac{5}{3} :: 1 : 5;$$

et à cause des triangles semblables $\delta\pi\zeta$, $y\pi\sigma$,

$$\delta\zeta : y\sigma :: \delta\pi : \pi\sigma :: 1 : 5.$$

Donc aussi $\delta\zeta : \delta\mu :: 1 : 5$. Mais l'expression de δy (fig. 166) est $x=3$. Donc $\delta\zeta$ ou $\frac{1}{n}$ (fig. 167) $=\frac{3}{5}$; donc le décroissement rapporté au rhomboïde qui a son sommet en A (fig. 164) a pour signe $(E'B^3 \underset{\frac{5}{3}}{B'^1})$.

J'ai supposé que dans la forme de la variété qui vient de nous occuper, l'assortiment des faces était celui que présente la figure 162, où tout est d'accord avec l'ordre de la structure. Mais, comme je l'ai dit, cet assortiment n'est point celui de la nature, au moins dans les cristaux observés jusqu'ici, et il faut y substituer celui qu'indique la figure 168. Pour avoir une idée nette de ce dernier, supposons que les choses étant d'abord dans l'état que représente la figure 162, le rhomboïde qui a son sommet en a, ait tourné autour de son axe, d'une quantité égale à la

sixième partie d'une circonférence de cercle, en emportant avec lui les six triangles *qmh*, *qfh*, *ufx*, *ugx*, *ogr*, *omr*, qui interceptent ses bords latéraux. Dans ce cas le point *m*, pris pour exemple, sera venu se placer en *m'* (fig. 168), et tous les autres points ayant tourné à proportion, l'assortiment des six triangles se trouvera disposé comme sur la même figure, dont il est facile de saisir les différences avec la précédente, d'après la correspondance des lettres.

Dans le polyèdre de la figure 162, à chaque trapézoïde supérieur, tel que *ynpc*, répond dans la partie inférieure un autre trapézoïde *aqfu*, qui lui est parallèle. Mais dans le polyèdre de la figure 168, c'est au contraire une arête *au'*, qui répond au trapézoïde *ynpc*, de manière qu'elle est parallèle à la diagonale qui serait menée de *p* en *y*.

Mais si tout se réduisait au changement de position d'un des rhomboïdes composans, il resterait un vide entre ce rhomboïde et la concavité qui lui servait comme de moule avant son déplacement. Or, il en est de ce cas comme de celui de l'arragonite et de diverses autres substances, où plusieurs cristaux qui paraissent se pénétrer auraient laissé de même un vide dans l'espace intermédiaire entre eux, si quelques-uns au moins n'avaient pris une extension qui a rempli ce vide, et j'ai prouvé que les plans auxquels elle se terminait, et que j'appelle *plans de jonction*, sont toujours situés parallèlement à des faces produites par des lois de décroissement soit sur

les angles, soit sur les bords des cristaux groupés, ou du moins de quelques-uns.

Pour concevoir la manière dont la cristallisation a satisfait à cette condition dans le cas présent, remarquons que par une suite de ce que le mouvement du rhomboïde qui a tourné a pour mesure un arc de 60^{d}, les trois bords contigus à son sommet supérieur correspondent aux diagonales obliques des rhombes qui composent la surface de la concavité, d'où il résulte que les plans de jonction sont des rhombes égaux et semblables aux précédens, inclinés de la même quantité en sens contraire que ceux qui sont restés à jour vers le sommet inférieur du même rhomboïde. Or, la loi d'où dépendent les rhombes dont il s'agit est celle qui a pour signe $\overset{\frac{1}{2}}{e}$, et qui, en supposant son effet complet, produit, comme forme secondaire, un rhomboïde semblable au noyau.

On voit, par tout ce qui précède, que le plan de la cristallisation se trouve encore ici ramené à l'hypothèse du dodécaèdre considéré comme un assemblage de quatre rhomboïdes déterminés, et c'est ce qu'indique surtout le changement de position qu'a subi l'un d'eux, qui paraît s'être détaché des autres, comme pour avertir l'observateur qu'il jouit dans le dodécaèdre d'une existence particulière, que l'on doit également supposer par analogie à chacun des trois autres.

On trouve des masses de zinc sulfuré composées

de lames qui offrent l'indice du déplacement dont je viens de parler, par la manière dont elles s'entre-croisent à certains endroits. En soumettant une de ces masses à la division mécanique, j'ai réussi à combiner les directions des plans coupans de manière à obtenir pour résultat un dodécaèdre que je conserve dans ma collection, et qui est semblable à celui de la figure 168, abstraction faite des triangles isocèles.

Je terminerai cet article en indiquant une variété que représente la figure 169, qui diffère de la précédente, par l'addition des faces qui répondent à celles du tétraèdre. Si l'on en trouvait des cristaux dont les faces n'eussent subi aucun déplacement, je lui donnerais le nom de *zinc sulfuré apophane*, auquel on doit ajouter ici l'épithète de *transposé*, pour désigner le déplacement dont il s'agit. Cette variété est remarquable par le retour des faces du tétraèdre, qui font encore mieux ressortir l'empreinte du système de cristallisation, déjà indiquée par le changement de position d'un des rhomboïdes composans.

DE L'OCTAÈDRE (1).

74. L'octaèdre, que la cristallisation emploie comme type de plusieurs espèces minérales, est un

(1) C'est à M. Delafosse que je suis redevable de cet article, dans lequel il expose, avec autant de clarté que de précision, une méthode de calcul qui lui est particulière, et qui manquait à la Cristallographie.

solide terminé par huit faces triangulaires, qui, prises deux à deux, sont égales et parallèles. Ses arètes se réunissent quatre à quatre sur trois plans différens pour former autant de parallélogrammes dont les centres répondent aux milieux de trois axes qui passent par les angles solides opposés. Les figures de ces parallélogrammes, en variant d'une espèce à l'autre, déterminent diverses modifications d'octaèdre, dont chacune influe à son tour sur le système de cristallisation qui en dérive : ces modifications ont été décrites sous des noms particuliers dans les considérations générales qui précèdent l'exposé de la théorie (tom. I, pag. 17 et suiv.).

75. La division mécanique établit une différence remarquable entre la structure de l'octaèdre et celle des prismes qui font la fonction de forme primitive. Dans ceux-ci, les molécules intégrantes, si on les suppose rapprochées jusqu'au contact, adhèrent les unes aux autres par leurs faces semblables, sans laisser aucun vide entre elles : dans l'octaèdre au contraire, les molécules ne se touchent que par leurs bords, et sont séparées par des vacuoles d'une figure toute différente, en sorte que si l'on entreprend de sous-diviser un pareil noyau, on obtient toujours au moins des solides de deux formes, les uns semblables aux molécules propres de la substance, et les autres aux petits espaces interposés entre elles, sans qu'on puisse jamais réduire à l'unité le résultat de la division. Nous verrons bientôt que la difficulté qui

naît de cette structure en apparence équivoque, ne tombe que sur le genre de figure de la molécule intégrante, et non sur celui de la molécule soustractive, qui est toujours un parallélépipède déterminé : elle ne porte aucune atteinte à la théorie, qui continue de suivre la même marche, dans ses applications aux formes secondaires dépendantes de l'octaèdre.

Soit EP (fig. 170) un octaèdre que nous supposerons régulier, ce que nous allons dire de cet octaèdre étant également vrai de tous les autres solides du même genre, à quelques différences près que nous ferons connaître dans la suite. Concevons qu'on le divise à l'aide de plans dont chacun passe par le centre, parallèlement à deux faces opposées. Il est aisé de voir que les plans dont il s'agit passeront en même temps par les milieux des arêtes de l'octaèdre, et détacheront huit tétraèdres réguliers, dont les bases feront partie des faces du noyau, et dont les sommets coïncideront avec le centre *c*. On aura de plus six octaèdres partiels, dans chacun desquels un des angles solides se confondra avec un de ceux de l'octaèdre total, et l'angle solide opposé avec le centre.

Si l'on continue de sous-diviser le premier octaèdre EP (fig. 170) par des coupes parallèles aux précédentes, et placées entre ces dernières à des distances égales, chaque octaèdre partiel se résoudra en six nouveaux octaèdres, plus huit tétraèdres; et chaque tétraèdre en un octaèdre, plus quatre tétraèdres, ainsi qu'on le voit (fig. 171); et cela de manière que

tous les octaèdres d'une part, et tous les tétraèdres de l'autre, seront égaux chacun à chacun, et que de plus les faces des octaèdres seront égales à celles des tétraèdres.

Dans les octaèdres régulier, symétrique et rhomboïdal, les tétraèdres ont toutes leurs faces égales et semblables; mais dans les octaèdres rectangulaire et obliquangle, les faces des tétraèdres ne sont égales et semblables que deux à deux.

Quelque loin que l'on pousse la sous-division de l'octaèdre primitif parallèlement à ses différentes faces, on ne pourra jamais éviter ce mélange d'octaèdres et de tétraèdres, qui laisse l'observateur dans l'incertitude sur la véritable forme de la molécule intégrante. J'exposerai bientôt les considérations qui doivent le guider dans le choix de l'un des deux solides pour représenter l'élément physique employé par la cristallisation; mais je dois prouver avant tout, qu'en partant de cette structure mixte, telle que la division mécanique nous la présente, on peut arriver à une détermination aussi exacte des formes secondaires relatives à l'octaèdre, que celle qui a lieu à l'égard du parallélépipède.

Soit EORNLP (fig. 172) le même octaèdre que (fig 170), situé de manière que deux de ses triangles opposés, savoir EOR, NLP, aient des positions horizontales. Si l'on place sur ces mêmes triangles deux tétraèdres réguliers dont les faces leur soient égales, l'octaèdre se trouvera converti en un rhomboïde

aigu (fig. 173) dans lequel les angles plans seront de 60^{d} et de 120^{d}. En plaçant d'autres tétraèdres sur les triangles *nel*, *por* (fig. 174), ou sur les triangles *pol*, *ner* (fig. 175), ou enfin sur les triangles *eol*, *rpn* (fig. 176), on aura des rhomboïdes semblables au premier; dont les axes seront dirigés dans d'autres sens.

Les résultats précédens sont susceptibles d'être réalisés à l'aide de la division mécanique, en sorte que l'on peut extraire d'une masse laminaire de chaux fluatée des rhomboïdes dans quatre sens différens, en se bornant aux six coupes indiquées par les faces de celui que l'on veut obtenir ; et au moyen d'une opération inverse de celles qui conduisent aux résultats dont il s'agit, on peut décomposer chaque rhomboïde en un octaèdre et deux tétraèdres.

Or, comme tous ces rhomboïdes sont susceptibles d'être sous-divisés parallèlement à leurs différentes faces en une multitude de petits rhomboïdes semblables à eux-mêmes, il en résulte que les octaèdres partiels renfermés dans celui que représentent les figures, composent avec les tétraèdres des rhomboïdes dans tous les sens.

76. On conçoit, d'après ce qui précède, comment la théorie relative à l'octaèdre peut parvenir à son but, en assimilant les décroissemens qui agissent sur les diverses parties de cet octaèdre, à ceux qui leur correspondraient sur les rhomboïdes dans lesquels cet octaèdre peut être transformé. Les molécules sous-

tractives, dans ce cas, seraient les petits rhomboïdes dont j'ai parlé, et l'on aurait par rapport à l'octaèdre, le même nombre de rangées soustraites, que pour le rhomboïde dont cet octaèdre ferait partie. On voit aussi par là que la connaissance exacte de la molécule intégrante importe peu à la théorie, qui ne considère ici que des espaces rhomboïdaux, en faisant abstraction de la figure des petits corps qui occupent ces espaces. Néanmoins comme il est utile de pouvoir se représenter cette molécule, pour définir nettement le minéral auquel elle appartient, je vais reprendre le mécanisme qui règne dans la structure de l'octaèdre, en l'envisageant sous le point de vue de la Physique, et je développerai les raisons qui paraissent décider du choix de la forme élémentaire.

Nous avons vu que chacun des octaèdres partiels renfermés dans l'octaèdre total est enveloppé par huit tétraèdres, et que réciproquement chaque tétraèdre est enveloppé par quatre octaèdres. Il en résulte que si l'on suppose nuls les tétraèdres, l'octaèdre total sera un assemblage de petits octaèdres réunis par leurs bords, et qui laisseront entre eux des vacuoles de figure tétraèdre; et si au contraire on suppose que ce soient les octaèdres qui deviennent nuls, l'octaèdre total sera composé de petits tétraèdres réunis de même par leurs bords, et entre lesquels existeront des vacuoles de figure octaèdre. Dans chacune des deux hypothèses, on pourra concevoir l'octaèdre total comme étant sous-divisé en une mul-

titude de petits espaces rhomboïdaux dont chacun offrira la réunion, soit d'un octaèdre et de deux vacuoles de figure tétraèdre, soit d'un vacuole de figure octaèdre et de deux tétraèdres. Par une suite nécessaire, les décroissemens qui donneront les formes secondaires seront les mêmes que si les deux espèces de solides se trouvaient simultanément dans l'octaèdre, et il n'y aura rien de changé dans la marche de la théorie.

Il ne s'agit donc plus que de choisir entre ces deux solides celui qui remplit la fonction de molécule intégrante. Or, comme dans les cristaux dont la structure ne laisse aucune ambiguité sur la forme de cette molécule, elle est toujours ou un parallélépipède, ou un prisme triangulaire, ou un tétraèdre, si dans les cas douteux, semblables à celui qui nous occupe, on adopte le tétraèdre, toutes les formes de molécule se trouveront réduites aux trois les plus simples que l'on puisse concevoir, ce qui paraît fournir une raison de préférence en faveur du tétraèdre. De plus, il n'est pas possible d'arranger autrement des tétraèdres réguliers, pour qu'il en résulte un corps symétrique, qu'en les réunissant par leurs bords; et ainsi, il faut interdire à la cristallisation l'emploi d'une forme aussi remarquable par sa simplicité, ou adopter l'assortiment de tétraèdres et de vacuoles qui a lieu dans l'hypothèse que nous préférons.

77. Cette hypothèse acquerra un nouveau de-

gré de probabilité par les considérations suivantes. Nous avons raisonné comme si les molécules intégrantes se touchaient, et c'est en partant de cette supposition, que quelques auteurs ont jugé inadmissible l'opinion précédente sur la structure de l'octaèdre, à cause de la grande quantité de vide qui en résulterait dans les cristaux de cette forme. Mais on a vu, à l'article des joints surnuméraires, les preuves d'une vérité généralement admise par les physiciens, savoir, que les molécules de tous les corps sont séparées par des intervalles incomparablement plus grands que leurs diamètres.

Cela posé, soit ABCD (fig. 177) la coupe principale d'un rhomboïde extrait d'une masse lamelleuse de chaux fluatée. Imaginons pour un instant que la matière de ce rhomboide soit continue et sans aucun vide. Dans la sous-division du quadrilatère ABCD, les triangles *a*, *c*, *g*, *e*, etc., représenteront les coupes d'autant de petits tétraèdres, les rhombes *b*, *h*, *f*, etc., celles d'autant de petits octaèdres, et les quadrilatères composés, l'un des trois figures *a*, *b*, *e*, un second des figures *c*, *h*, *k*, etc. représenteront les coupes d'autant de petits rhomboïdes. Concevons maintenant que les octaèdres deviennent nuls, et que les tétraèdres s'écartent à de grandes distances, en gardant les mêmes positions relatives, et en conservant le parallélisme de leurs faces. Il existera toujours dans le nouvel assemblage des joints parallèles à ceux qui ont lieu dans celui que représente la figure, en sorte

qu'on pourra encore extraire à volonté du rhomboïde, soit d'autres rhomboïdes analogues à celui dont la coupe est le quadrilatère $\gamma\varkappa\mu\nu$, soit des octaèdres tels que celui qu'indique le rhombe $\pi\varkappa\omega\upsilon$, soit des tétraèdres semblables à celui qui est désigné par le triangle $\varkappa\omega\mu$.

La différence entre un pareil assortiment et celui qui a lieu, par exemple, dans un rhomboïde de chaux carbonatée consistera en ce que si l'on rapprochait ici les tétraèdres jusqu'au contact, ils intercepteraient des vacuoles de forme octaèdre, au lieu que, dans le même cas, il n'y aurait aucun vide entre les molécules composantes du rhomboïde calcaire. Mais cette différence est une suite nécessaire de celle qui existe entre les formes des molécules, et ainsi elle ne peut donner lieu à aucune objection fondée.

78. Au reste, la quantité de vide que renfermerait un octaèdre de chaux fluatée, si l'on rapprochait ainsi les molécules jusqu'au contact, n'aurait rien de surprenant, comme il est aisé de s'en convaincre par un calcul direct. Reprenons en effet la sous-division de l'octaèdre régulier, telle que nous l'avons exposée au commencement de cet article, et concevons qu'elle soit continuée de la même manière jusqu'à une certaine limite; les nombres d'octaèdres et de tétraèdres que l'on obtiendra successivement formeront deux séries récurrentes, dans chacune desquelles il sera facile d'avoir l'expression générale d'un terme quelconque. Représentons par A, B, C, D, etc., la série

relative aux tétraèdres, et par a, b, c, d, etc., celle qui concerne les octaèdres. Nous aurons

d'une part,	et de l'autre,
$A=8$,	$a=6$,
$B=4A+8a$,	$b=6a+A$,
$C=4B+8b$,	$c=6b+B$,
$D=4C+8c$, etc.	$d=6c+C$, etc.

Evaluons d'abord le terme général de la première série. Elle peut être mise sous la forme suivante :

$$A=8,$$
$$B=8A+(8a-4A),$$
$$C=8B+(8b-4B),$$
$$D=8C+(8c-4C), \text{ etc.}$$

Mais chacune des différences $8a-4A$, $8b-4B$, $8c-4C$, etc., est la moitié de celle qui la suit, comme on peut s'en assurer en y remplaçant A, B, etc., a, b, etc., par les expressions équivalentes trouvées plus haut. Si l'on a égard à ce résultat, et que l'on fasse les substitutions successives, on aura

$$A=8,$$
$$B=8A+8.2^1=8^2+8.2^1,$$
$$C=8B+8.2^2=8^3+8^2.2^1+8.2^2,$$
$$D=8C+8.2^3=8^4+8^3.2^1+8^2.2^2+8^1.2^3, \text{etc.}$$
$$\vdots$$

On voit par là que le terme général, dont le rang

est marqué par n, a pour valeur

$$8^n+8^{n-1}.2^1+8^{n-2}2^2+8^{n-3}.2^3+\ldots+8^2 2^{n-2}+8^1.2^{n-1}.$$

Pour ramener ce terme à une expression plus simple, je remarque que ses parties étant prises dans un ordre inverse, forment une progression géométrique croissante, dont le premier terme est $8 2^{n-1}$, le dernier terme 8^n, et la raison 4. On peut donc en calculer la somme par la formule connue, et analogue à celle dont nous avons fait usage (t. I, p. 77). On aura, en désignant cette somme par s,

$$s=\frac{4.8^n-8.2^{n-1}}{4-1}=\tfrac{4}{3}(8^n-2^n).$$

Quant à la seconde série relative aux octaèdres, j'observe que, d'après le calcul précédent, on a les égalités

$$8a-4A=8.2^1, \quad \text{ou} \quad a=\frac{A}{2}+2^1,$$

$$8b-4B=8.2^2, \quad b=\frac{B}{2}+2^2,$$

$$8c-4C=8.2^3, \text{ etc.} \quad c=\frac{C}{2}+2^3, \text{etc.}$$

D'où l'on peut conclure qu'un terme quelconque du rang n de la seconde série est égal à la moitié du terme correspondant de la première, plus à 2^n. Donc, désignant par s' le terme du même rang que s, on aura

$$s'=\tfrac{1}{2}s+2^n=\tfrac{2}{3}(8^n-2^n)+2^n=\tfrac{2}{3}8^n+\tfrac{1}{3}2^n.$$

Cela posé, soit a^3 la solidité d'un des petits oc-

taèdres composans : $\frac{1}{4}a^3$ représentera la solidité d'un des tétraèdres correspondans ; par conséquent, d'après les formules trouvées plus haut, la solidité de tous les octaèdres sera égale à $(\frac{2}{3}8^n + \frac{1}{3}2^n)a^3$, et celle des tétraèdres à $(\frac{1}{3}8^n - \frac{1}{3}2^n)a^3$. Le rapport de l'une des solidités à l'autre a donc pour expression

$$\frac{\frac{2}{3}8^n + \frac{1}{3}2^n}{\frac{1}{3}8^n - \frac{1}{3}2^n} = \frac{2.8^n + 2^n}{8^n - 2^n} = \frac{2.4^n + 1}{4^n - 1}.$$

Si l'on représente par n le nombre qui répond à la dernière de toutes les divisions possibles, ce nombre étant en quelque sorte infini, la quantité 4^n sera elle-même infiniment grande par rapport à l'unité, de manière qu'on pourra négliger celle-ci sans erreur sensible ; ce qui réduira l'expression précédente à

$$\frac{24^n}{4^n} = 2.$$

La solidité des octaèdres sera donc double de celle des tétraèdres ; d'où il suit que si l'on suppose le cristal composé uniquement d'octaèdres, la quantité de vide sera à la quantité de matière à peu près dans le rapport de 1 à 2, c'est-à-dire qu'elle en sera sensiblement la moitié. Si l'on conçoit, au contraire, que les tétraèdres existent seuls, la quantité de vide sera double de la quantité de matière ; suppositions qui paraissent très admissibles, lorsqu'on fait attention à la grande porosité des corps.

79. Je vais maintenant exposer la manière de ramener la détermination des formes secondaires qui

ont un octaèdre pour noyau, à celle des formes qui dérivent du parallélépipède. Mais je ferai remarquer d'abord la différence que présentent l'octaèdre rectangulaire et celui que l'on nomme *obliquangle*, avec les autres, savoir, le régulier, le symétrique et le rhomboïdal, relativement au résultat que l'on obtient en appliquant deux tétraèdres sur deux faces opposées de chacun d'eux. Les trois derniers octaèdres ayant toutes leurs faces égales et semblables, le parallélépipède auquel ils passent par l'addition de deux tétraèdres, et que j'appellerai désormais *parallélépipède substitué*, conserve la même forme, quelles que soient les faces sur lesquelles on place les tétraèdres complémentaires. Il en est autrement des deux octaèdres que j'ai cités d'abord, et dont les faces ne sont égales et semblables que quatre à quatre. Suivant que l'on pose les tétraèdres sur les faces opposées de l'une ou de l'autre figure, on obtient deux parallélépipèdes dont la forme est différente, mais qui sont égaux en solidité. Les octaèdres et les tétraèdres qui les composent sont d'ailleurs égaux et semblables chacun à chacun, en sorte que la différence dont il s'agit n'influe en rien sur la molécule intégrante, et laisse subsister l'unité de structure. La molécule soustractive seule est variable dans les diverses applications de la théorie, de même que dans les décroissemens intermédiaires relatifs aux formes prismatiques, nous avons vu les petits parallélépipèdes dont se composaient les rangées sous-

traites, changer d'un résultat à l'autre, suivant les nombres d'arêtes de molécule intégrante retranchées sur les côtés de l'angle qui subissait le décroissement.

80. La méthode que je vais développer ici étant générale, l'exemple que j'en donnerai se rapportera à un octaèdre quelconque, que nous supposerons représenté par la figure 178.

Concevons un décroissement ordinaire qui ait lieu sur l'arête OL. On transformera l'octaèdre en un parallélépipède, de manière que cette arête soit commune à l'un et à l'autre solide, ce qui se fera en plaçant les tétraèdres complémentaires sur deux des quatre faces qui ne contiennent pas cette ligne, comme on le voit fig. 179. Supposons que le décroissement rapporté à ce parallélépipède soit mixte, et qu'il ait lieu par trois rangées en largeur et deux en hauteur. Désignant l'arête OL par D, on aura $\overset{\frac{3}{2}}{D}$ (fig. 178) pour le signe de ce décroissement.

On suivrait le même procédé à l'égard d'un décroissement sur le bord SL, qui est aussi commun à l'octaèdre et au parallélépipède SP (fig. 179). Concevons qu'il ait lieu par quatre rangées en largeur, et désignons le bord SL par B, le signe du décroissement sera B^4 (fig. 178).

Passons aux décroissemens sur les angles, et supposons d'abord un décroissement ordinaire sur l'angle LSO. On transformera l'octaèdre en un parallélépipède, de manière que cet angle soit commun à

l'un et à l'autre solide, ce qui ne pourra se faire qu'en plaçant les tétraèdres complémentaires sur les deux faces NRS, LOP, comme on le voit fig. 180; et si le décroissement dont il s'agit, rapporté à ce parallélépipède, a lieu par deux rangées en largeur de petits parallélépipèdes semblables, il aura pour signe $\underset{2}{A}$, A désignant l'angle LSO de l'octaèdre primitif.

La même méthode s'applique à un décroissement intermédiaire sur l'un quelconque des angles du noyau. Si nous concevons un décroissement de ce genre qui ait lieu par exemple sur l'angle SLO (fig. 178), on placera dans ce cas les tétraèdres complémentaires sur les faces SOR, LNP (fig. 179), afin que l'angle SLO devienne l'un de ceux du parallélépipède substitué; et si l'on suppose que, d'après la mesure du décroissement, il y ait deux arêtes de molécule soustraites sur le bord LS, une seule sur le bord LO, et trois dans le sens de LG, en sorte que ce décroissement rapporté au parallélépipède se fasse par trois rangées en hauteur de molécules doubles, on aura pour signe représentatif, en désignant l'angle SLO par E, et les arêtes LS, LO par B et D, $(E^{\frac{1}{3}}B^{2}D^{1})$ (fig. 178).

D'après ce qui précède, on voit que tout l'artifice de la théorie consiste à supposer que le décroissement ait agi d'abord sur le parallélépipède substitué, et qu'ensuite ce parallélépipède ait repassé à la forme de l'octaèdre par le retranchement des deux tétraèdres

complémentaires. Ces tétraèdres peuvent être considérés en général comme une espèce d'échafaudage, à l'aide duquel on élève l'édifice de la structure, et qui disparaît ensuite autour de l'octaèdre, de manière cependant qu'il doit être toujours présent à l'esprit de l'observateur qui veut se rendre compte du travail de la cristallisation.

81. Nous avons vu plus haut qu'un octaèdre peut être transformé en parallélépipède de plusieurs manières, suivant le choix que l'on fait des deux faces sur lesquelles on place les tétraèdres complémentaires. Il en résulte qu'il y a aussi diverses manières de faire dériver d'un parallélépipède le décroissement que subit une même partie de l'octaèdre. Par exemple, si nous reprenons le décroissement ordinaire sur l'angle LSO (fig. 178), que nous avons considéré ci-dessus, et qui avait pour signe $\underset{2}{A}$, et si nous plaçons cette fois les tétraèdres complémentaires sur les faces OSR, LNP, comme on le voit figure 179, ce décroissement, rapporté au nouveau parallélépipède, sera censé avoir lieu sur l'arête ST, et il aura pour signe représentatif $\underset{3}{b}$, b désignant l'arête ST. Supposons que l'angle LSO subisse un décroissement intermédiaire qui, rapporté au parallélépipède fig. 180, ait pour expression $(\underset{2}{A}B^3C^1)$, C désignant l'arête SO ; si l'on rapporte ce décroissement au parallélépipède fig. 179, il sera censé avoir lieu sur l'angle LST, et son signe deviendra $(\underset{\frac{4}{5}}{a}\ B^2b^1)$, a marquant l'angle LST. Parmi ces

diverses manières de déterminer le décroissement qui a lieu sur un angle de l'octaèdre, celle que j'ai indiquée plus haut mérite la préférence pour les raisons que je vais exposer.

En suivant cette marche, on obtient cet avantage, que le décroissement que l'on considère, soit qu'on le rapporte immédiatement à l'octaèdre ou au parallélépipède substitué, ne change pas de nature, et conserve la même origine, l'angle sur lequel il prend naissance restant commun aux deux solides. Cette dernière condition, qui semble assez naturelle, ne pouvant être remplie que d'une seule manière, elle sert à mettre de l'uniformité dans la solution du problème, et fait cesser l'indétermination qu'il offrait d'abord, lorsqu'on l'envisageait dans toute sa généralité.

La méthode prescrite a un autre avantage, qui consiste en ce qu'elle simplifie la notation des décroissemens, dans laquelle il n'entre que des lettres qui représentent les angles et les arêtes de l'octaèdre lui-même, en sorte que la figure de ce solide primitif suffit à l'intelligence de tous les signes. On a vu au contraire, par les exemples cités précédemment, que si l'on fait dériver le décroissement d'un autre parallélépipède que celui qu'indique cette méthode, on arrive à des expressions dont les termes se rapportent à des angles et à des bords, tels que *a* et *b* (fig. 179), qui n'appartiennent point à l'octaèdre, ce qui exige que l'on accompagne chaque signe

d'une figure particulière, qui en donne l'interprétation.

82. Au reste, la position d'une face, produite par un décroissement quelconque sur les angles, peut être déterminée d'une manière purement technique, à l'aide d'un signe qui se rapporte à l'octaèdre, et qui fasse connaître les valeurs relatives des quatre lignes, telles que A*m*, A*n*, A*p*, A*q* (fig. 181), interceptées par un plan parallèle à la face dont il s'agit. Par exemple, supposons ce plan tellement situé, que les nombres 3, 1 et 2, expriment combien les lignes A*m*, A*n*, A*p*, renferment de parties aliquotes des arêtes AE, AE′, AE″; le nombre proportionnel correspondant à la quatrième ligne A*q* ne pourra être que $\frac{6}{5}$; car il existe entre les quatre nombres une relation nécessaire, que nous ferons bientôt connaître. Cela posé, le signe dont il est question sera $A(B^{3}B'^{1}B''^{2}B'''^{\frac{6}{5}})$; c'est-à-dire qu'il contiendra les lettres que portent les côtés de l'angle A, respectivement accompagnées d'exposans, qui marquent les nombres de parties proportionnelles, ou si l'on veut, de dimensions de molécule soustraites sur les mêmes côtés, par le plan parallèle à la face de décroissement. Je donne à ces sortes de signes le nom de *signes techniques*, pour les distinguer de ceux qui fournissent immédiatement la mesure du décroissement, et que j'appelle *signes théoriques*. D'après le signe technique, on pourra toujours couper l'octaèdre par un plan parallèle à la face dont il dérive, et se faire une juste

idée de la position de cette face. Dans les décroissemens ordinaires relatifs à l'octaèdre, et dans tous ceux qui se rapportent au rhomboïde et aux autres formes, soit qu'ils agissent suivant des lois ordinaires ou intermédiaires, le signe théorique suffit pour déterminer les plans analogues à celui dont je viens de parler, et qui sont utiles, soit pour mettre les cristaux en projection, soit pour en exécuter des copies en bois. La réunion des deux signes, dans le seul cas qui fasse exception, offrira l'équivalent du double emploi, dont le signe théorique est susceptible partout ailleurs.

Le signe technique, qui donne la position du plan *mpnq* (fig. 181), étant connu, il est facile d'en déduire le signe théorique. Mais parce que l'on peut considérer le décroissement qui produit une face parallèle à *mpnq*, comme agissant sur l'un des quatre angles *m*A*p*, *p*A*n*, *n*A*q*, *q*A*m*, il faut avant tout faire un choix entre ces divers angles. Or, on doit préférer, dans tous les cas, celui qui est formé par les deux côtés les plus longs, tels que A*m*, A*p*, dans l'exemple qui vient d'être cité. Par là le décroissement agit en largeur dans le sens où sa marche est plus rapide, et son expression est en général plus simple.

Maintenant, soit *mpnq* (fig. 182) le même plan que fig. 181, et supposons que les valeurs relatives des lignes A*m*, A*n*, A*p*, A*q* soient exprimées par *x*, *y*, *z* et *u*, en sorte qu'on ait le signe technique

$\mathrm{A}(\mathrm{B}^{x}\mathrm{B}'^{y}\mathrm{B}''^{z}\mathrm{B}'''^{u})$. Prolongeons le plan *mpnq* jusqu'à ce qu'il coupe en *r* le côté AI du tétraèdre complémentaire appliqué sur l'angle *n*A*q*. Si nous représentons par ω le nombre d'arêtes de molécule contenues dans A*r*, le signe théorique du décroissement rapporté à l'angle *m*A*p* sera $(\mathrm{A}_{\omega}\mathrm{B}^{x}\mathrm{B}''^{z})$.

Cherchons ω. Soit AEOI (fig. 183) le même parallélogramme que figure 182. Les trois points *p*, *n*, *r* étant en ligne droite, il doit y avoir une relation entre les nombres z, y et ω, qui mesurent comparativement les lignes A*p*, A*n*, A*r*. Pour la trouver, menons *pg* parallèle à A*r*, les triangles semblables A*nr*, *png* donnent la proportion

$$pg : Ar :: ng, \text{ ou } Ag - An : An.$$

Or, le nombre de parties proportionnelles contenues dans *pg* ou A*g* étant le même que celui que renferme A*p*, il suit de la proportion précédente que l'on a

$$z : \omega :: z - y : y,$$

d'où l'on tire

$$\omega = \frac{zy}{z-y}.$$

Il peut arriver qu'après la substitution des valeurs numériques de x, z et ω dans le signe $(\mathrm{A}_{\omega}\mathrm{B}^{x}\mathrm{B}''^{z})$, les exposans de B et de B″ aient des facteurs communs et des diviseurs particuliers. Mais en multipliant d'abord les trois exposans par les diviseurs des deux

derniers, et en les divisant ensuite par les facteurs communs aux deux mêmes exposans, on donnera au signe sa véritable forme, savoir, celle par laquelle il fait connaître les nombres d'arêtes de molécule soustraites en vertu du décroissement sur les bords de l'octaèdre primitif.

L'équation $\omega = \frac{zy}{z-y}$ étant résolue par rapport à y, conduit à la suivante, $y = \frac{z\omega}{z+\omega}$; c'est-à-dire, que des trois nombres z, y, ω, qui expriment les valeurs relatives des lignes Ap, An, Ar, celui qui répond à la ligne située en diagonale, est égal au produit des deux autres, divisé par leur somme. Ce résultat, qui est général pour tout parallélogramme, va nous servir à calculer la relation que nous avons annoncée entre les quantités composantes d'un signe technique. Pour cela, reprenons la figure 181, dans laquelle les lignes Am, An, Ap, Aq ont toujours pour expressions x, y, z, u, et menons les diagonales mn, pq, qui se croiseront en o sur l'axe de l'octaèdre. Représentons pour un moment par p le nombre de parties proportionnelles contenues dans la ligne Ao. Les trois points m, o, n étant en ligne droite, les quantités x, p, y seront liées, d'après ce qui précède, par l'équation $p = \frac{xy}{x+y}$, et la même dépendance existant entre z, p et u, on aura pareillement

$$p = \frac{zu}{z+u}.$$

Donc, en combinant ces deux résultats, on a

$$\frac{xy}{x+y}=\frac{zu}{z+u};$$

ce qui est la relation dont nous avons parlé.

Si l'on résout cette équation par rapport à x, on obtiendra l'expression de l'une des quantités en fonction des trois autres. On trouve de cette manière

$$x=\frac{yzu}{y(z+u)-zu}.$$

83. Si les quatre quantités x, y, z, u, sont égales, l'équation $\omega=\frac{zy}{z-y}$ devient $\omega=\frac{1}{0}$; à cette limite, le décroissement n'agit plus sur les angles du parallélépipède substitué, mais il a lieu sur ses bords par une simple rangée. Et comme on doit supposer que son action, relativement à l'octaèdre, est la même sur les quatre angles plans qui forment l'angle solide A, son expression se réduit à $\underset{1}{A}$.

Si l'octaèdre que l'on considère est le régulier, auquel cas tous les parallélépipèdes substitués sont des rhomboïdes égaux de 120^d et 60^d, il est aisé de juger que la forme secondaire qui résultera du décroissement $\underset{1}{A}$ sera un cube. Ainsi le cube qui passe à l'octaèdre régulier par un décroissement d'une simple rangée sur tous ses angles, dérive à son tour, de cette dernière forme, à l'aide d'un semblable dé-

croissement. L'action de la même loi, transportée sur les douze bords de l'octaèdre régulier, donnerait naissance au dodécaèdre rhomboïdal qu'elle reproduit, comme on le sait, lorsqu'elle a lieu sur les douze bords du cube.

84. L'usage des noyaux hypothétiques, dont on a vu divers exemples relatifs à des formes secondaires dérivées du rhomboïde, s'étend aux variétés qui ont pour noyau une forme d'une autre espèce. Leur considération s'applique avec d'autant plus d'avantage à la théorie qui nous occupe, que parmi les solides susceptibles de faire la fonction de noyaux hypothétiques, il y en a toujours un qui est un parallélépipède, et dont les faces coïncident avec des joints naturels qui sont dans l'ordre de la structure de l'octaèdre. Les molécules intégrantes dont il est l'assemblage, sont les mêmes tétraèdres qui composent ce dernier solide, et les molécules soustractives, dont les soustractions déterminent les décroissemens d'où dérivent alors les formes secondaires, sont semblables au parallélépipède dont il s'agit. Pour concevoir ce nouveau mécanisme, il suffit de jeter les yeux sur la fig. 170, qui nous a déjà servi à développer la structure de l'octaèdre. On y verra que les plans des trois parallélogrammes *gkmy*, *giaq*, *iksu*, et des trois autres qui leur sont respectivement opposés, ne font que toucher les bords des tétraèdres composans, sans les entamer en aucune manière, et que seulement ils partagent en deux moitiés les vacuoles de figure oc-

taèdre. Or, ces six plans étant prolongés jusqu'à s'entrecouper, interceptent évidemment entre eux un parallélépipède semblable par sa forme à celui que l'on obtiendrait en circonscrivant l'octaèdre par des plans menés parallèlement aux trois quadrilatères que forment ses arêtes. Concluons de là que tout octaèdre, indépendamment des coupes à l'aide desquelles on peut en extraire des octaèdres et des tétraèdres partiels, intercalés les uns entre les autres, est aussi susceptible d'être sous-divisé en parallélépipèdes adjacens entre eux par une de leurs faces. Si l'octaèdre est régulier, les parallélépipèdes dont il s'agit seront des cubes; s'il est seulement rectangulaire, comme on le voit figure 184, sa division, faite de la manière indiquée, donnera des prismes droits rhomboïdaux, semblables à celui de la figure 185, où ses dimensions sont mises en rapport avec celles du premier solide. La figure 184 représente l'octaèdre de la topaze, et la figure 185 le prisme qu'on peut lui substituer comme noyau à l'égard des cristaux de cette substance.

On vient de voir que tout octaèdre, faisant la fonction de forme primitive, a une double structure par une suite nécessaire de la forme et de l'assortiment de ses molécules intégrantes. Le plus ordinairement les bords des tétraèdres qui constituent ces molécules adhèrent les uns aux autres avec tant de force, que les joints naturels qui passent entre eux se refusent à la division mécanique, et c'est ce qui a lieu à l'é-

gard de la chaux fluatée, du spinelle, et de quelques autres espèces, dont les cristaux ne se prêtent qu'aux sous-divisions qui ont lieu parallèlement aux faces de l'octaèdre primitif. Mais quelquefois les deux modes de structure deviennent sensibles, comme dans la topaze; et alors on peut adopter à volonté, pour forme primitive, ou le prisme ou l'octaèdre. Dans tous les cas, le premier solide pourra servir à la manière des noyaux hypothétiques, comme moyen auxiliaire, pour simplifier les applications de la théorie et la conception des résultats auxquels conduisent les lois de décroissement.

85. J'ai maintenant à construire les formules nécessaires pour traduire les expressions des lois de décroissement relatives au noyau hypothétique, dans celles des lois qui leur répondent sur le noyau octaèdre. Comme l'on a vu plus haut que l'effet d'un décroissement sur les angles était déterminé sans équivoque à l'aide du signe technique, et que le passage de ce signe, au signe théorique, était toujours facile, je me bornerai ici à la considération du premier. La marche que je vais suivre étant générale, les résultats auxquels je serai conduit s'appliqueront à un octaèdre quelconque (fig. 186). Quant au noyau prismatique correspondant (fig. 187), on se rappellera que telle doit être sa relation avec l'octaèdre, qu'il puisse lui être circonscrit, comme le représente la figure 188, de manière que les sommets des angles de l'octaèdre soient situés aux milieux des faces du

prisme, et que celles-ci soient respectivement parallèles aux quadrilatères formés par les arêtes du premier solide. Il suit de cette condition que les bords du prisme sont égaux et parallèles aux axes de l'octaèdre, tandis que les bords de l'octaèdre sont égaux et parallèles aux demi-diagonales du prisme.

Traduction des lois de décroissement relatives au noyau prismatique, en celles qui ont rapport au noyau octaèdre.

A. Décroissemens sur les bords.

1. Décroissemens par une seule rangée.

Les décroissemens par une seule rangée sur les bords du prisme correspondent à des décroissemens semblables sur ceux de l'octaèdre. Un simple coup-d'œil jeté sur la figure 188 suffit pour le reconnaître, d'après les rapports de position qu'ont entre eux les deux solides. Ainsi $^{1}H^{1}$ (fig. 187) répond à $\overset{1}{\underset{1}{D}}$ (fig. 188).

2. Décroissemens par plusieurs rangées.

Supposons un décroissement représenté par $\overset{\frac{m}{p}}{F}$ (fig. 187), m et p étant deux nombres entiers, et $m>p$. Si l'on rapporte la face qui en dérive à l'octaèdre (fig. 188), elle naîtra sur l'angle A par une loi intermédiaire. Cherchons-en le signe technique correspondant à $\overset{\frac{m}{p}}{F}$.

Soit $m'p't'r'$ (fig. 189) une coupe du prisme (fig. 188) faite par l'axe parallèlement à la face *mptr*. Le parallélogramme inscrit AIA′I′ sera la coupe correspondante de l'octaèdre. Soit I*gh* le triangle mensurateur relatif au décroissement $\overset{\frac{m}{p}}{F}$, en sorte que *m* et *p* mesurent les nombres d'arêtes de molécule contenues dans I*g* et *gh*. Représentons par *x* et *y* les nombres de parties proportionnelles soustraites le long des bords C, C′ (fig. 188), par un plan parallèle à la face secondaire ; et soient *z* et *u* les nombres analogues qui se rapportent aux arêtes B, B′. Ceux-ci sont égaux dans le cas présent, parce que le décroissement a lieu parallèlement à l'axe EE′. Le signe qu'il s'agit de déterminer est $A(C^x C'^y B^z B'^u)$.

Or, I*g* renferme autant de parties aliquotes de la ligne I*o* qu'il y a de parties proportionnelles contenues dans AI + A*h*, et *hg* contient autant de parties aliquotes de A*o* qu'il y a de parties proportionnelles comprises dans $I'h = AI' - Ah$; donc on a

$$m : p :: x + y : x - y,$$

et par conséquent

$$x : y :: m + p : m - p.$$

De plus, nous avons vu qu'il existait généralement entre les quatre quantités composantes d'un signe technique la relation $\frac{xy}{x+y} = \frac{zu}{z+u}$. (*Voyez* pag. 232).

Comme dans le cas présent $u=z$, on a $\frac{xy}{x+y}=\frac{z}{2}$, équation que l'on peut mettre sous la forme

$$\frac{x}{z}=\frac{\frac{x}{y}+1}{2}.$$

Remplaçant $\frac{x}{y}$ par sa valeur $\frac{m+p}{m-p}$ déduite de la proportion ci-dessus, on aura

$$\frac{x}{z}=\frac{m}{m-p}.$$

On trouverait, par un procédé analogue,

$$\frac{y}{z}=\frac{m}{m+p}.$$

Les rapports des quantités x, y, z, entre elles sont donc déterminées par les proportions

$$x : z :: \frac{m}{m-p} : 1,$$

$$y : z :: \frac{m}{m+p} : 1;$$

d'où l'on voit que si l'on fait $z=1$, on aura

$$y=\frac{m}{m+p}, \quad x=\frac{m}{m-p}.$$

Le signe technique correspondant à $\overset{\frac{m}{p}}{\mathrm{F}}$ (fig. 187) sera donc

$$\mathrm{A}(\mathrm{C}^{\frac{m}{m-p}}\mathrm{C}'^{\frac{m}{m+p}}\mathrm{B}^{1}\mathrm{B}'^{1})\text{(fig. 188)}.$$

Si m était plus petit que p, on substituerait au dércoissement $\overset{\frac{m}{p}}{F}$ son équivalent $\underset{\frac{p}{m}}{F}$, qui rentrerait dans le cas précédent et correspondrait à un décroissement sur l'angle I de l'octaèdre. Il suffirait de changer dans les exposans du signe trouvé plus haut, m en p et *vice versâ*, pour qu'ils s'appliquassent immédiatement au nouveau cas dont il s'agit.

B. Décroissemens ordinaires sur les angles.

1. *Décroissement par une seule rangée.*

Un décroissement par une simple rangée sur l'angle O (fig. 187) donne une face parallèle à P (fig. 188); réciproquement, P (fig. 187) répond à $\underset{1}{A}$ (fig. 188).

Telle est donc la relation qui lie entre elles, sous le point de vue de la théorie, les deux formes primitives que nous considérons, que l'une quelconque dérive de l'autre par un décroissement d'une rangée sur tous les angles de cette dernière.

2. *Décroissemens par plusieurs rangées.*

Soit un décroissement $\overset{\frac{m}{p}}{O}$ (fig. 187) qu'il s'agit de rapporter à l'octaèdre; nous distinguerons deux cas, qui mènent à des résultats différens; savoir, le cas de $m > p$, et celui de $m < p$.

1°. $m > p$. Le décroissement correspondant à $\overset{\frac{m}{p}}{O}$ a lieu par une loi ordinaire sur l'angle A. Soient toujours x, y, z, u, les quantités composantes du signe technique relatif à ce décroissement, c'est-à-dire les nombres de parties proportionnelles soustraites sur les bords C, C', B, B'. Dans le cas présent, ces quantités sont égales deux à deux, de sorte que l'on a $x = z$, $y = u$.

Considérons la figure 190, qui nous représente le plan diagonal marqué des mêmes lettres (fig. 188), et dans laquelle AdA'd' est la coupe du noyau octaèdre. Soit dgh le triangle mensurateur relatif au décroissement $\overset{\frac{m}{p}}{O}$. Les nombres de dimensions de molécule contenues dans dg et gh seront m et p, et les nombres de parties proportionnelles contenues dans Ad, Ah, seront entre eux comme x et y. Or, la construction précédente étant semblable à celle de la figure 189, on a encore

$$x : y :: m + p : m - p.$$

Donc, si l'on fait $x = z = m + p$, on aura en même temps $y = u = m - p$. Le signe cherché est donc, dans le cas présent,

$$A(C^{m+p} B^{m+p} C'^{m-p} B'^{m-p}).$$

2°. $m < p$. Dans ce cas, le décroissement correspondant à $\overset{\frac{m}{p}}{O}$ a lieu par plusieurs rangées sur le

bord D de l'octaèdre. Soit n son exposant. Cherchons la relation qui existe entre n et $\frac{m}{p}$.

Menons Ak (fig. 190) parallèle à la face secondaire. Aio sera le triangle mensurateur relatif au décroissement $\overset{\frac{m}{p}}{O}$, et Adk celui qui se rapporte au décroissement $\overset{n}{D}$, en sorte que l'on aura $dk = \frac{1}{n} . dA'$, et $oi = \frac{m}{p} . do$. Or, les triangles kid, Aid' étant semblables, on a cette proportion

$$Ad' \text{ ou } dA' : dk :: d'i : di :: do + oi : do - oi,$$

ou

$$n : 1 :: p + m : p - m.$$

Le signe cherché sera donc $\overset{\frac{p+m}{p-m}}{D}$ (fig. 188).

C. *Décroissemens intermédiaires.*

Il nous sera facile maintenant de résoudre le problème suivant, qui, par sa généralité, comprendra comme cas particuliers tous ceux que nous avons traités précédemment.

« Etant donné le signe technique $D^m F^n H^p$ d'un » décroissement intermédiaire sur l'angle O du » noyau prismatique, trouver le signe du décroissement correspondant sur le noyau octaèdre. »

Supposons m et $n > p$. Le décroissement sera censé agir sur l'angle EOI (fig. 187); et si on le

rapporte à l'octaèdre, il aura lieu sur l'angle A. Soient encore x, y, z, u, les nombres d'arêtes soustraites sur les bords C, C', B, B' (fig. 188), en sorte que le signe à déterminer est toujours $A(C^x C'^y B^z B'^u)$.

Concevons pour un instant que la face secondaire, en restant fixe par les points où elle coupe les arêtes D et H (fig. 187), s'incline de manière à devenir parallèle à l'arête F; elle sera alors située comme une face qui naîtrait sur cette même arête, par un décroissement ordinaire. Or, dans ce mouvement, le rapport des deux lignes qui correspondent à x et y n'aura pas varié, non plus que les valeurs de m et de p. On aura donc entre ces quantités la proportion trouvée ci-dessus (page 237)

$$x : y :: m + p : m - p.$$

Par un raisonnement tout-à-fait semblable, on trouvera

$$z : u :: n + p : n - p.$$

Si l'on joint à ces deux proportions la relation connue $\frac{xy}{x+y} = \frac{zu}{z+u}$, on aura le nombre d'équations nécessaire pour déterminer les rapports des quantités composantes du signe cherché.

La dernière équation peut être mise sous la forme

$$\frac{x}{\frac{x}{y}+1} = \frac{u}{\frac{u}{z}+1}, \text{ ou } \frac{x}{u} = \frac{\frac{x}{y}+1}{\frac{u}{z}+1}.$$

Et si l'on remplace $\frac{x}{y}$, $\frac{u}{z}$, par leurs valeurs en fonc-

tions de m, n, p, tirées des deux proportions, on obtient

$$\frac{x}{u}=\frac{\frac{m}{m-p}}{\frac{n}{n+p}}.$$

On trouverait semblablement

$$\frac{y}{u}=\frac{\frac{m}{m+p}}{\frac{n}{n+p}}.$$

Mais on a d'ailleurs

$$\frac{z}{u}=\frac{n+p}{n-p}=\frac{\frac{n}{n-p}}{\frac{n}{n+p}}.$$

Les rapports des trois premières quantités x, y, z, à la quatrième u, sont donc déterminés par les trois proportions

$$x : u :: \frac{m}{m-p} : \frac{n}{n+p},$$

$$y : u :: \frac{m}{m+p} : \frac{n}{n+p},$$

$$z : u :: \frac{n}{n-p} : \frac{n}{n+p}.$$

D'où l'on voit que si l'on fait $u=\frac{n}{n+p}$, on aura

$$z=\frac{n}{n-p},\ y=\frac{m}{m+p},\ x=\frac{m}{m-p}.$$

Le signe correspondant à $D^m F^n H^p$ sera donc

$$A\,(C^{\frac{m}{m-p}}\,C'^{\frac{m}{m+p}}\,B^{\frac{n}{n-p}}\,B'^{\frac{n}{n+p}}).$$

16.,

Je vais réunir tous les résultats qui précèdent, en un tableau qu'il suffira de consulter pour être en état de traduire immédiatement les signes relatifs à l'un des noyaux, dans ceux qui ont rapport à l'autre forme.

SIGNES RELATIFS

AU NOYAU PRISMATIQUE.	AU NOYAU OCTAÈDRE.
1. Décroissemens sur les bords.	
$^{1}H^{1}$ (fig. 187)............	$\overset{1}{\underset{1}{D}}$ (fig. 188).
$\overset{\frac{m}{p}}{F}$, $m>p$	$A(C^{\frac{m}{m-p}} C'^{\frac{m}{m+p}} B^{1} B'^{1})$.
$\overset{\frac{m}{p}}{F}$, $m<p$, ou $\underset{\frac{p}{m}}{F}$	$I(C^{\frac{p}{p-m}} C''^{\frac{p}{p+m}} D^{1} D'^{1})$.
2. Décroissemens sur les angles.	
$\overset{1}{O}$	P.
$\overset{\frac{m}{p}}{O}$, $m>p$	$A(C^{m+p} C'^{m-p} B^{m+p} B'^{m-p})$.
$\overset{\frac{m}{p}}{O}$, $m<p$	$\overset{\frac{p+m}{p-m}}{D}$.
3. Décroissemens intermédiaires.	
$O(D^{m} F^{n} H^{p})$..............	$A(C^{\frac{m}{m-p}} C'^{\frac{m}{m+p}} B^{\frac{n}{n-p}} B'^{\frac{n}{n+p}})$.
———	———
P.....................	$\underset{1}{A}$.

86. Les formules qui précèdent ne dépendent nullement des valeurs particulières que peuvent avoir les angles de l'octaèdre ; elles expriment une relation constante entre les décroissemens qui se correspondent sur les deux noyaux, laquelle résulte uniquement des rapports de position que ces solides ont entre eux. Ces formules peuvent servir à simplifier la théorie de l'octaèdre, en la ramenant à celle du prisme qui lui est circonscrit symétriquement, soit que l'on considère celui-ci comme une véritable forme primitive, ou simplement comme un noyau hypothétique. Mais il est des cas où l'on préfère d'employer sous ce dernier rapport d'autres parallélépipèdes, dont la forme est le plus souvent indiquée par l'aspect général des cristaux secondaires qui en portent l'empreinte. Par exemple, dans l'antimoine sulfuré, dont la forme primitive est représentée figure 191, celui qu'on adopte pour noyau hypothétique est le prisme qui est circonscrit à l'octaèdre, en touchant ses arêtes latérales, comme on le voit figure 192. Dans l'arragonite, au contraire, le cuivre carbonaté et quelques autres espèces où la position naturelle de l'octaèdre est celle qu'indique la figure 193, on choisit pour noyau hypothétique celui que représente la figure 194, et qui a quatre pans de communs avec l'oetaèdre. On pourrait, en suivant une marche analogue à celle du calcul précédent, et avec la même facilité, déterminer le passage immédiat de chaeun de ces différens noyaux hypothétiques à l'octaèdre.

Mais pour ne pas trop multiplier les formules particulières, je me bornerai à donner ici un moyen indirect, mais simple et général, de remplir le même but, en ramenant les divers cas qui peuvent se présenter, à celui de l'article qui précède. Ce moyen est fondé sur le calcul suivant, dont les résultats sont d'ailleurs susceptibles de plusieurs autres applications.

Soient $aa'A''$, $oo'O''$ (fig. 195) deux prismes de même hauteur, et dont telle est la position relative, que les sommets du prisme intérieur répondent aux milieux des arêtes situées au contour des bases du second prisme. Les pans de l'un pourront résulter de décroissemens par une simple rangée, sur les bords longitudinaux de l'autre, *et vice versâ*. Proposons-nous de traduire les lois de décroissement relatives au prisme inscrit dans celles qui leur correspondent sur le prisme circonscrit.

Il y a trois cas différens à considérer, savoir : le cas d'un décroissement sur une arête quelconque B de la base, celui d'un décroissement sur une arête G longitudinale, et celui d'un décroissement sur un angle quelconque O.

1°. Soit la loi $\overset{\frac{m}{n}}{B}$ à transporter sur le prisme circonscrit; le signe correspondant sera $\overset{\frac{m}{n}}{A}$. Il est clair, en effet, que les triangles mensurateurs sont sembla-

bles, et que leurs côtés mesurent les mêmes nombres de dimensions de molécule, la dimension qui répond dans l'un à C (fig. 195) se trouvant remplacée dans l'autre par une demi-diagonale de molécule correspondante à A*i*.

2°. $G^{\frac{m}{n}}$, m étant $> n$ répond à ${}^{\frac{m+n}{m-n}}H$. En effet, m représentant le nombre de dimensions de molécule soustraites par le décroissement dans le sens de B, et n celui de dimensions soustraites dans le sens de C, on aura le nombre de dimensions analogues à D, soustraites dans le sens de O*o* par la formule $p = \frac{xy}{x+y}$ (page 231). Ce nombre sera par conséquent $\frac{mn}{m+n}$. Mais le nombre qui répond à la dimension A*a*, double de C, est $\frac{n}{2}$. La formule précédente fera donc connaître le nombre proportionnel relatif à F. Ce nombre est $\frac{mn}{m-n}$. Ainsi le signe du décroissement sur le prisme circonscrit est

$$H\left(F^{\frac{mn}{m-n}} D^{\frac{mn}{m+n}}\right),$$

ou plus simplement ${}^{\frac{m+n}{m-n}}H$.

3°. Supposons enfin que l'on ait à traduire le signe $O(B^m C^n G^p)$, m étant $> n$.

Soit $A(D^x F^y H^z)$ le signe technique correspondant.

Le nombre de dimensions de molécule soustraites

dans le sens de O*o*, ou de D, sera encore $\frac{mn}{m+n}$; et comme la dimension H est égale à G, on aura déjà $z=p$, et $x=\frac{mn}{m+n}$. Maintenant si l'on suppose que le plan parallèle à la face secondaire, en restant fixe par les points où il coupe les arêtes D et F, devienne parallèle à H, il sera situé comme une face qui naîtrait sur H. Dans ce mouvement, les nombres de parties proportionnelles répondant à D et F n'auront pas varié, et leur rapport sera donné par le calcul du cas précédent. Donc $y=\frac{mn}{m-n}$. Le signe cherché sera donc

$$A\left(D^{\frac{mn}{m+n}}\,F^{\frac{mn}{m-n}}H^{p}\right).$$

En résumé,

$$\overset{\frac{m}{n}}{B}\text{, fig. 195, équivaut à }\overset{\frac{m}{n}}{A},$$

$$G^{\frac{m}{n}},\ m>n\ldots\ldots\ldots\ {}^{\frac{m+n}{m-n}}H,$$

$$O(B^{m}C^{n}G^{p}),\ m>n\ldots A\left(D^{\frac{mn}{m+n}}\,F^{\frac{mn}{m-n}}H^{p}\right).$$

Cela posé, revenons aux cas des différentes substances citées plus haut. Dans celui de l'antimoine sulfuré, dont le noyau hypothétique est représenté fig. 192, on passera d'abord de ce noyau au prisme circonscrit, à l'aide des formules que nous venons de calculer. Ce dernier prisme sera évidemment le

noyau prismatique de la substance, auquel s'appliqueront immédiatement les formules de la page 244.

Quant au cas de la figure 194, il peut être ramené au précédent, à l'aide d'une première substitution de noyau, semblable à celle dont il s'agit.

DU TÉTRAÈDRE RÉGULIER.

87. On a vu, dans l'exposé de la théorie relative à l'octaèdre, que ce solide pouvait être converti en parallélépipède, par l'addition de deux tétraèdres placés sur deux de ses faces opposées. Si l'octaèdre est régulier, les tétraèdres complémentaires seront eux-mêmes réguliers, et le parallélépipède sera un rhomboïde aigu, ayant ses angles plans de 60^d et 120^d, et semblables à celui que l'on voit (fig. 196). Ce parallélépipède représente la molécule soustractive, et on peut le substituer, comme noyau, à l'octaèdre, pour en faire dériver les formes secondaires, par des décroissemens qui agiraient immédiatement sur ses bords ou sur ses angles.

Mais on connaît deux espèces de minéraux, savoir : le cuivre sulfuré et le cuivre gris, dans lesquelles le tétraèdre, qui n'est ordinairement que complémentaire relativement à l'octaèdre, devient la base d'un système de cristallisation où il se montre quelquefois sans aucune addition de facettes, et où toutes les formes secondaires sont marquées de son empreinte. Or, en appliquant à ce tétraèdre tout ce qui a été dit sur le résultat de la division mécanique

du rhomboïde dont il fait partie, on en conclura que les molécules intégrantes sont aussi, dans le cas présent, des tétraèdres réguliers, qui seulement empruntent de leur ressemblance avec la forme primitive, un caractère particulier, et que les molécules soustractives sont de même des rhomboïdes semblables à celui dont je viens de parler.

D'après cela, rien n'est si simple que la détermination des formes secondaires. Car il est d'abord évident que les décroissemens qui agissent, soit sur l'angle *eso*, soit sur les bords *es*, *os*, considérés dans le tétraèdre (fig. 197), ne sont point distingués de ceux qui se rapportent aux mêmes parties, dans l'hypothèse du rhomboïde pris pour générateur, puisque ces parties sont la même fonction dans les deux solides. Mais parce que tous les angles du tétraèdre, ainsi que tous ses bords, sont identiques, il est clair que les décroissemens qui ont lieu sur chacun des angles *e*, *o*, *s*, et sur chacun des bords *eo*, *or*, *es*, s'assimilent aux premiers, puisqu'il suffit de changer la position du tétraèdre, en le plaçant, par exemple, de manière que sa face *ors* coïncide avec la face *eor* de l'octaèdre, pour que ce qui a été dit de l'angle *eso* et des bords *es*, *os*, s'applique à l'angle *oes*, et aux bords *eo*, *es*, qui, dans le déplacement du tétraèdre, ont été substitués aux premiers. La fig. 198 présente la notation du tétraèdre, qui se déduit des considérations précédentes.

88. Je citerai d'abord, comme exemples, deux

variétés de cuivre gris, que j'ai choisies à dessein parmi celles dont les formes sont les plus composées, parce que les rapports de position qu'ont entre elles leurs diverses faces, fournissent des indications pour arriver à la détermination des lois de décroissement dont elles dépendent.

La première variété est celle que représente la figure 199, et que je nomme *cuivre gris identique*. En examinant attentivement un cristal de cette variété, on juge d'abord, par le parallélisme qui a lieu entre les bords opposés des faces *o*, *o*, qu'elles sont des rhombes égaux et semblables. De plus, les quadrilatères *l*, *l*, sont sensiblement des rectangles; d'où il suit que leurs intersections, telles que γ, ε, avec les faces *o*, *o*, sont parallèles entre elles. Enfin, le parallélisme a lieu encore d'une manière très sensible entre les bords par lesquels les hexagones *r*, *r*, coupent les rhombes *o*, *o*; à l'égard des faces P, comme elles n'anticipent sur aucune des autres, elles n'influent en rien sur leurs figures.

Concevons maintenant que les rhombes *o*, *o*, qui sont au nombre de douze, s'étendent les uns vers les autres, jusqu'à ce qu'ils se réunissent par leurs bords, en masquant toutes les autres faces. Il est visible qu'ils n'auront point changé de figure, et ainsi ils composeront la surface d'un dodécaèdre semblable à celui que j'appelle *rhomboïdal*. Il est facile de vérifier cette conséquence, à l'aide de la mesure mécanique, qui donne 120^{d} pour les incidences mu-

tuelles des faces *o*, *o*. Si nous supposons que ce dodécaèdre passe à la forme de la variété que j'appelle *émarginée* (Théorie du dodéc. rhomboïdal, fig. 150), les facettes qui remplaceront les bords de ce dodécaèdre, et qui répondront aux faces *l*, *r*, auront les mêmes positions que les faces *n*, *n*, du grenat émarginé, en sorte que la forme de la variété identique de cuivre gris ne diffère de celle de ce grenat que par le rapport de ses dimensions, qui lui donne un aspect assorti à celui du tétraèdre primitif; tandis que dans le grenat, le rapport correspondant porte l'empreinte du dodécaèdre, qui est le type de la forme.

Il ne s'agit plus que de déterminer les lois de décroissement qui, en agissant sur différentes parties du tétraèdre, donnent les faces *o*, *r* et *l*.

1°. Pour les facettes *o*, *o*. Si parmi ces facettes nous choisissons comme exemple les trois qui appartiennent à la partie de la forme située vers le point γ, il est visible qu'elles naissent d'un décroissement sur les angles supérieurs des faces P, P' du tétraèdre primitif, considérées comme celles d'un sommet de rhomboïde. Désignons par g, p, les demi-diagonales de ce rhomboïde, et par n le nombre de diagonales soustraites en vertu du décroissement. Nous pouvons appliquer ici la formule

$$mu : au :: (n+1)\sqrt{\tfrac{4}{3}g^2} : \frac{2n-1}{3}\sqrt{9p^2-3g^2},$$

relative aux décroissemens sur les angles supérieurs

d'un rhomboïde (t. I, pag. 311). Or, le rapport $mu : au$ est celui de la perpendiculaire sur l'axe dans le rhomboïde secondaire, auquel se rapporte le décroissement, et la partie de cet axe qu'elle intercepte. Soient g' et p' les demi-diagonales de ce second rhomboïde, nous aurons $g' : p' :: \sqrt{2 : 1}$, comme dans le dodécaèdre rhomboïdal. Donc la proportion précédente devient

$$g' : \sqrt{3p'^2 - g'^2} :: (n+1)\sqrt{\tfrac{4}{3}g^2} : \frac{2n-1}{3}\sqrt{9p^2 - 3g^2},$$

ou

$$\sqrt{2} : 1 :: (n+1)\sqrt{\tfrac{4}{3}} : \frac{2n-1}{3}\sqrt{24};$$

d'où l'on tire $n = 1$, et ainsi le décroissement a lieu par deux rangées.

2°. Pour les facettes r, r. Elles naissent d'un décroissement inverse sur l'angle A (fig. 198). De plus, elles remplacent les bords supérieurs du rhomboïde auquel appartiennent les faces o, o (fig. 199), et dans lequel $g' : p' :: \sqrt{2} : 1$. Or, si nous appliquons au cas présent la formule relative à l'espèce de décroissement dont il s'agit, et qui donne

$$uy : au :: (n+1)\sqrt{\tfrac{4}{3}g^2} : \frac{1-2n}{3}a \text{ (t. I, p. 317)},$$

le rapport $uy : au$ sera celui de la perpendiculaire sur l'axe au tiers de cet axe, dans le rhomboïde o, o, et par conséquent celui de $\sqrt{8} : 1$. Donc fai-

sant $g = 1$, et $a = \sqrt{24}$, comme dans le rhomboïde dont le tétraèdre représente le sommet supérieur, nous aurons

$$\sqrt{8} : 1 :: (n+1)\sqrt{\tfrac{4}{3}} : \frac{1-2n}{3}\sqrt{24},$$

et

$$\sqrt{8} : 1 :: n+1 : (1-2n)\sqrt{2},$$

d'où l'on tire $n = \frac{1}{5}$. Or, la quantité n exprimant le nombre de diagonales soustraites en largeur, qui est la moitié du nombre de rangées soustraites, l'exposant du signe relatif au décroissement sera $\frac{2}{5}$. Si l'on substitue à ce décroissement son équivalent, sous la forme d'un décroissement intermédiaire, le signe deviendra $(\underset{2}{A}\overset{1}{B}\underset{r}{\overset{3}{B}})$.

3°. Pour les faces *l*, *l*. Elles ont, comme je l'ai dit, les mêmes positions, relativement aux rhombes *o*, *o'*, que les faces *r*, *r*, à l'égard des rhombes *o*, *o*; d'où il suit que si les unes et les autres se prolongeaient jusqu'à s'entrecouper, et de manière que la symétrie fût rétablie dans le solide qui en résulterait, celui-ci serait semblable au solide trapézoïdal dérivé du dodécaèdre rhomboïdal; et les deux faces *l*, *l'*, en se réunissant, feraient entre elles le même angle que les triangles *yso*, *yok* (fig. 146, Théorie du dodécaèdre rhomboïdal). Or, d'après les données que nous avons indiquées au même endroit, le sinus de la moitié de cet angle est au cosinus comme $\sqrt{11} : 1$.

Remarquons maintenant que les faces *l*, *l'* (fig. 199)

naissent d'un décroissement sur les bords supérieurs du rhomboïde, dont le tétraèdre représente le sommet correspondant ; ce qui permet d'appliquer, au cas présent, la formule relative à l'espèce de décroissement dont il s'agit (t. I, p. 295), et d'après laquelle

$$f'r : pr :: \sqrt{11} : 1 :: \sqrt{(n+1)^2 4 + (2n-1)^2 8} : a,$$

ou

$$11 : 1 :: (n^2 + 2n + 1)4 + (4n^2 - 4n)8 : 24 ;$$

d'où l'on tire

$$3n^2 - 2n = 21,$$

et

$$n^2 - \tfrac{2}{3} n = 7.$$

Cette équation, résolue à la manière de celles du second degré, donne $n = 3$.

Le signe complet de la variété qui vient de nous occuper sera donc

$$\underset{P}{P}\;\underset{{}^3l}{B\overset{3}{\dot{B}}}\;\underset{{}^2o}{A\,{}^2A}\,{}^2A\;\underset{\frac{2}{3}r}{A^{\frac{2}{3}}}\,A^{\frac{2}{3}}.$$

On trouve, dans le Tyrol, des cristaux de la même variété, dont la forme que représente la figure 200 ne diffère de celle du dodécaèdre rhomboïdal émarginé qui a été décrite plus haut (p. 193), que par l'addition des facettes P, P, qui sont parallèles à celles du noyau. La symétrie relative à l'ensemble a prévalu sur celle qui ne se rapporte qu'à l'identité des parties sur lesquelles naissent des décroissemens similaires, ce qui n'a pas empêché que la

forme n'ait conservé sur les quatre faces ajoutées à celles qui lui sont communes avec le dodécaèdre émarginé, l'empreinte du tétraèdre primitif.

Le cuivre gris est susceptible d'offrir différentes formes, qui sont comme des sous-divisions de la précédente, et dont chacune résulte de la combinaison des faces primitives avec des facettes produites par l'une ou l'autre des lois de décroissement dont la variété identique offre l'assemblage. Je me bornerai à indiquer celle que représente la fig. 201, dont le signe est $P\underset{P}{B}\overset{3}{\underset{{}^{3}l}{B}}$, et qui porte le nom de *cuivre gris encadré*. Nous avons vu que les faces *l*, *r* (fig. 199) de la variété identique, analogues à celles qui remplacent les bords du dodécaèdre rhomboïdal dans la variété émarginée de celui-ci, sont produites par deux lois différentes de décroissement. Cette distinction s'annonce dans la forme dont il s'agit ici, où les faces *l*, *l*, se montrent séparément (fig. 201), au lieu de s'associer les faces *r*, *r*. Lorsque le décroissement a atteint sa limite, ce qui est rare, la forme devient celle d'un dodécaèdre à triangles isocèles (fig. 202), dans lequel la partie qui enveloppe le noyau est composée de quatre pyramides, dont chacune s'applique par sa base sur une des faces de ce noyau. Le signe est $B\overset{3}{\underset{{}^{3}l}{B}}$.

89. La seconde des variétés que j'ai annoncées, et que représente la figure 203, porte le nom de

cuivre gris bifère, et a pour signe

$$P\,B\,\overset{1}{B}\,B\,\overset{3}{B}\,A\ {}^{2}A^{2}A^{1}\ A^{1}.$$
$$P\ {}^{1}f\ \ {}^{3}l\ \ {}^{2}o\ \ \ \ e^{1}$$

Elle diffère de l'identique par l'absence des faces *r*, *r* (fig. 199), et par l'addition des faces *f*, *e*. Il existe une variété que j'ai nommée *cuivre gris épointé*, dont la surface n'est composée que des faces P, *e* (fig. 204); et si l'on suppose que ces dernières se meuvent parallèlement à elles-mêmes, en s'approchant du centre, jusqu'au terme où les angles *z*, *z'*, se toucheraient, la forme sera celle de l'octaèdre régulier. Mais ordinairement les faces *e* diffèrent des faces P, en ce qu'elles sont beaucoup plus petites, et quoiqu'on puisse en obtenir de semblables en divisant le tétraèdre primitif, par des plans qui interceptent ses angles solides, parallèlement aux quatre triangles qui le terminent, on doit encore les distinguer de ces dernières, en les considérant comme résultant d'un décroissement, ainsi que l'exige la nature du système de cristallisation.

Reste les faces *f* dont le signe est $\underset{1}{\overset{1}{B}}$. Or, si nous continuons d'assimiler le tétraèdre au sommet supérieur d'un rhomboïde, le solide qui résultera de l'effet complet du décroissement $\underset{1}{\overset{1}{B}}$ sera l'équiaxe de ce rhomboïde. Donc, si nous désignons par *g*, *p*, les demi-diagonales de ce même rhomboïde, et par *g'*, *p'*,

celles de son équiaxe, nous aurons

$$g=1,\ p=\sqrt{3},$$

et

$$g'=2g=2,\ p'=\sqrt{g^2+p^2}=\sqrt{4}=2=g';$$

c'est-à-dire que le solide secondaire est un cube.

Il existe une forme que représente la figure 205, et que j'ai nommée *cuivre gris*, qui résulte de la combinaison des faces de ce cube et de celles du tétraèdre primitif. On voit (fig. 206) la projection de ce cube, tracée d'après l'hypothèse où le décroissement aurait atteint sa limite.

Il résulte de tout ce qui précède, que les faces du dodécaèdre émarginé peuvent servir de données pour déterminer leurs analogues, situées sur les formes qui dérivent du tétraèdre régulier. En ajoutant celles qui convertissent ce tétraèdre en octaèdre régulier, et celles qui donnent le cube, et qui se retrouvent les unes et les autres sur des formes originaires du dodécaèdre, on a un exemple remarquable de la corrélation qui existe entre les formes que j'ai désignées sous le nom de *limites*. Je reviendrai sur cette corrélation lorsque je traiterai des applications de la Cristallographie à la détermination des espèces minérales.

De la structure du dodécaèdre bi-pyramidal dans quelques espèces de minéraux.

90. Le dodécaèdre bi-pyramidal, tel que l'offre entre autres la cristallisation du quarz, semble, au

premier abord, y faire la fonction de forme primitive, soit à raison de son aspect symétrique, soit en ce qu'il est divisible par des plans parallèles à toutes ses faces. Mais l'adoption du rhomboïde comme noyau de ce dodécaèdre, qui n'est plus alors qu'une forme secondaire, quoiqu'elle ne soit pas démontrée, a du moins l'avantage d'offrir à la théorie, pour arriver à son but, un moyen simple et indépendant des difficultés qui naissent du mécanisme compliqué de la structure. Au reste, le vide qui resterait encore ici à remplir dans nos connaissances, si dans la suite de nouvelles recherches devaient amener une manière de voir plus heureuse, est d'autant moins sensible, que la forme du dodécaèdre dont il s'agit n'appartient qu'à un petit nombre d'espèces minérales, et que le quarz, qui est remarquable par son importance, est en même temps celle dont les formes s'accommodent le mieux de l'hypothèse à laquelle j'ai été conduit par les observations que je vais exposer.

Soit ss' (fig. 207) un dodécaèdre du genre dont il s'agit. Parmi les six faces de l'une des pyramides, choisissons-en trois qui alternent entre elles et avec celles de l'autre pyramide, telles que asb, csd, esf, d'une part, et $bs'c$, $es'd$, $as'f$, de l'autre. Concevons que ces six faces se prolongent jusqu'à circonscrire exactement un espace. Il est clair que le solide qui en résultera sera un rhomboïde (fig. 208), d'où l'on voit que le dodécaèdre peut être considéré comme un rhomboïde dont on aurait retranché six tétraèdres,

par des plans qui, en partant de chaque sommet, tel que *s*, passeraient par les milieux *a*, *b*, *c*, etc., des côtés inférieurs *gh*, *nh*, *nk*, etc.

Rappelons-nous maintenant que, dans le cas d'un décroissement par deux rangées en hauteur sur les angles inférieurs d'un rhomboïde, le solide secondaire est exactement semblable au noyau, en sorte que, si le décroissement n'atteint pas sa limite, il restera des faces triangulaires parallèles à celles du noyau, et que si le décroissement s'est arrêté au terme où les faces qu'il a fait naître ont elles-mêmes la figure triangulaire, le solide secondaire sera un dodécaèdre bi-pyramidal, analogue à celui que représente la figure 207, et qui se trouvera uniquement composé de molécules rhomboïdales.

Les choses étant dans cet état, imaginons que tous les petits rhomboïdes composans se transforment en dodécaèdres, par le retranchement de six tétraèdres, comme je l'ai expliqué il n'y a qu'un instant. Concevons de plus que tous les petits dodécaèdres composans soient sous-divisés à l'aide de six plans analogues à ceux qui passeraient par l'axe *ss'*, et par les arêtes obliques *sa*, *sb*, *sc*, *s'a*, *s'b*, *s'c*, etc. Ces dodécaèdres pourront être alors considérés comme des assemblages de six tétraèdres, dont chacun aura deux faces semblables au triangle *bsc*, et les deux autres semblables au triangle *scs'*. Ces tétraèdres seront les molécules intégrantes, et la molécule soustractive sera le rhomboïde auquel passe le dodé-

caèdre, par le prolongement de six de ses faces prises en alternant vers chaque sommet, et d'un sommet à l'autre.

Dans cette hypothèse, les dodécaèdres laisseront entre eux des interstices produits par la suppression des tétraèdres qui compléteraient les molécules soustractives. De plus, il est aisé de concevoir que chaque dodécaèdre adhère à ceux qui l'entourent par six de ses faces, qui coïncident avec celles de la molécule soustractive, en sorte que deux faces contiguës, prises sur deux dodécaèdres voisins, sont disposées comme les triangles *asb*, *a's'b'* (fig. 209), dont le premier représente une des faces de la pyramide supérieure de l'un des dodécaèdres, et l'autre une des faces de la pyramide inférieure dans le dodécaèdre adjacent; d'où l'on voit que les centres de gravité de ces deux triangles se confondent en un point commun *c*.

Venons à la manière dont les joints naturels sont assortis dans le dodécaèdre. Soit *sgs'h* (fig. 210) une coupe de ce solide prise à l'aide d'un plan qui passerait par les sommets *s*, *s'* (fig. 207 et 208), et par les milieux des arêtes *bc*, *fe*. Les petits rhombes qui sous-divisent cette coupe représenteront les sections principales d'autant de molécules rhomboïdales soustractives, et les lignes *al*, *km*, *rt*, etc., seront les traces d'autant de plans parallèles à *bsc* (fig. 208), et qui retrancheraient des tétraèdres, dans le passage de la forme du rhomboïde à celle du dodécaèdre. On s'est borné à indiquer ici ceux de ces plans qui cou-

pent les rhomboïdes extrêmes, ou ceux dont se composent les bords des lames décroissantes, tournés vers les arêtes *gs*, *hs'*. La position de ces lames est une suite de ce que le décroissement qui produit, par exemple, la face parallèle à *bsc*, est censé avoir lieu par deux rangées en hauteur sur l'angle *hnk* (fig. 208) du rhomboïde générateur, en sorte qu'elle se rejette du côté opposé, en prenant la direction *gs* (fig. 210).

Dans l'assortiment que représente cette figure, la quantité dont chaque lame est dépassée par la précédente est mesurée par une diagonale oblique *a'y* de molécule rhomboïdale, et l'épaisseur de chaque lame renferme quatre arêtes de molécule *a'k'*, *k'r'*, *p'x'*, *x'p*, en sorte que les dimensions du décroissement sont doubles des véritables, dont l'une est mesurée par une demi-diagonale oblique, et l'autre par deux arêtes situées dans le sens de la hauteur. Mais il faut se rappeler que dans les décroissemens sur les angles, les arêtes analogues à celles dont je viens de parler alternent d'une lame à l'autre par leurs positions respectives. C'est une suite de ce que les angles saillans que la soustraction des molécules fait naître sur le bord de chaque lame correspondent aux angles rentrans de la lame qui précède et de celle qui suit. Si donc l'on imagine que les rangées dont les arêtes terminales alternent avec celles des rangées auxquelles appartiennent les lignes *ay*, *a'p*, *a''g*, fassent un mouvement en vertu duquel les sections princi-

pales des molécules rhomboïdales qui les composent coïncident avec le plan $sgs'h$, il y aura deux de ces molécules dont les arêtes extrêmes prendront la position $\pi\nu$ (fig. 211) (1), en partant du milieu π de la diagonale $a'y$, de manière que les quadrilatères $\pi\xi\omega\varepsilon$, $\varepsilon\omega\mu\nu$, seront les coupes principales des rhomboïdes correspondans; et il en sera de même de toutes les autres arêtes situées dans le plan $sgs'h$ (fig. 210 et 211). Alors la demi-diagonale πy représentera la quantité réelle dont chaque lame dépasse celle qui la suit, et la ligne $\pi\nu$ égale à la somme des deux arêtes $\pi\varepsilon$, $\varepsilon\nu$, représentera la dimension du décroissement dans le sens de la hauteur. Voici maintenant les inductions qui se tirent de ce mode de structure, relativement à la manière dont les joints naturels, situés parallèlement aux faces du dodécaèdre, sont assortis entre eux.

Il est d'abord évident que les facettes par lesquelles les petits dodécaèdres adhèrent entre eux, et dont deux sont représentées (fig. 209), forment des plans continus, comme s'il n'existait que des rhomboïdes au lieu de dodécaèdres. Il n'en est pas ainsi des facettes produites par la suppression des angles solides des dodécaèdres. Si l'on se borne d'abord à les considérer dans les rhomboïdes dont les coupes principales coïncident avec le quadrilatère $sgs'h$ (fig. 210),

(1) Cette figure représente la partie du plan désignée par les mêmes lettres (fig. 210).

il est facile de voir que leurs positions se rapportent à quatre plans presque infiniment voisins, parallèles entre eux et à la ligne sg, dont l'un passe par les sections xz, $x'z'$, $x''z''$, un second par les sections rt, $r't'$, $r''t''$, un troisième par km, $k'm'$, $k''m''$, et le dernier par al, $a'l'$, $a''l''$. Il en résulte que les facettes dont il s'agit sont tellement disposées, que leur retour au niveau n'a lieu que de quatre en quatre molécules, parmi celles qui sont situées dans le sens de la hauteur. Or l'intervention des facettes qui répondent aux sections $\pi\eta$, $\epsilon\gamma$, etc., ne change rien aux alignemens sur quatre plans différens dont je viens de parler; elle ne fait autre chose qu'accélérer le retour au niveau, qui a lieu alors de deux en deux molécules, ainsi qu'on le concevra, en faisant attention que xz est sur le prolongement de vr, $\pi\eta$ sur celui de rt, etc. Reste à examiner les positions respectives des facettes qui répondent, dans les différens dodécaèdres, aux triangles sbs', scs', sds', etc. (fig. 207). Pour concevoir l'assortiment des joints naturels auxquels elles répondent, supposons que tous les petits dodécaèdres qui sont censés contenus dans celui que représente la fig. 207, se meuvent sur les prolongemens de leurs axes, jusqu'à ce que tous les hexagones qui forment les bases communes de leurs deux pyramides se trouvent sur un même plan. Supposons de plus, pour un instant, que dans ce cas la disposition des hexagones dont il s'agit soit semblable à celle que l'on voit figure 212. Il est évident que des plans dirigés sui-

vant les 6 rayons *ca*, *ch*, *cg*, etc., de l'un quelconque *el* des hexagones, et qui passeraient en même temps par l'axe du dodécaèdre auquel appartient cet hexagone, subdiviseraient le dodécaèdre en six tétraèdres, et par conséquent seraient dans le sens de ses joints naturels. Il est clair encore que les mêmes plans étant prolongés, tantôt passeraient entre deux dodécaèdres voisins, et tantôt se confondraient avec les plans qui sous-diviseraient d'autres dodécaèdres; c'est ce que l'on concevra facilement à la seule inspection des lignes *hs*, *an*, situées sur les prolongemens des rayons *ch*, *ca*; d'où il suit que, dans l'hypothèse présente, tous les joints naturels situés dans l'intérieur du dodécaèdre total seraient sur des plans continus, comme dans les cristaux ordinaires.

Pour ramener maintenant les choses à leur véritable état, considérons l'assortiment représenté figure 213, dans lequel les petits quadrilatères S'*eiz* U*eir*, etc., sont les coupes principales d'autant de rhomboïdes, et S'*xig*, *enrl*, etc., celles des dodécaèdres qui résultent des sections faites dans les rhomboïdes. C'est une suite de ce que S'*x* tombe au quart de la diagonale *ei*, et ainsi des autres lignes *ig*, *rl*, *en*, etc.

Maintenant, si nous menons *gx*, *ln*, *ou*, etc., chacune de ces lignes sera le petit diamètre de l'hexagone qui forme la base commune du dodécaèdre analogue; c'est-à-dire, qu'elle aura la même position que *el*

(fig. 212), menée par le centre, perpendiculairement sur deux côtés opposés *dr*, *ah*, de l'hexagone.

Donc, si l'on suppose que tous les hexagones qui répondent aux lignes *gx*, *ln*, *ou*, etc. (fig. 213), se relèvent jusqu'à coïncider sur un même plan, ces hexagones ne se trouveront pas entièrement dégagés, comme on le voit figure 212; mais chacun anticipera sur ceux qui l'entourent, puisque les lignes *gx*, *ln*, *ou*, etc., anticipent elles-mêmes les unes sur les autres; et telle sera cette espèce d'enjambement, que si l'on considère deux hexagones voisins (fig. 214), l'extrémité *x'* du diamètre *xx'*, tombera au tiers du diamètre *zz'*, etc.

Remarquons que dans le mouvement des hexagones pour aller se placer sur un même plan, que nous supposerons passer par *yt* (fig. 213), perpendiculairement à l'axe SS', le diamètre *gx* se relève de manière qu'il coïncide avec *km*, quand son mouvement est achevé. Remarquons de plus, que la distance entre les diamètres *km* et *ty* est égale à l'un quelconque d'entre eux, puisqu'elle est mesurée par leur prolongement entre les lignes UX, BG, dont les distances sont les mêmes qu'entre les lignes *e*R, UX, d'une part, et BG, KH, de l'autre.

Donc s'il n'existait que les dodécaèdres analogues aux diamètres, tels que *gx* et *km*, qui sont placés immédiatement l'un au-dessus de l'autre, ou analogues aux diamètres, tels que *km*, *ty*, dont la distance est égale à chacun d'eux, tous les joints seraient

sur des plans continus : cela est évident pour les diamètres *gx* et *km*; et quant aux diamètres *km* et *ty*, il est facile de juger que leur position respective est la même que celle des diamètres *el*, *e'l'* (fig. 212), et par conséquent cette position ne peut altérer la continuité des alignemens.

Mais entre les hexagones analogues à *km* et *ty* (fig. 213), se trouveront ceux qui appartiennent à *nl* et *ou*, et qui interromperont la communication des joints; d'où l'on voit que nous pouvons considérer trois ordres de dodécaèdres, dans chacun desquels les hexagones auront leurs axes sur une même ligne, comme ceux qui appartiennent aux diamètres *gx* et *km*, ou seront distans entre eux d'une quantité égale à un petit diamètre, comme ceux qui sont indiqués par *km* et *ty*. Ainsi, les dodécaèdres d'un même ordre pourront être sous-divisés par des plans continus; mais ces mêmes plans tomberont à faux sur les dodécaèdres des deux autres ordres; en sorte que tous les joints correspondans se rapporteront à trois plans qui seront parallèles entre eux, et approcheront beaucoup d'une exacte coïncidence, à cause de la petitesse des dodécaèdres.

Les retours au niveau ayant lieu uniformément, et après des intermittences égales, à l'égard des plans qui correspondent aux six triangles situés, comme *sbs'*, *scs'*, *sds'*, etc. (fig. 207), dans chaque petit dodécaèdre, les joints qui ont lieu dans le sens de ces plans seront tous identiques, en sorte que dans les

cas où ils deviendront apparens, ils auront la même netteté. Mais les joints parallèles les uns aux faces *asb*, *csd*, *esf*, les autres aux faces *bsc*, *dse*, *asf*, provenant de deux contextures différentes, ne peuvent pas être regardés comme exactement identiques. Aussi cette différence s'annonce-t-elle d'une manière sensible dans certains morceaux de quarz, où les joints parallèles aux six faces du rhomboïde (fig. 208), résistent beaucoup moins que les autres à la division mécanique, en sorte que je suis parvenu plusieurs fois à obtenir ce rhomboïde sous une forme bien prononcée. Mais comme, en général, les joints naturels, en conservant les mêmes positions relatives, sont susceptibles de varier dans leur degré d'éclat et de netteté, par l'influence des causes accidentelles, on trouve des cristaux dans lesquels ceux dont il s'agit n'offrent pas de différence bien marquée, et l'on en sera moins surpris, si l'on considère que la proximité des plans auxquels correspondent les facettes des petits dodécaèdres, et le retour fréquent de ces facettes sur le même niveau, doivent produire à peu près le même effet que l'alignement exact de celles qui coïncident avec les faces du rhomboïde générateur. L'accident le plus rare semble plutôt devoir être, comme il l'est réellement, celui qui détermine une grande diversité entre les résultats de la division mécanique, relatifs aux faces des pyramides prises alternativement.

91. Le dodécaèdre est souvent modifié par l'inter-

position d'un prisme hexaèdre régulier entre les deux pyramides. Les pans de ces prismes résultent ici, comme dans la chaux carbonatée, d'un décroissement par deux rangées sur les angles inférieurs du noyau rhomboïdal. Dans une partie des cristaux qui appartiennent au plomb phosphaté, le même rhomboïde subit un décroissement par une rangée sur ses angles supérieurs, d'où naît une face perpendiculaire à l'axe, et l'on observe, parmi les mêmes cristaux, le prisme hexaèdre sans aucunes facettes additionnelles.

Il est très rare de rencontrer le rhomboïde primitif donné immédiatement par la cristallisation. Le quarz est jusqu'ici la seule espèce qui en offre des exemples.

Le cas qui est de beaucoup le plus ordinaire est celui où les cristaux présentent des faces analogues à celles du dodécaèdre, comme si la cristallisation avait ici une tendance particulière vers un résultat qui assimile l'aspect des formes secondaires à celui des petits dodécaèdres dont les cristaux sont l'assemblage. J'ai déjà remarqué ailleurs, que ce cas où des faces produites en vertu d'un décroissement par deux rangées en hauteur sur les bords inférieurs d'un rhomboïde, s'identifient par leurs positions avec celles de ce rhomboïde, est la limite à laquelle aboutissent une infinité d'autres cas, dans lesquels deux lois simultanées de décroissement peuvent faire naître des rhomboïdes secondaires parfaitement sem-

blables, dont les uns auront leurs faces tournées vers celles du noyau, et les autres situées du côté opposé; et il est bien évident que si ces lois n'atteignent pas leur limite, leur réunion produira des dodécaèdres composés de deux pyramides droites réunies base à base. On trouve parmi les cristaux de plomb phosphaté un des termes de la série qui se termine par la limite dont j'ai parlé. Dans la variété à laquelle il se rapporte, et que représente la figure 215, les deux pyramides sont séparées par un prisme produit en vertu de la loi que j'ai indiquée plus haut. La face *t* de la pyramide supérieure résulte d'un décroissement par cinq rangées en largeur sur l'angle inférieur *e* du rhomboïde primitif (fig. 216), et la face *r'* (fig. 215), d'un décroissement par une simple rangée sur le même angle, dont l'action détermine cette face à s'incliner en sens contraire, en formant avec l'axe un angle égal à celui qui mesure l'inclinaison de la face *t*. Les deux décroissemens dont je viens de parler alternent entre eux vers chaque sommet, comme d'un sommet à l'autre, ainsi qu'il est facile d'en juger à l'inspection des lettres dont les faces des pyramides sont marquées. D'après ce que je viens de dire, le signe de la variété sera $\underset{n}{\overset{2}{e}}\,\underset{t}{\overset{5}{e}}\,\underset{r}{\overset{1}{e}}$. Cette dernière loi pourrait aussi avoir pour expression $E^{1}\,{}^{1}E$, qui indique un décroissement par une rangée sur les angles latéraux, dont l'effet se confond avec celui du décroissement $\overset{1}{e}$. J'ai donné à la variété dont il s'agit

le nom d'*isogone*, parce que l'incidence de *n* sur *r* est de 150^{d}, comme celle de *n* sur *t*, ce qui n'est qu'une égalité de rencontre, puisque la dernière de ces faces provient d'un décroissement différent de celui qui donne la face *r*.

Quoique le rhomboïde soit le générateur d'où dérivent les lois de la structure, le dodécaèdre est le type dont les formes secondaires portent presque toujours l'empreinte. Lorsque les faces qui le modifient sont produites par des décroissemens ordinaires, il suffit de faire attention à la manière dont elles sont situées sur le dodécaèdre, pour rapporter les décroissemens aux parties du rhomboïde sur lesquelles ils prennent naissance. Ainsi il est évident, à la seule inspection du triangle *t* (fig. 215), dont la base *y* est parallèle à la diagonale horizontale de la face P (fig. 216) du rhomboïde primitif, que ce triangle résulte d'un décroissement sur l'angle inférieur *e*, dont la marche est ascendante, et que la face *r'* (fig. 215), résulte d'un autre décroissement qui est inverse sur le même angle.

Mais lorsque les décroissemens rapportés au rhomboïde sont intermédiaires, il est nécessaire d'employer une construction pour apercevoir ce rapport. Supposons, par exemple, une facette additionnelle qui remplace l'angle *a* (fig. 207), de manière que les bords des lames décroissantes appliquées sur la face *asb* soient parallèles à *sb*. Si par le point *h* (fig. 217), on mène une ligne *ho*, qui soit de même parallèle à

sb, elle sera dirigée dans le sens des bords dont il s'agit. Or, l'extrémité *o* de cette ligne est située au milieu du côté *sg*, d'où l'on conclura que le décroissement est intermédiaire sur l'angle latéral *g* du rhomboïde, et que telle est sa mesure, que pour une arête de molécule soustraite sur le bord *sg*, il y en a deux qui sont soustraites sur le bord *gh*. Je me borne à une seule indication, et je me crois d'autant plus dispensé d'entrer ici dans de plus longs détails, que l'objet principal de ce Traité est l'exposé de ce qu'il y a de général dans les résultats de la cristallisation, et que le quarz est la seule des espèces minérales qui, jusqu'à présent, ait offert des modifications du genre de celles dont je viens de parler.

DES HÉMITROPIES ET DES TRANSPOSITIONS.

92. Le mot *hémitropie*, par lequel je désigne le jeu de cristallisation que je vais faire connaître, ne doit pas être pris dans un sens absolu. Il exprime seulement que le corps auquel il se rapporte, et que j'appelle *cristal hémitrope*, s'offre à l'observation comme si, pendant sa formation, une de ses moitiés avait fait une demi-révolution autour de son centre, et s'était ensuite appliquée en sens contraire sur l'autre moitié, qui serait restée immobile. Il en résulte que parmi les faces adjacentes situées sur les deux moitiés, il y en a souvent deux, ou davantage, qui font entre elles des angles rentrans, tandis que

les cristaux ordinaires ne présentent jamais que des angles saillans.

J'exposerai d'abord les différentes manières d'être dont l'hémitropie est susceptible, en partant toujours de l'idée que tend à faire naître l'aspect de la forme, parce que les données qui en dérivent suffisent à la Cristallographie pour atteindre son but, qui est de faire connaître le mécanisme de la structure du cristal dans son état actuel. J'essaierai ensuite de remonter jusqu'à la cause physique de l'hémitropie, en la faisant dépendre de l'action moléculaire.

Le plan qui est censé avoir partagé le cristal original en deux moitiés est toujours parallèle, soit à une des faces du noyau, soit à une face produite en vertu d'une loi simple de décroissement sur les bords ou sur les angles du même noyau. Je donne à ce plan le nom de *plan de rotation*.

93. Je choisirai pour premier exemple la sous-variété de chaux carbonatée que j'ai nommée *analogique hémitrope*, pour la distinguer de celle dont toutes les parties ont conservé leurs positions respectives.

Soit *su* (fig. 218) la forme telle qu'on l'observe dans ce dernier cas, avec des dimensions assorties à sa limite géométrique. Concevons un plan qui, en partant de l'angle solide *t*, passe successivement par les points *k*, *i*, *m*, *l*, *d*, *e*, *v*. Ce plan passera en même temps par le centre, en sorte que le solide se trouvera partagé en deux moitiés. On a doublé les lettres qui

indiquent les différens points dont il s'agit, de manière que celles qui n'ont pas d'accent sont censées appartenir à la moitié qui se présente en avant, et dans laquelle sont comprises les faces *qυns*, *szλn*, *υnoμ*, etc., tandis que les lettres accentuées sont censées se rapporter à l'autre moitié qui renferme les faces *qszl*, *dqln*, etc.

Les choses étant dans cet état, imaginons que la première moitié étant fixe, l'autre ait fait une demi-révolution autour du centre, en entraînant avec elle la partie enveloppante qui lui correspond. En vertu de ce mouvement, le point t' aura été se mettre en contact avec le point l, qui lui était opposé, le point k' avec le point d, le point i' avec le point e, le point m avec le point υ, et ainsi de suite. Le solide s'offrira alors sous l'aspect de l'hémitropie que l'on voit (fig. 219), et que l'on a projetée de manière que la ligne qui passe par les points l, t (fig. 218), est censée avoir pris une direction verticale, pour ramener la forme à sa position naturelle. De plus, les deux moitiés du solide, dont l'une est placée derrière l'autre dans la première projection (fig. 218), sont représentées l'une à côté de l'autre dans la seconde (fig. 219).

Remarquons maintenant que, parmi les 24 trapézoïdes qui composent la surface de la variété analogique dans son état ordinaire, il n'y en a que quatre qui soient entamés par le plan *tkimldeυ* (fig. 219); savoir : *dtσk*, *μtγυ*, *qlnd*, *zlπμ*, dont chacun se

trouve divisé diagonalement en deux triangles. Les vingt autres faces restent intactes. Or, dans le cristal hémitrope, les triangles dont je viens de parler sont accolés deux à deux; savoir, *lzm*, *t'γν'* d'une part, et *lqd*, *t'σk'* de l'autre, et cela de manière que chacun d'eux fait un angle rentrant avec son adjacent. Toutes les autres faces se rencontrent sous des angles saillans. L'incidence de *lqsz* sur *t'συγ* est de $143^d 7' 48''$, et celle de *tμοδ* sur *l'ηγπ* est de 90^d.

Ce que je viens de dire du passage de la forme ordinaire à celle qui présente l'hémitropie, suppose que la surface de jonction *tkimldev* (fig. 218 et 219), coïncide avec un plan unique, qui divise le noyau en deux moitiés, parallèlement à deux de ses faces opposées, en sorte que l'une de ces moitiés était censée avoir fait une demi-révolution sur elle-même en restant toujours appliquée à l'autre. J'ai maintenant à démontrer que la supposition dont il s'agit s'accorde avec la structure de l'hémitropie et avec les dimensions des faces qui la terminent.

Nous pouvons sous-diviser la surface de jonction en quatre parties, dont l'une passe par les lignes *tv*, *tk* (fig. 218), une seconde par les lignes *ve*, *ki*, et quant aux deux suivantes, dont l'une passe par les lignes *lm*, *ld*, et l'autre par les lignes *mi*, *de*, comme elles ne sont que la répétition des premières dans la moitié opposée de la surface, nous nous bornerons à prouver que celles-ci satisfont aux conditions du problème.

1°. Pour la première partie. Concevons que les trapézoïdes $\mu o \delta t$, $\delta \lambda i k$, etc., parallèles à l'axe, se prolongent jusqu'à s'entrecouper, et qu'en même temps les sommets soient interceptés par deux faces perpendiculaires à l'axe, de manière que la forme de l'hémitropie se trouve convertie en celle d'un prisme hexaèdre régulier, comme l'indique la figure 220, sur laquelle on a conservé les traces des trapézoïdes $\mu o \delta t$, $\delta \lambda i k$, etc.

Soient vt, kt, les mêmes lignes que figure 218. Si nous menons $v\zeta$, $k\zeta$, perpendiculaires sur to, ensuite $\zeta\varepsilon$ perpendiculaire sur vk, puis εt, l'angle $\zeta t \varepsilon$ mesurera l'inclinaison du triangle vtk sur un plan perpendiculaire à l'axe du rhomboïde primitif.

Soit oh' (fig. 221) la coupe principale de ce rhomboïde, et $d'b'$ la demi-perpendiculaire sur l'axe.

Pour que le triangle vtk (fig. 220), soit parallèle à deux faces opposées sur le même rhomboïde, il faut que $\zeta\varepsilon$ soit à $t\zeta$, dans le rapport de $d'b'$ à ob' ; et si nous désignons par g la demi-diagonale horizontale du rhombe, et par a l'axe oh' (fig. 221); nous aurons, dans la même hypothèse,

$$\zeta\varepsilon : t\zeta \text{ (fig. 220)} :: g : a\sqrt{\tfrac{1}{3}}.$$

Évaluons successivement $t\zeta$ et $\zeta\varepsilon$.

Ayant déjà $v\zeta$ perpendiculaire sur to, menons $\omega\varphi$, qui sera aussi perpendiculaire sur cette dernière ligne. Donc, puisque vu est parallèle à to, nous

aurons $\varphi\zeta = \nu\omega = t\zeta$. Or, nous avons trouvé (t. I, p. 550)

$$\omega\mu : \nu\omega :: g : \frac{1}{n-1} \cdot \frac{a}{2}.$$

Supposons $\omega\mu = g$ et $n = 2$, comme dans le cas présent. Nous aurons

$$\nu\omega = \frac{a}{2} = t\zeta.$$

Soit A′D′ (fig. 222) un plan mené par les points ν, k, (fig. 220) perpendiculairement aux pans du prisme. Menons $\zeta\varepsilon$ (fig. 222) perpendiculaire sur νk, et qui sera la même ligne que figure 220, puis $\pi\eta$ (fig. 222) parallèle et égale à $\zeta\varepsilon$. La ligne $\nu\pi$ étant égale à $\omega\mu$ (fig. 220) son expression sera g. Or,

$$\nu\pi : \pi\eta :: 2 : \sqrt{3};$$

donc $\pi\eta$ ou $\zeta\varepsilon = g\sqrt{\frac{3}{4}}$. Donc

$$\zeta\varepsilon : t\zeta :: g\sqrt{\tfrac{3}{4}} : \frac{a}{2} :: g : a\sqrt{\tfrac{1}{3}},$$

ce qu'il fallait prouver.

2°. Reste à déterminer la position de la partie qui passe par les lignes ve, ik (fig. 218 et 219). Prolongeons les deux trapézoïdes $e\nu\mu v$, $ik\delta\lambda$, jusqu'à ce qu'ils se rencontrent sur une arête commune ϑT (fig. 223), et limitons leurs plans ainsi prolongés par un plan vertical eiIE, et par deux plans horizontaux $ei\vartheta$, ETI, de manière que le solide terminé par ces divers plans soit un prisme trian-

gulaire équilatéral. Menons ev, ik situées comme les mêmes lignes (fig. 218), et prolongées jusqu'à l'arête ϑT. Si nous menons ensuite $\vartheta\psi$ perpendiculaire sur ei, puis $\omega\psi$, il faudra, pour que la condition du problème soit remplie, que nous ayons

$$\vartheta\psi : \vartheta\omega :: \varepsilon\zeta \text{ (fig. 220)} : t\zeta :: g : a\sqrt{\tfrac{1}{3}},$$

auquel cas les deux parties qui passent l'une par les lignes tv, tk (fig. 218), l'autre par les lignes ve, ki, ayant deux points communs en v et en k, coïncideront nécessairement sur un même plan.

Maintenant

$$e\vartheta : \vartheta\omega \text{ (fig. 223)} :: \omega\mu : v\omega \text{ (fig. 220)} :: g : \frac{a}{2}.$$

Soit $e\vartheta$ (fig. 223) $= g$. Nous aurons

$$\vartheta\omega = \frac{a}{2}, \quad e\vartheta : \vartheta\psi :: 2 : \sqrt{3}.$$

Donc $\vartheta\psi = g\sqrt{\tfrac{3}{4}}$; donc

$$\vartheta\psi : \vartheta\omega :: g\sqrt{\tfrac{3}{4}} : \frac{a}{2} :: g : a\sqrt{\tfrac{1}{3}},$$

ce qui est le rapport demandé. Ce que j'ai dit des deux parties situées en avant sur la surface de jonction, s'applique de soi-même aux deux autres parties; et parce que la ligne menée par les points t, l (fig. 218) passe nécessairement par le centre du rhomboïde primitif, il en résulte que ce rhomboïde est divisé en deux moitiés par la surface dont il s'agit.

On voit que le jeu de cristallisation d'où dépend l'hémitropie, aura toujours lieu de la même manière, quelles que soient les valeurs respectives de g, p, pourvu que la quantité n soit égale à 2.

Ainsi l'on doit concevoir que le rhomboïde primitif oh' (fig. 224) ait été d'abord partagé en deux moitiés par le plan $m'r'x'o'$, et qu'ensuite la moitié inférieure ait fait autour d'elle-même une demi-révolution en vertu de laquelle la moitié $o'r'h'a'$ (fig. 221) de la coupe principale aura pris la position indiquée par $o'h''a''r'$, en sorte que les faces adjacentes sur les deux moitiés formeront d'un côté un angle saillant oah'', et du côté opposé un angle rentrant rha''.

94. L'exemple suivant sera tiré de la variété d'amphibole nommée *dodécaèdre*, que j'ai décrite plus haut (p. 85), et que la figure 225 représente dans l'état d'hémitropie. Le plan de rotation coïncide avec le joint naturel qui passe par les angles E, E (fig. 226) de la forme primitive, parallèlement à l'arête H, ou, ce qui revient au même, il est parallèle à une face latérale produite en vertu du décroissement $^1H^1$. La figure 227 représente le dodécaèdre simple ramené à la limite qui s'accorde avec l'hémitropie. Elle a lieu lorsque les faces P, p étant des pentagones, le plan de rotation $abcd$ divise chacun des deux pans x, x en deux parties égales. La moitié antérieure du dodécaèdre est celle qui est censée avoir fait une demi-révolution sur elle-même,

et il faut supposer que pendant ce mouvement elles subissaient toutes les deux une modification en vertu de laquelle leurs faces *r*, *r*, et à la fois leurs arêtes ε, ε' (fig. 225) se prolongeaient de manière à masquer les résidus des faces P, *p* (fig. 227). Il en résulte que dans l'hémitropie le sommet supérieur est terminé par quatre faces qui sont des trapézoïdes, et l'autre seulement par deux qui sont des pentagones. L'hémitropie n'offre point d'angles rentrans, quoique la révolution qu'a subie une moitié du noyau en ait fait naître un entre la partie de la face P, qui est restée fixe, et celle de la face *p*, qui est venue se placer à côté d'elle. Le même angle existerait entre les résidus des faces P, *p* (fig. 227) dont j'ai parlé plus haut, s'ils n'avaient été couverts par le prolongement des faces *r*, *r'*.

Le signe de chaque sommet du dodécaèdre simple (fig. 227) est $P\overset{\frac{1}{2}}{B}$, et si on lui substituait le signe $\overset{\frac{1}{2}}{B}\overset{1}{E}$ pour le sommet supérieur, et le signe $P\underset{1}{a}$ pour l'inférieur, la forme se changerait en celle de la variété hémitrope (fig. 225). La théorie, abandonnée à elle-même, se prête à cette transformation. Les faces indiquées par $\overset{1}{E}$ et $\underset{1}{a}$ existent en effet, mais solitairement, sur la variété imitative que j'ai décrite dans un autre article. Leur coïncidence avec les faces $\overset{\frac{1}{2}}{B}$ et P dérogerait, dans le cas présent, à la loi de

symétrie; d'ailleurs il existe dans l'hémitropie des joints naturels situés parallèlement aux deux faces P, *p*, dont le dernier est nul dans la variété imitative; et ce qui achève de prouver que la forme qui nous occupe dépend d'une hémitropie, c'est que l'on voit, sur plusieurs cristaux, une espèce de sillon à la jonction des deux moitiés dont ils offrent l'assemblage.

95. L'hémitropie que je vais citer comme troisième exemple, et qui dérive de la variété de pyroxène nommée *triunitaire*, est très facile à concevoir. Le signe de la forme ordinaire (fig. 228), rapportée au noyau (fig. 229) est $\underset{M}{M^{I}}\underset{r}{H^{II}}\underset{l}{G^{II}}\underset{s}{E^{I}}$. Le plan de rotation passe par le milieu de l'arête *x* et de son opposée, parallèlement à la face latérale *r*. La moitié du cristal située dans la partie postérieure est celle qui est censée avoir fait une demi-révolution sur elle-même, d'où il résulte que dans le cristal hémitrope, tel qu'on le voit (fig. 230), le sommet supérieur est terminé par quatre faces égales et semblables, dont deux, qui sont les moitiés fixes des faces *s*, *s* (fig. 228), font des angles saillans avec celles qui proviennent de l'hémitropie, et le sommet inférieur offre également quatre faces parallèles et semblables à celles du sommet supérieur, et formant entre elles des angles rentrans égaux aux angles saillans qui leur correspondent du côté opposé.

Ici revient l'observation que j'ai faite par rapport

à l'amphibole dodécaèdre hémitrope, sur la possibilité d'une forme semblable à celle qui nous occupe, produite par des décroissemens directs, si la loi de symétrie ne s'y opposait. L'existence de l'hémitropie est de même confirmée par le mécanisme de la structure, et par la présence d'un sillon qui existe sur plusieurs cristaux, à la jonction des deux moitiés de la forme dont ils dérivent.

96. L'hémitropie que présentent une grande partie des cristaux d'étain oxidé, et que j'ai choisie pour quatrième et dernier exemple, exige des considérations particulières pour déterminer les diverses positions dont est susceptible le plan de rotation qui réunit ses deux moitiés; mais avant d'entrer dans les détails relatifs à ce sujet, je ferai connaître la forme de la variété qui fait la fonction de type dans l'hémitropie dont il s'agit.

La forme primitive de l'étain oxidé, telle que je l'ai décrite plus haut, est celle d'un octaèdre symétrique P, P′ (fig. 231), dans lequel la perpendiculaire menée du centre de la base commune des deux pyramides dont il est l'assemblage, est à la hauteur de la même pyramide comme $\sqrt{20}$ à 3. La variété à laquelle se rapporte l'hémitropie est celle que j'ai nommée *étain oxidé dioctaèdre*, et que représente la figure 232. Je fais ici abstraction des facettes qui la modifient dans plusieurs cristaux qui offrent le passage à d'autres variétés plus ou moins composées. Pour avoir son signe théorique, on peut

placer les deux tétraèdres complémentaires qui donnent le parallélépipède substitué que l'on voit (fig. 233), l'un sur la face P'' (fig. 231), l'autre sur la face opposée. Le signe sera $\overset{1}{\underset{g}{D}}\overset{2}{\underset{s}{E}}$.

Concevons que les pans *g*, *g* deviennent nuls, auquel cas la forme sera celle de l'octaèdre symétrique que l'on voit figure 234, et dans lequel la perpendiculaire *cz*, menée du centre de la base commune des deux pyramides sur un des côtés, est à la hauteur *co* comme $\sqrt{10}$ à 3, ce qui donne 86^d 58' pour l'incidence de *s* sur *s'*, et 121^d 45' pour celle de *s* sur *s*. Celle de *s* sur *g* (fig. 232) est de 133^d 29'.

Imaginons maintenant que l'octaèdre (fig. 234) ait été partagé en deux moitiés, à l'aide d'un plan *mntx*, qui, en partant des angles *m*, *t*, passe par les moitiés des arêtes *ur*, *xy*. Ce plan sera en même temps parallèle aux arêtes *or*, *uy*, d'où il suit que les triangles *omr*, *otr*, *umy*, *uty*, resteront intacts, tandis que chacun des quatre autres sera divisé en deux triangles scalènes tels que *ntr*, *ntu*, ou *nmr*, *nmu*, etc.

Supposons que la moitié d'octaèdre située en dessous du plan *mntx* ait fait une demi-révolution autour d'elle-même, en restant toujours appliquée à la moitié supérieure. L'assortiment des deux moitiés se trouvera converti en celui dont la figure 235 représente le profil, par rapport à l'octaèdre qui

est censé avoir servi de modèle pour tracer la figure 234. On a doublé encore ici les lettres indicatives des points *m*, *n*, *t*, *x*, de manière que celles auxquelles on a joint des accens sont censées appartenir à la moitié mobile de l'octaèdre générateur. On voit, en comparant les figures 234 et 235, qu'en vertu du mouvement qui a produit l'hémitropie, les triangles *yx'm'*, *yt'x'* (fig. 234) sont venus se placer sur la surface antérieure (fig. 235), en dessous des triangles *rnt*, *rnm* (fig. 234 et 235), avec lesquels ils forment deux angles rentrans, en même temps que les triangles *m'n'u*, *t'n'u* ont été se placer sur la surface postérieure (fig. 235), à côté des triangles *otx*, *omx* (fig. 234 et 235), avec lesquels ils forment deux angles saillans opposés aux angles rentrans de la partie antérieure.

La rotation d'une des deux moitiés de l'octaèdre que nous considérons comme générateur, et qui n'est que secondaire, se transmet à celui qu'il renferme comme noyau, et que représente la figure 236, et il sera facile de concevoir l'effet particulier que produit sur ce dernier octaèdre le mouvement commun, en faisant attention que deux de ses faces opposées, savoir, *gfn*, *stv*, sont tournées vers les arêtes *or*, *uy* (fig. 234) du générateur, situées parallèlement au plan de rotation *mntx*. Il en résulte que l'octaèdre primitif (fig. 236) se trouve partagé en deux moitiés par le même plan, qui, dans ce cas, a la figure d'un hexagone symétrique *abca'b'c'*, dont

quatre bords *a'c*, *ab*, *ac'* *a'b'* sont parallèles aux côtés *gf*, *gh*, *vs*, *ts*, contigus aux sommets sur les deux triangles *gfn*, *stv*, et les deux autres *b'c'*, *bc*, parallèles aux bases *fn*, *tv* des mêmes triangles. La figure 237 représente séparément cet hexagone, dont les quatre angles *b*, *c*, *b'*, *c'* sont chacun de $129^d\ 43'$, et les deux autres *a*, *a'* chacun de $100^d\ 34'$.

L'assortiment que je viens de décrire donne la limite de l'hémitropie ramenée à la plus grande simplicité possible, c'est-à-dire ayant pour générateur l'octaèdre pur représenté (fig. 234) sans interposition d'un prisme entre ses deux pyramides. Je n'ai encore observé aucune variété où la cristallisation eût atteint cette limite. Mais j'ai dans ma collection un groupe de cristaux de Schlackenwald en Bohême, dont la forme la touche de bien près, en sorte qu'elle n'en est distinguée que par des facettes très étroites qui remplacent les bords *tr*, *mr*, etc., et dont quelques-unes sont à peine sensibles. Il est aisé de voir que ces facettes proviennent d'une naissance de prisme entre les pyramides dont l'octaèdre générateur est l'assemblage.

Dans toutes les autres variétés que j'ai examinées, le prisme dont je viens de parler avait une hauteur plus ou moins sensible. Or, parmi toutes les dimensions dont cette hauteur est susceptible, il en est une qui donne la limite opposée à la précédente, c'est-à-dire celle qui a lieu lorsque l'angle rentrant que présente l'hémitropie à la jonction des faces

yx'm', *rnt* (fig. 235) a disparu entièrement. Dans ce cas, la hauteur $r\vartheta$ (fig. 238) du prisme compris entre les deux pyramides de l'octaèdre, est double de celle de l'une ou de l'autre de ces pyramides. Il en résulte que le plan de rotation $y\zeta\vartheta\varepsilon$, qui sous-divise la forme génératrice, n'entame aucune des pyramides, en sorte que l'hémitropie prend la forme que présente la figure 239, où les deux côtés *mh*, *t'g'* se réunissent en angle saillant. J'ai plusieurs cristaux dont la forme réalise l'existence de cette limite.

A mesure que la hauteur du prisme diminue, l'angle rentrant se montre en devenant toujours plus sensible, en sorte que la forme participe de l'une et l'autre limite. Je n'en dirai pas davantage sur ce sujet. Il me suffit d'avoir établi le principe qui sert à expliquer l'origine et la marche générale des variations que subit l'hémitropie, par une suite de celles dont la hauteur du prisme est susceptible.

97. Les cristaux que j'appelle *transposés*, et dont je vais maintenant m'occuper, ne diffèrent pas de ceux qui portent le nom d'*hémitropes*, quant au jeu de cristallisation qui a modifié leur forme génératrice. Mais la figure du plan de rotation qui réunit leurs moitiés, et qui est toujours un hexagone régulier, permet de supposer que chaque point de la partie mobile, au lieu d'avoir décrit une demi-révolution autour du centre, ait seulement parcouru un arc de 60^d égal à la sixième partie de la circonférence; et cette supposition, qui fait naître

l'idée d'un simple déplacement, m'a paru devoir être préférée, attendu qu'il ne s'agit ici que du fait tel qu'il s'offre à l'observation.

Dans ce cas, le mouvement qui est censé avoir déplacé une des moitiés du cristal générateur, agissait dans le sens latéral, suivant une direction perpendiculaire à l'axe. L'hémitropie, au contraire, est censée provenir d'un mouvement dont l'action s'exerçait de bas en haut, pour produire le mouvement de la partie qui lui était soumise.

La variété de chaux carbonatée que je nomme *analogique*, et que nous avons considérée dans l'état de cristal hémitrope, passe quelquefois à celui de cristal transposé. Soit *xy* (fig. 240) la forme ordinaire de cette même variété. Il est évident qu'un plan mené par les angles latéraux *a*, *n*, *l*, *h*, etc. des trapèzes situés parallèlement à l'axe sera un hexagone régulier qui sous-divisera le cristal en deux moitiés, l'une supérieure et l'autre inférieure. Supposons que la première, à laquelle se rapportent les lettres sans accens, restant immobile, la seconde, à laquelle appartiennent les lettres accompagnées d'accens, ait fait autour de l'axe, en allant de gauche à droite, un mouvement égal à un sixième de circonférence. Le triangle $a'sn'$ aura pris la place du triangle $n'ul'$; ce dernier aura pris celle du triangle $l'ph'$, et ainsi de suite, de manière que le nouvel aspect de la forme sera celui que représente la figure 241, où les trapézoïdes se trouvent convertis en autant de

rhombes, dont les uns, tels que *lyhu*, sont composés de deux triangles équilatéraux, et les autres, tels que *nzls*, de deux triangles obtus, dans lesquels l'angle du sommet *nzl* ou *nsl* est de $98^d\ 12'\ 46''$, et chacun des angles latéraux *zns*, *zls* de $100^d\ 53'\ 37''$.

On pourrait aussi supposer que la moitié inférieure du cristal générateur eût fait une demi-révolution autour de l'axe, auquel cas le triangle $\vartheta\zeta\mu$ serait venu se mettre à la place du triangle *nul*, et en raisonnant de même des autres triangles, il est facile de voir que rien ne serait changé dans l'aspect de la forme. On conçoit aisément que le plan de rotation a ici la même position qu'une face qui naîtrait d'un décroissement par une rangée sur les angles supérieurs du rhomboïde primitif.

98. Le même genre de modification se montre sur une grande partie des cristaux de la variété métastatique que l'on trouve en Angleterre. Dans ce cas, le plan de rotation mené par les points *m*, *a*, *n*, *l*, etc. (fig. 242), et qui est un dodécagone, intercepte sur la surface du dodécaèdre douze petits triangles scalènes réunis deux à deux, tels que $a\gamma n$, $l\gamma n$, ou $l\pi t$, $h\pi t$, et situés alternativement au-dessus et en dessous du même plan. Supposons que la moitié supérieure ayant conservé sa position, l'inférieure ait tourné de gauche à droite, d'une quantité égale à un sixième de circonférence. En vertu de ce mouvement, les deux triangles $a'\gamma n'$, $l'\gamma n'$ se trouveront accolés, sur des bases communes, aux

triangles fixes $l\pi t$, $h\pi t$, ainsi qu'on le voit figure 243, de manière que $a'\gamma n'$ formera un premier angle rentrant avec $l\pi t$, et $l'\gamma n'$ un second avec $h\pi t$. Les mêmes angles se répéteront aux extrémités des arêtes les plus saillantes, telles que $s\pi$, $u\gamma$ (fig. 242), qui alternaient dans la forme simple, et qui alors seront situées l'une vis-à-vis de l'autre. Le même rapport de position aura lieu entre les arêtes les moins saillantes, c'est-à-dire, par exemple, que la partie um' de l'arête $u\xi$ correspondra à la partie sn de l'arête $s\gamma$, avec cette différence que les faces adjacentes à ces deux arêtes formeront entre elles des angles saillans.

99. L'octaèdre régulier se présente sous l'aspect de cristal transposé, dans la plupart des espèces où il fait la fonction de forme primitive, telles que le spinelle, l'alumine sulfatée, le fer oligiste, le diamant, etc. Il s'assimile, dans ce cas, à la variété de rhomboïde que je nomme *basée*, et dont le signe est $\underset{1}{P}A$. Le plan de rotation est parallèle aux faces qui font la fonction de bases.

La figure 244 représente l'octaèdre traversé par le plan *knxcoh*, dont je viens de parler, qui le coupe en deux moitiés, suivant la direction que j'ai indiquée. Il est aisé de voir que ce plan est un hexagone régulier. Chaque moitié de l'octaèdre, par exemple la moitié supérieure, a pour bases, d'une part ce même hexagone, et de l'autre le triangle équilatéral *beg*, et pour faces latérales trois trapèzes *ebcx*,

genk, *gboh*, et trois triangles équilatéraux *nex*, *cbo*, *kgh*, qui alternent avec les trapèzes. On voit (fig. 245) les deux moitiés de l'octaèdre séparées l'une de l'autre, et les lettres indicatives de l'hexagone sur la moitié inférieure sont distinguées par les accens qui les accompagnent, de celles qui leur correspondent sur la moitié supérieure, conformément à ce qui été pratiqué dans les exemples précédens.

Imaginons maintenant que la moitié supérieure restant fixe, l'inférieure ait tourné sur elle de droite à gauche, d'une quantité égale à un sixième de circonférence. En vertu de ce mouvement, le point c' se trouvera en contact avec le point x, le point x' avec le point n, le point n' avec le point k, et ainsi des autres points; d'où il suit que l'assortiment sera celui que représente la figure 246, où les triangles et les trapèzes sont réunis deux à deux, de manière que les premiers, tels que hgk, $k'pn'$, font entre eux des angles rentrans; et les seconds, tels que $gkne$, $pn'x'l$, des angles saillans qui alternent avec les angles rentrans des triangles.

A la première vue d'un cristal transposé semblable à celui que je viens de décrire, on ne se douterait pas qu'il n'est autre chose qu'un octaèdre déguisé, et lorsqu'on a saisi l'explication qui précède, on est étonné qu'une forme si simple ne soit censée avoir subi qu'un si léger changement, pour se faire chercher dans elle-même.

100. Jusqu'ici j'ai supposé que les hémitropies et les transpositions provenaient d'un déplacement que paraît avoir subi une des moitiés du cristal générateur, lorsqu'on s'en rapporte au jugement de l'œil. Mais ces effets, considérés sous le rapport de la théorie, dépendent d'une action qui a fait faire une demi-révolution aux molécules situées d'un côté du plan de rotation, tandis que celles qui étaient de l'autre côté ont conservé leurs positions naturelles. Le résultat a été le même que si une moitié du cristal avait tourné, pour aller se placer contre l'autre, en sens contraire.

Ainsi nous devons concevoir que les molécules du cristal générateur sont douées d'une vertu analogue à celle que l'on a désignée par le nom de *polarité*. Chacune d'elles a deux pôles sollicités par des forces contraires. Deux molécules qui se réunissent, dans la cristallisation simple, s'attirent par leurs pôles différens, comme cela a lieu par rapport aux aimans. Mais dans le cas d'une hémitropie, les molécules d'une moitié du cristal ont subi un renversement de pôles qui leur a fait prendre des positions en sens contraire de celles qu'elles auraient eues, si la cristallisation avait suivi sa marche ordinaire. Au reste, je ne regarde pas comme démontré le rapprochement que je viens de faire de l'action qui produit les hémitropies avec l'action polaire, et j'en use ici comme dans d'autres théories, où l'esprit est satisfait lorsque l'explication des phénomènes se trouve ra-

menée à une manière de voir tellement assortie à ce que nous en apprend l'observation, qu'on a droit d'en conclure que les choses se sont passées comme si elle était la véritable.

C'est en me conformant à la même idée, que je crois être parvenu à mettre le mécanisme de la structure d'accord avec l'aspect de la forme, dans une variété d'amphibole dont j'ai différé la description jusqu'à ce moment. C'est celle que représente la figure 247, et à laquelle j'ai donné le nom d'*amphibole ondécimal*, suggéré par le nombre de ses faces. En comparant sa forme avec celles de la variété dodécaèdre simple (fig. 227), et de la même à l'état d'hémitropie (fig. 225), on voit que son sommet supérieur est semblable à celui de la première, et son sommet inférieur semblable à celui de la seconde. Or, ici revient l'observation que j'ai faite à l'égard de la variété dodécaèdre hémitrope; c'est que la loi de symétrie doit faire rejeter une hypothèse que permet la théorie du prisme rhomboïdal considérée en elle-même, et d'après laquelle la variété dont il s'agit aurait été produite par des décroissemens ordinaires, ce qui donnerait $P\overset{\frac{1}{2}}{B}$ pour le signe du sommet supérieur, et $p\overset{1}{a}$ pour celui de l'inférieur. Il ne reste que l'action polaire qui puisse donner la solution du problème tel que je vais l'exposer.

Supposons un plan *stnlz* (fig. 248), perpendiculaire à l'axe du dodécaèdre simple, et qui sous-

divise la moitié de ce solide située en avant du plan *abcd*, en deux portions égales, l'une supérieure, l'autre inférieure. Le plan *stnlz* sera parallèle à une face qui résulterait du décroissement $\overset{2}{A}$ (fig. 226), et ainsi il pourra être assimilé aux plans de rotation situés dans les cristaux que nous avons considérés précédemment.

Concevons, de plus, que l'action de la cause qui, dans le dodécaèdre hémitrope (fig. 225), a déterminé le renversement de toutes les molécules situées dans la moitié antérieure du cristal, ait été restreinte dans un espace une fois moindre, savoir, celui qu'occupe la partie située en dessous du plan *stnlz* (fig. 248). Dans ce cas, le sommet supérieur du dodécaèdre n'aura subi aucun changement. Mais les molécules de la partie inférieure s'étant trouvées dans le même cas que celles qui leur correspondent dans le dodécaèdre hémitrope, le sommet situé du même côté se sera assimilé à celui de ce dodécaèdre, en sorte qu'il offrira la réunion des deux faces P, *p* (fig. 225 et 227). Il en sera des deux portions de cristal situées en sens contraire qui composent la moitié antérieure, à peu près comme des différentes parties de certains aimans, dans chacune desquelles les pôles sont renversés à l'égard de ceux de la partie qui précède ou qui suit. Les physiciens ont donné le nom de *points conséquens* aux divers pôles qui se succèdent ainsi dans un même aimant.

J'ai observé une alternative du même genre dans les pôles électriques vitrés et résineux d'une longue topaze du Brésil, que j'avais soumise à l'action de la chaleur, et cette analogie, fournie par un corps où les lois de la structure agissent diversement sur ses deux sommets, ajoute d'autant plus à la vraisemblance de l'explication que j'ai donnée de l'hémitropie partielle qui a lieu dans l'amphibole ondécimal, qu'elles conspirent toutes les deux à mettre la nature d'accord avec elle-même.

DU GROUPEMENT DES CRISTAUX.

101. Il est rare de rencontrer des cristaux solitaires dont la forme se développe tout entière aux yeux de l'observateur, à mesure que l'on fait varier leur position. La plupart de ceux qui offrent cet avantage ont été dégagés d'une masse continue, dont la formation a eu lieu simultanément avec celle de ces cristaux. On doit concevoir que, pendant cette opération, les molécules qui composent la masse enveloppante se sont réunies par l'effet d'une agrégation confuse, sans gêner la tendance qui sollicitait celles d'une substance étrangère disséminées dans le même espace, à se démêler d'entre elles, pour s'arranger conformément aux lois d'une cristallisation régulière.

Mais il est bien plus ordinaire de trouver des cristaux d'une même substance réunis en groupes plus ou moins nombreux, adhérens à la surface des masses

qui leur servent de support; et il suffit de jeter un coup-d'œil sur ces groupes, pour y apercevoir plusieurs cristaux qui, étant pris deux à deux, semblent se pénétrer, en sorte qu'ils sont censés avoir une partie commune. Toutes les variations que ceux qui offrent cette pénétration apparente sont susceptibles de subir, peuvent se rapporter, en général, à deux cas différens. Dans le premier, la pénétration se termine à l'intérieur, dans un point situé entre le contact des deux cristaux et la partie opposée. Dans le second, les deux cristaux ayant des formes prismatiques plus ou moins alongées, se traversent mutuellement de part en part, en sorte que le point dans lequel leurs axes se croisent, peut être regardé comme leur centre commun.

Voilà ce qu'on observe le plus communément; mais au milieu de toutes les diversités d'aspect qu'offrent les assemblages dont il s'agit, on remarque quelquefois entre les positions des cristaux qui les composent une relation générale, qui annonce visiblement une sorte de concert entre les affinités particulières auxquelles étaient soumis les arrangemens de leurs molécules intégrantes. C'est ce qui a eu lieu lorsqu'un cristal, déjà parvenu à un volume considérable, a servi comme de tige à une multitude de petits cristaux de la même substance, qu'on croirait en être sortis comme autant de rejetons, pendant qu'il achevait de s'accroître, et qui en ont pris la forme et l'attitude. On s'aperçoit, en les comparant

avec lui, qu'ils sont tous terminés par le même nombre de facettes disposées dans le même ordre, que de plus tous ont leurs axes dirigés parallèlement les uns aux autres, et à celui du modèle, et que le même parallélisme existe entre les facettes situées sur les parties correspondantes de la forme.

102. M. Delafosse a observé cette similitude de positions sur un groupe de cristaux de quarz hyalin violet, qui fait partie de la collection minéralogique du Muséum d'histoire naturelle. La surface de celui qui joue le rôle principal est couverte d'un côté de cristaux d'un plus petit volume, qui se sont formés et placés à son imitation, et ce qui rend ce groupe doublement remarquable, c'est l'aspect extraordinaire que présentent ces cristaux, et sous lequel on ne serait pas tenté, au premier coup-d'œil, de reconnaître la variété que j'ai nommée *quarz prismé*. J'ai pensé que l'on ne lirait pas sans intérêt la description particulière que je vais donner de leur forme, et pour laquelle je me suis servi d'un cristal de quarz hyalin incolore, qui était depuis long-temps dans ma collection, et qui a subi la même modification.

La figure 249 représente la forme de ce cristal en rapport de position avec celle de la variété prismée raccourcie (fig. 250), qui est censée en avoir fourni le type. Les faces *z*, P, *z'* (fig. 249), qui appartiennent à la pyramide supérieure, sont les analogues de celles qu'accompagnent les mêmes lettres sur la figure 250. On voit, en les comparant, que la pre-

mière *bac* (fig. 249), est la seule qui soit restée triangulaire ; la seconde *acog*, n'en diffère qu'en raison de ce que la face latérale *r*, qui répond à *r* (fig. 250), étant plus voisine du centre, anticipe sur la face P (fig. 249), qu'elle convertit en trapèze ; mais la troisième *z'*, contraste avec son analogue (fig. 250) par l'alongement considérable qu'elle a subi, en entraînant avec elle la face latérale *r''* (fig. 249 et 250) et la face P'', adjacente à celle-ci. Par une suite du même mouvement, les axes des deux pyramides ne concourent plus sur une même ligne, comme dans le type, mais sont séparés sur deux directions parallèles. Le reste va comme de soi-même. Les trois faces situées sur la partie postérieure de la pyramide qui a son sommet en *a*, varient dans le même ordre que les faces *z*, P, *z'*, de la partie antérieure ; et si l'on part du sommet *a'* de la partie inférieure, en remontant vers le sommet *a*, on retrouve la répétition des faces *z*, P, *z'*, qui a lieu en sens inverse. A l'égard des pans, celui qui est marqué *r'* et son opposé ont conservé leur position, et n'ont fait que s'alonger en changeant de figure. Mais deux seulement des quatre autres pans, savoir, *r* et son adjacent le long de l'arête *bh*, ont continué d'être contigus à la pyramide supérieure ; tandis que les deux autres, savoir : *r''*, et son adjacent le long de *b'h'*, ont été se joindre à la pyramide inférieure.

Ce que l'assortiment qui vient d'être décrit paraît avoir de plus singulier, c'est que les faces P', *r'*, *z'*,

et celles qui leur sont parallèles, dont deux seulement, savoir, r' et son opposée, répondent à deux faces latérales *ilqs*, *pvyo* du type (fig. 250), et les quatre autres ont leurs analogues sur ses pyramides, s'entrecoupent de manière que leurs sections ah', gk', xf', ha', etc. (fig. 249), sont parallèles. De là vient que, quand on voit pour la première fois un cristal semblable à celui dont il s'agit ici, on est ordinairement embarrassé pour lui donner sa position naturelle, et l'on est tenté de placer verticalement les faces P', r', z', etc., en les considérant comme les pans d'un prisme. C'est cette illusion qui m'a suggéré la dénomination du *quarz prismé sphalloïde*, que j'ai donnée à la variété qui l'a fait naître.

Il est facile d'expliquer le parallélisme dont je viens de parler. Soit $\gamma\xi$ (fig. 251) la forme de la variété de quarz nommée *dodécaèdre*, et qui est un assemblage de deux pyramides droites hexaèdres réunies base à base. Imaginons que les faces P', z', et leurs adjacentes le long des arêtes $\eta\xi$, $\gamma\zeta$, se prolongent jusqu'à s'entrecouper, en masquant toutes les autres. Elles se réuniront sur deux lignes $\nu\psi$, $\sigma\tau$ (fig. 252), situées l'une en-dessus, l'autre en-dessous du plan $\gamma\eta\xi\zeta$, et parallèles, soit à ce même plan, soit aux arêtes $\eta\xi$, $\gamma\zeta$; en sorte qu'elles seront situées comme les pans d'un prisme rhomboïdal droit, qui aurait pour bases les rhombes $\eta\nu\gamma\sigma$, $\xi\tau\zeta\psi$. Concevons maintenant que l'on fasse dans le prisme deux sections $\omega\epsilon\phi\delta$, $\lambda\vartheta\upsilon\mu$, qui interceptent les arêtes $\nu\psi$, $\sigma\tau$,

et soient en même temps parallèles au plan γζξη. Le prisme deviendra hexaèdre ; et si l'on transporte les sections dont il s'agit dans le dodécaèdre que représente la figure 251, il est visible qu'elles seront parallèles aux deux arêtes ε, π, et à la fois au plan γζξη, qui est le même que figure 252 ; d'où il suit qu'elles répondront à la face latérale r' (fig. 249 et 250), et à son opposée. Or, les faces P', z' (fig. 249), et leurs adjacentes le long des arêtes $a'h$, ah', sont les analogues des faces ηξδω, γζυϑ, et de leurs adjacentes, ou, ce qui revient au même, des faces P, z' (fig. 251), et de leurs adjacentes, dont les prolongemens, combinés avec les sections ωεφδ, λϑυμ (fig. 252), donnent les pans d'un prisme hexaèdre, et telle est la cause de l'illusion que tend à produire l'aspect de la forme qui nous occupe. La sous-variété à laquelle elle se rapporte m'a paru mériter d'autant mieux une description détaillée, qu'elle rentre parmi les formes que j'appelle *déterminables*, et ne doit pas être confondue avec cette multitude de modifications plus ou moins irrégulières, que présentent les cristaux de quarz prismé apportés de différens pays, dans lesquels l'influence des forces perturbatrices se montre de mille manières. Ici, au contraire, le déplacement d'une partie des faces du générateur n'exige qu'un coup-d'œil attentif pour y reconnaître la symétrie déguisée sous une apparence d'anomalie.

103. Je vais citer un second exemple tiré d'une

modification différente, mais qui ne me paraît pas moins digne d'intérêt. En observant le corps qui l'a subie, on voit un rhomboïde inverse de chaux carbonatée tout couvert de petits dodécaèdres métastatiques de la même substance, tellement disposés, que leur assemblage conserve l'empreinte de la forme du rhomboïde qui leur sert de support. C'est une suite de ce qu'ils sont en harmonie avec lui, par les lois de leur structure et par leur assortiment, ainsi qu'il sera facile de le concevoir à l'aide de l'explication suivante.

Les figures 253 et 254 représentent, l'une le rhomboïde inverse, l'autre le dodécaèdre métastatique, circonscrits à leur noyau rhomboïdal. Elles ont été tellement projetées, que les deux rhomboïdes qui font la fonction de noyaux, ont leurs faces respectivement parallèles. Il en résulte que les arêtes saillantes du dodécaèdre, par une suite de leurs inclinaisons à son axe, sont de même parallèles aux diagonales obliques du rhomboïde inverse; c'est-à-dire que *ds* (fig. 254), est parallèle à *nr* (fig. 253), *bs* parallèle à *tr*, *cs* parallèle à *ku*, et ainsi des autres. Il suit de là que si l'on suppose les arêtes *ds*, *bs*, *cs*, etc. (fig. 254), remplacées par des facettes qui leur seraient parallèles, le décroissement qui les aura produites aura pour signe E''E, qui est celui du rhomboïde inverse, et c'est effectivement ce qui a lieu dans la variété de chaux carbonatée nommée *émoussée*, que l'on voit (fig. 255), et qui comprend les pans *c*, *c*, du prisme

hexaèdre régulier, dont nous pouvons faire abstraction.

De là il est aisé de conclure que les noyaux de tous les petits dodécaèdres appliqués sur la surface du rhomboïde inverse, ont leurs faces respectivement parallèles, soit entre elles, soit à celles de ce rhomboïde. Par une suite nécessaire, tous les dodécaèdres qui recouvrent l'une quelconque des faces du même rhomboïde, par exemple la face *rkno* (fig. 253), présentent en avant celles de leurs arêtes saillantes qui répondent à *ds* (fig. 254), de manière que toutes ces arêtes sont aussi parallèles entre elles, et situées sur un même plan parallèle à la face *rkno* (fig. 253); en sorte qu'elles la représentent au moyen de l'impression que fait leur niveau sur l'œil de l'observateur. Ainsi, le groupement de tous ces petits dodécaèdres qui, à la première vue, semblent, comme autant d'aspérités, devoir altérer la pureté de la forme du rhomboïde inverse, offre au contraire un plan sur lequel elle se dessine à l'aide de leurs arêtes saillantes, dont chacune fournit un trait du dessin.

104. Les exemples du genre de ceux dont je viens de parler sont très rares. Les cristaux qui composent la plupart des groupes adhérens à la surface de différentes pierres, ou renfermés dans les cavités souterraines, se croisent dans des directions variées, qui paraissent indépendantes les unes des autres. Cependant l'examen que j'ai fait de plusieurs des groupes dont il s'agit indique que ces réunions, qui ont l'air

d'être l'effet d'une rencontre fortuite, sont soumises à des lois qui s'assimilent à celles d'où dépendent les positions des faces situées sur les formes que j'appelle *secondaires*. Je vais expliquer, à l'aide d'une construction très simple, en quoi consiste cette relation. Concevons que des molécules cubiques suspendues dans un liquide, partagent leurs forces attractives entre deux systèmes, de manière qu'elles tendent à produire deux cubes, en se réunissant autour de deux centres d'action *a*, *b* (fig. 256), placés à une certaine distance l'un de l'autre. Représentons par les petits carrés *gr*, *ps*, les coupes des deux cubes prises parallèlement à deux de leurs faces opposées, au moment où ils viennent de naître. A mesure qu'ils s'accroîtront par une superposition de couches concentriques qui s'envelopperont mutuellement, les surfaces par lesquelles ils sont tournés l'un vers l'autre se rapprocheront, ainsi que le représente la figure, et il y aura un terme où ils parviendront à se toucher. Le point *c* indique ici le contact. Au-delà de ce terme, de nouvelles couches arrivant pour fournir à l'accroissement des deux cubes, les surfaces situées dans le sens de l'épaisseur de ces couches s'entrecouperont, de manière que toutes les communes sections coïncideront sur un même plan aligné comme GH, qui passera par le premier contact *c*. L'accroissement des deux cubes se trouvera donc interrompu à l'endroit de ce même plan que j'appelle *plan de jonction*, et les deux cubes paraîtront se pé-

nétrer en partie, ce qui signifie que le prolongement imaginaire de chacun sera situé dans l'intérieur de l'autre. Le triangle *zon* représente la coupe de celui qui appartient au cube dont *b* est le centre, et le triangle *fon* la coupe de celui qui se rapporte au cube dont *a* est le centre.

Il est aisé de voir que le plan de jonction est parallèle à une face produite en vertu d'un décroissement par une rangée sur l'arête qui passerait par l'angle *z* du cube dont la coupe est *mtlz*, en le supposant complet. On peut en dire autant de l'autre cube, dont la coupe est *kyuf*, en rapportant l'effet du décroissement à l'arête qui passerait par l'angle *f*.

Or, cette relation m'a paru s'étendre généralement à tous les cristaux qui se réunissent deux à deux, comme s'ils se pénétraient; c'est-à-dire que le plan de jonction est toujours situé parallèlement à une face qui serait, à l'égard de chaque cristal, le résultat d'une loi de décroissement; mais tantôt cette loi était simple, comme dans l'exemple précédent, et tantôt elle s'écartait de la simplicité des lois ordinaires, ce qui ne doit pas surprendre dans une circonstance où l'on ne se serait pas même attendu à rencontrer des lois.

105. Je vais donner un second exemple que je tirerai d'un assemblage de deux cubes, qui existe dans ma collection, et que représente la figure 257. On voit que ces deux cubes paraissent se pénétrer par un de leurs angles solides, et qu'ils sont dans le même

cas que si, ayant d'abord été complets, comme on le voit figures 258 et 259, et ayant ensuite subi un retranchement, à l'aide d'un plan *mrn* (fig. 258), ou *m'r'n'* (fig. 259), ils s'étaient réunis par les faces que ces plans auraient mises à découvert. C'est à ces mêmes plans que je donne le nom de *plans de jonction*, ainsi que je l'ai dit plus haut.

Le plan *mnr*, qui fait cette fonction dans le cas présent, ayant la même inclinaison à l'égard des deux cubes, nous nous bornerons à le considérer relativement au cube inférieur *a'r*. Soit AF (fig. 260), le noyau de ce cube, dont telles doivent être les dimensions, que son centre se confonde avec celui du cube *a'r* (fig. 257), et que son angle solide F (fig. 260) coïncide avec le centre du triangle *mrn* (fig. 257). Soit FDAG (fig. 261), la coupe principale du noyau (fig. 260), prise à l'aide d'un plan qui passe par les mêmes lettres, et sous-divisée en petits quadrilatères, qui seront les coupes principales d'autant de molécules. Concevons un décroissement mixte sur l'angle CFP, par quatre rangées en largeur, et par trois en hauteur. Le rectangle *ehl*D (fig. 261); représentera la coupe de la première lame de superposition, dont la distance *e*F, au point de départ, est mesurée par deux diagonales de molécule, et dont la hauteur *eh* est triple de celle d'une molécule. Par la même raison, le rectangle *styl* représentera la coupe de la seconde lame de superposition, et ainsi des coupes suivantes; d'où il résulte que la face produite par le décroisse-

ment sera dirigée suivant *ux*. Or, cette direction coïncide avec la position du triangle inférieur, et l'existence de la loi indiquée est prouvée par l'accord entre les angles trouvés par le calcul et ceux qui dérivent de l'observation. L'un et l'autre donnent $118^d 4'$, soit pour l'angle rentrant que font entre elles les faces *o'g'mrp'*, *ogmrp*, soit pour l'angle saillant formé par les faces *a'd'p'o'*, *adpo*, et $93^d 22'$ pour celui que font entre elles les faces *a'z'g'o'*, *azgo*. Dans la même hypothèse, l'angle plan formé par l'arête de jonction *mr*, soit avec l'arête *op*, soit avec *o'p'*, en supposant ces dernières prolongées jusqu'à ce qu'elles rencontrent l'arête *mr*, est de $53^d 7'$.

Je me bornerai à ce résultat, que j'ai choisi parmi ceux auxquels m'ont conduit des recherches du même genre, qui ont eu pour objet des groupes de cristaux pris dans différentes espèces, où les positions des plans de jonction variaient de plusieurs manières, toujours subordonnées à la condition qu'elles fussent en rapport avec les lois de la structure des cristaux secondaires.

106. Je vais passer maintenant à un autre genre de résultat que présentent certaines substances dont les cristaux se réunissent deux à deux, et quelquefois trois à trois, suivant des positions qui se rapportent à des limites fixes, en sorte que les modifications qui en résultent viennent se ranger sous des noms particuliers, parmi les variétés auxquelles appartiennent les formes que j'appelle *déterminables*. Je les

tirerai de deux espèces, dont l'une est la staurotide et l'autre le titane oxidé.

I. *Réunion des cristaux de staurotide.*

La forme primitive de ce minéral est un prisme droit rhomboïdal (fig. 262), dans lequel la moitié *g* de la grande diagonale de la base, la moitié *p* de la petite, et la hauteur G ou H sont entre elles dans le rapport des quantités 3, $\sqrt{2}$, 1. L'incidence de M sur M est de 129^d 30'. Il est rare de rencontrer cette forme comme produit immédiat de la cristallisation. Ordinairement elle passe à la staurotide périhexaèdre représentée figure 263, dont le signe est $\underset{M}{M^1}\underset{o}{G^1}\underset{P}{P}$.

Dans une autre variété que l'on voit figure 264, les angles de la base P de la forme primitive (fig. 262), sont remplacés chacun par une facette triangulaire. C'est alors la staurotide unibinaire, qui a pour signe $\underset{M}{M^1}\underset{o}{G^1}\underset{P}{P}\underset{r}{\overset{\frac{1}{2}}{A}}$. L'incidence de *r* sur M est de 137^d 37'; celle de *r* sur P, de 125^d 16'; et celle de *r* sur l'arête *γ* de 144^d 44'.

Telles sont les seules variétés de staurotide qui se soient offertes jusqu'ici en cristaux solitaires. Les suivantes sont des assemblages de deux ou trois cristaux semblables à la variété périhexaèdre, et quelquefois à l'unibinaire. Je supposerai d'abord que les cristaux soient réunis deux à deux, et que leur forme soit

celle de la variété périhexaèdre. La manière dont cette réunion varie d'un assemblage à l'autre se rapporte à deux limites fixes, dont chacune est remarquable par des caractères de symétrie que je ferai bientôt connaître.

J'observerai avant tout, que dans le cas présent où deux prismes hexaèdres se croisent de manière qu'ils ont une partie commune, il y a nécessairement deux plans de jonction, dont chacun a la figure d'un hexagone. C'est ce que l'on concevra aisément, en jetant un coup-d'œil attentif sur les figures 265 et 266, qui représentent les deux modes de réunion dont j'ai parlé.

Dans le premier (fig. 265), les axes des deux prismes, ainsi que les hexagones de jonction *eucyxt*, *emnyqr*, sont perpendiculaires l'un sur l'autre. Ces deux hexagones étant égaux et semblables, soit *eucyxt* (fig. 267) celui qui est marqué des mêmes lettres (fig. 265). Prolongeons les côtés *et*, *yx*, *eu*, *yc*, jusqu'à ce qu'ils se rencontrent en *l* et en *z*, auquel cas l'hexagone se trouvera converti en un rhombe *ezyl*, dans lequel la moitié *fl* de la grande diagonale est à la moitié *fy* de la petite, dans le rapport de *g* à *h* (fig. 262), c'est-à-dire de 3 à 1, ce qui donne $143^d\,8'$ pour l'angle *cyx* ou *uet* (fig. 267), et $108^d\,26'$ pour chacun des quatre autres *ucy*, *cue*, *yxt*, *etx*.

La loi à laquelle est soumise la position de chacun des mêmes hexagones est celle qui a pour signe $\overset{\frac{1}{3}}{E}$

(fig. 262); c'est-à-dire une des plus simples, parmi celles d'où dépendent les faces situées sur les formes secondaires. Je donne à la variété que je viens de décrire le nom de *staurotide croisée rectangulaire*.

L'autre variété que représente la figure 266 semble gagner encore à la comparaison avec la précédente, par les caractères de symétrie dont la cristallisation l'a marquée. Mais la plupart exigent plus d'attention pour être saisis. Il en est un qui lui est commun avec elle, et qui consiste en ce que les plans de jonction E*nvyzt*, E*muyqr*, de ses cristaux, sont perpendiculaires entre eux; mais chacun est distingué par des propriétés particulières. Le premier E*nvyzt*, est un hexagone régulier, dont tous les angles sont par conséquent de 120^{d}. Ce même angle se retrouve encore deux fois sur l'assemblage des deux cristaux. C'est le plus grand de ceux que font entre eux les axes; d'où il suit que le plus petit est de 60^{d}. De plus, c'est celui qui mesure l'inclinaison respective des faces GFE*m*, *gf*E*m*.

L'autre hexagone E*muyqr* que l'on voit séparément (fig. 268), contraste avec le précédent par son aspect irrégulier. Mais ce qui lui manque à cet égard se trouve en quelque sorte compensé par les analogies qui dérivent des positions respectives de ses côtés. Il a d'abord deux angles droits, savoir, E*mu* et *yqr*. De plus, les angles *m*E*r*, *uyq*, dont chacun est de 144^{d} 44', sont égaux à l'incidence de la facette *r* sur l'arête *y*, dans la variété unibinaire.

J'ai déjà remarqué que les deux cristaux dont se compose l'assemblage présentaient quelquefois la forme de la variété dont il s'agit, et cette circonstance, lorsqu'elle a lieu, fait ressortir davantage l'analogie qui résulte de l'accord entre les deux angles (1).

A l'égard des lois de décroissement d'où dépendent les positions des plans de jonction, celle qui se rapporte au premier est la plus simple de toutes et a pour signe $\overset{1}{A}$ (fig. 262). Celle qui détermine la position du second hexagone est une suite nécessaire de la précédente, et son expression est $\overset{\frac{1}{5}}{E}$. La loi relative à la position des deux hexagones de jonction, dans la variété rectangulaire, ayant pour signe $\overset{\frac{1}{3}}{E}$, ainsi que je l'ai dit, on voit que les relations entre les plans de jonction des staurotides et les faces qui terminent les cristaux ordinaires, sont renfermées dans les trois premiers termes de la suite des nombres impairs.

Je ne dois pas omettre deux modifications que présentent, dans certains cas, les réunions des cristaux de staurotide. L'une est composée de trois de

---

(1) Tous les caractères de symétrie que je viens d'indiquer, ainsi que ceux dont la variété rectangulaire porte l'empreinte, ont été démontrés, à l'aide du calcul, dans mon Traité de Minéralogie, T. II, pag. 86 et suiv.

ces cristaux, qui se croisent sous des angles de 60^{d}, en sorte que les axes sont disposés comme les six rayons d'un hexagone régulier. C'est un surcroît de symétrie pour la variété obliquangle, qui prend alors le nom de *staurotide ternée obliquangle.*

Dans l'autre modification, les deux prismes de la variété rectangulaire s'associent un troisième prisme situé, par rapport à l'un d'eux, comme dans la variété obliquangle. La cristallisation passe ainsi des combinaisons binaires aux combinaisons ternaires, en continuant de suivre la même marche.

La propriété d'offrir deux modes de réunion, dont chacun est invariable, paraît être particulière à la staurotide. Nous verrons plus bas que le titane oxidé, l'une des substances minérales dont les cristaux aient le plus de tendance à se réunir deux à deux, les présente constamment sous les mêmes positions respectives, de quelque pays qu'ils viennent. C'est la même chose à l'égard des variétés cruciformes d'harmotome et de titane silicéo-calcaire. Mais, il y a mieux, et les circonstances géologiques se joignent aux résultats des observations minéralogiques pour appeler doublement l'attention sur la staurotide, en nous offrant presque partout les deux modes de croisement relatifs aux variétés rectangulaire et obliquangle, dans les cristaux qui appartiennent à un même terrain, où la roche qui leur sert d'enveloppe est ordinairement le mica schistoïde, comme aux environs de Quimper, dans le département du Fi-

nistère, et près de Saint-Jacques de Compostelle, en Espagne, et quelquefois le talc schistoïde, comme au Saint-Gothard. Il est même remarquable que la série entière de toutes les variétés, soit simples, soit en cristaux croisés, dont se compose le tableau de l'espèce qui nous occupe, se trouve réunie dans le terrain qui avoisine la ville de Quimper.

La théorie me semble fournir des considérations propres à faire entrevoir la cause de cette alternative, qui semble laisser le choix à la staurotide, entre les deux modes de jonction dont ses cristaux sont susceptibles. En la suivant dans ses nombreuses applications aux formes des minéraux, on est conduit à cette conséquence, que les angles droits et ceux de 120^{d} ou de 60^{d}, sont, pour ainsi dire, très familiers à la cristallisation. Ce sont les seuls qui se montrent sur les formes que l'on peut considérer comme les limites des autres, telles que le cube, l'octaèdre régulier et le dodécaèdre rhomboïdal, et ils reparaissent souvent parmi ceux qui appartiennent aux autres formes, telles que le prisme droit symétrique ou rectangulaire et le prisme hexaèdre régulier. On les voit encore s'arrêter, comme en passant, sur une multitude de formes secondaires. Or, ces mêmes angles prédominent dans l'assortiment des deux prismes qui composent les deux variétés de staurotide croisée, où ils prennent différentes positions dépendantes du mode de réunion. D'une autre part, les décroissemens d'où dépendent les positions des

plans de jonction dans les deux variétés, ont été comme choisis parmi ceux qui se trouvent en tête du tableau des lois de la structure, et qui sont à la fois les plus simples et ceux qui ont lieu le plus ordinairement dans le passage des formes primitives aux formes secondaires.

La cristallisation est donc placée ici, par la staurotide, entre deux résultats auxquels sont liés des caractères dont elle a marqué une grande partie de ses produits, et l'on conçoit qu'elle puisse changer de marche, en quittant l'un pour aller à l'autre, qui est également susceptible de satisfaire sa tendance vers la symétrie et la simplicité.

II. *Réunion des cristaux de titane oxidé.*

107. J'ai déjà parlé de la disposition presque générale qu'ont les cristaux de titane oxidé à se réunir deux à deux. J'ai déterminé leur forme primitive, à une époque où je ne les avais encore vus que dans l'état où ils présentent cette réunion. D'après le résultat de leur division mécanique combinée avec les positions de leurs faces latérales, il me fut facile de juger que la forme dont il s'agit était celle d'un prisme à bases carrées, divisible diagonalement; mais il me manquait une donnée pour la détermination directe de la hauteur du prisme, et j'y suppléai à l'aide de l'analogie, ainsi que je le dirai bientôt. Soit A*a* (fig. 269) ce même prisme; si l'on désigne par *g* la moitié de la diagonale de la base, et par *h* la hau-

teur G, on aura

$$g : h :: \sqrt{12} : \sqrt{5}.$$

La jonction des deux cristaux se fait de manière qu'ils paraissent engagés l'un dans l'autre par leurs sommets, et que leurs axes font entre eux un angle obtus d'environ 114^d. On peut assimiler cette jonction aux effets des transpositions dont j'ai parlé plus haut.

Soit *db'* (fig. 270), la forme primitive prolongée dans le sens de son axe. Supposons un plan qui tourne sur la ligne *ln* menée par le milieu de l'axe perpendiculairement aux arêtes *cc'*, *aa'*, jusqu'à ce qu'il ait pris une position *lrnm*, qui fasse un angle d'environ 57^d avec chacune des arêtes *bb'*, *dd'*. Concevons ensuite que la partie du prisme située en dessus de ce plan, et à laquelle les lettres *l'*, *r'*, *n'*, *m'*, accompagnées d'accens, sont censées appartenir, fasse une demi-révolution autour de l'axe, de manière que le rhombe désigné par *l'r'n'm'* se trouve appliqué sur le rhombe *lrnm*, en sens contraire de sa première position. Les deux portions de prisme se présenteront sous l'aspect qu'indique la figure 271, en sorte que les deux sous-divisions de l'axe, ainsi que les arêtes *b'r*, *dm'*, feront entre elles un angle d'environ 114^d. C'est ce même aspect qui m'a suggéré le nom de *titane oxidé géniculé*, comme étant le signe de l'idée qu'il fait naître.

Pour déterminer exactement l'angle dont je viens

de parler, traçons la coupe de l'assortiment, prise à l'aide d'un plan qui passe par les arêtes *dm'*, *b'r*, *br'*, *d'm'*, et telle qu'on la voit figure 272. Menons *mx*, *mz* perpendiculaires, l'une sur *dr*, l'autre sur *b'r*, puis divisons en deux parties égales l'angle *zrx*, au moyen de la ligne *mr*. Cette ligne sera sur la direction du plan de jonction des deux cristaux. Or, j'ai supposé que ce plan était parallèle à une face produite en vertu de la plus simple des lois de décroissement, savoir, celle qui a pour signe $\overset{1}{A}$ (fig. 269). Dans cette hypothèse, le triangle mensurateur qui se rapporte au prisme dont la coupe est *d'mrb'* sera semblable au triangle *rzm*, et l'on aura

$$mz : rz :: \sqrt{12} : \sqrt{5},$$

ce qui donne 57ᵈ 9′ pour la mesure de l'angle *mrz*; celle de l'angle *mrx* étant la même, il en résulte que l'incidence de l'arête *dr* sur l'arête *b'r* (fig. 271 et 272), est de 114ᵈ 18′. Nous verrons dans la suite que l'hypothèse que je viens de faire relativement à la loi d'où dépend la position du plan de jonction, a été confirmée depuis par une application immédiate de la théorie à une forme secondaire du titane oxidé.

Quelquefois la jonction se répète, soit du même côté, soit latéralement, par l'intervention d'un troisième prisme. Dans le premier cas, le nouvel angle de 114ᵈ 18′ est formé par l'arête *rb'* ou *r'b* avec

une des arêtes de ce troisième prisme; dans le second, la première arête est remplacée par l'arête *nc'* ou *n'c*. La variété prend alors le nom de *titane oxidé bigéniculé*.

Souvent les prismes deviennent octogones, comme on le voit figure 273, par l'addition de quatre nouveaux pans *l*, *l*, etc., qui proviennent du décroissement ¹G¹ (fig. 269), et dont les incidences sur les pans primitifs M, M, sont de 135^d.

Le titane oxidé géniculé se trouve dans une multitude de pays différens; aux environs de Limoges, en France; au Simplon, dans la chaîne des Alpes; aux monts Carpaths, en Hongrie; en Espagne, dans la Nouvelle-Castille; près de Rauris, dans le pays de Salzbourg; à Arendal, en Norwège; à New-York, dans les États-Unis, etc. Le quarz est la substance qui lui sert le plus communément de support ou d'enveloppe. On le rencontre aussi dans plusieurs endroits, sous la forme aciculaire. Il perd alors, au moins en grande partie, sa tendance vers le mode de jonction qui a lieu dans la variété géniculée. Ses cristaux aciculaires, tantôt libres, tantôt réunis en gerbes, tantôt comme entrelacés les uns dans les autres, garnissent l'intérieur du quarz hyalin transparent, à Madagascar, au Brésil et en Sibérie. On en aperçoit cependant quelques-uns qui se croisent sous l'angle de 114^d, et ce croisement reparaît sous un aspect symétrique, dans une variété formée d'un assemblage d'aiguilles qui se réunissent de manière à

imiter, par leur assortiment, un réseau qui s'étend sur la surface du talc et quelquefois du feldspath; on la trouve au Saint-Gothard, où elle a été découverte par le célèbre Saussure, qui lui a donné le nom de *sagénite*, en la considérant comme une espèce particulière.

En observant, à travers le quarz hyalin, les cristaux aciculaires de titane oxidé dont je viens de parler, on aperçoit sur leurs sommets des facettes diversement inclinées. Quelques-uns de ces cristaux, qui sont saillans au-dessus de la surface du quarz, présentent le même aspect; mais leur forme déliée et la petitesse des facettes qui les terminent, les rendent inaccessibles à la théorie. Celui que je vais décrire, et qui a été rapporté du Piémont, est d'un volume dont la dimension en épaisseur excède 27 millimètres ou 1 pouce, ce qui, joint à la netteté de sa forme, le rend susceptible d'une détermination exacte. Cette forme, que représente la figure 274, a pour signe $\underset{M}{M^{3}}\,\underset{s}{G^{31}}\,\underset{l}{G^{1}}\,\underset{r}{\overset{\frac{1}{2}}{B}}\,\underset{u}{\overset{1}{A}}$. J'ai nommé *titane oxidé bissexdécimal* la variété à laquelle elle appartient. J'ajouterai ici les mesures de ses angles. Incidence de M sur M, 90^{d}; de M sur *l*, 135^{d}; de *l* sur *s*, $153^{d}\,26'$; de M sur *s*, $161^{d}\,34'$; de *r* sur *r*, $123^{d}\,4'$; de *u* sur *l*, $122^{d}\,51'$; de *u* sur *r*, $151^{d}\,32'$. Les faces *u*, *u* résultent de la loi que j'avais adoptée relativement à la position du plan de jonction des deux prismes qui composent

la variété géniculée, et qui est donnée ici, comme je l'ai annoncé plus haut, par une application immédiate de la théorie.

Il existe une autre espèce de titane oxidé, que j'ai nommée provisoirement *titane anatase*, parce que les analyses qui en ont été faites jusqu'ici n'ont point indiqué de différence sensible entre sa composition et celle de la précédente (1); mais elle en est très distinguée par le résultat de sa division mécanique, ainsi que par son système de cristallisation. Sa forme primitive est un octaèdre rectangulaire aigu que représente la figure 275, et dans lequel le côté de la base commune des deux pyramides dont il est l'assemblage, est à la hauteur de l'une ou l'autre dans le rapport de $\sqrt{8}$ à $\sqrt{13}$. On ne rencontre cet oxide de titane qu'en cristaux simples et solitaires, en quoi il diffère encore du titane oxidé ordinaire, dont les cristaux empruntent de leur jonction un caractère d'autant plus saillant qu'il a toujours lieu de

(1) *Voyez* le Nouveau Système minéralogique de M. Berzelius, page 235, note 6. La conjecture émise par le célèbre auteur, que l'anatase pourrait être l'oxide pur de titane, et le ruthile (titane oxidé ordinaire) un surtitaniate de fer et de manganèse, ne s'accorde pas avec le résultat qu'a obtenu M. Laugier, en soumettant à l'analyse des cristaux cylindroïdes de titane oxidé (ruthile) du Brésil, que je lui avais remis, et dont il n'a retiré que du titane et de l'oxigène, sans fer ni manganèse.

la même manière, et qu'il les suit dans presque tous les pays où l'on trouve ce titane, en sorte que sa constance et sa généralité lui assignent un rang parmi les caractères distinctifs de son espèce. Je fais cette remarque, parce qu'elle est liée à un sujet qui entre dans le plan de cet ouvrage, je veux dire l'application de la géométrie des cristaux à la méthode minéralogique.

III. *Du groupement des cristaux d'arragonite.*

La formation des divers assemblages de plusieurs cristaux réunis en un seul corps, telle que nous l'avons considérée jusqu'ici, s'annonce à l'œil par les positions respectives de ces cristaux, qui ont une partie commune et des parties saillantes, à l'aide desquelles ils s'isolent les uns des autres. Il n'en est pas de même des groupemens dont l'arragonite a fourni la matière. La cristallisation qui les a produits a, pour ainsi dire, travaillé en mosaïque, de manière que l'ensemble des pièces des rapports dont ils sont composés se présente sous l'aspect d'un cristal simple, soit prismatique, soit bi-pyramidal, où il y aurait partout unité de structure. Si parmi les prismes quelques-uns ont des angles rentrans à la jonction de leurs faces latérales; si d'autres ont des parties saillantes aux endroits de leurs bases, cela n'empêche pas que la forme dominante ne soit toujours la même; aussi leur aspect en a-t-il imposé à ceux qui jugent des formes cristallines par le coup-

d'œil, en sorte que non-seulement les anciens auteurs, mais la plupart des modernes, les ont décrits dans leurs Traités comme des cristaux simples dont la structure est uniforme; et l'illusion a été si complète, que l'on a confondu des prismes hexaèdres réguliers de strontiane sulfatée, avec des prismes d'arragonite qui se trouvent dans le même terrain, aux environs de Saltzbourg.

108. Ce minéral a pour forme primitive un octaèdre rectangulaire PM (fig. 276), dont la position naturelle exige que, des deux arêtes C, G au contour de la base commune des deux pyramides qui ont leurs sommets en E et en E′, la plus longue G soit située verticalement, et la plus courte C située horizontalement. L'octaèdre se sous-divise avec beaucoup de netteté, parallèlement à un plan qui passe par CG. Les joints parallèles aux faces M, M, quoique très apparens, sont moins faciles à saisir. Ceux qui répondent aux faces P, P, sont souvent offusqués par une cassure inégale. J'ai cependant des cristaux d'Espagne, et d'autres pris parmi ceux que l'on trouve dans les mines de fer oxidé, qui les présentent d'une manière sensible. Soit *rs* (fig. 277) le même octaèdre. Si du centre *c* on mène une première ligne *nc* à l'un des angles solides latéraux, une seconde *cy* perpendiculaire sur l'arête *rz*, et une troisième *cx*, perpendiculaire sur l'arête *cx*, on aura

$$cn : cy :: \sqrt{2} : 1,$$

et

$$cy : cx :: \sqrt{23} : \sqrt{9}.$$

Si l'on mène *nx*, puis *cr* perpendiculaire sur *nx*, le rapport de *cr* à *cy* sera celui de 3 à 4. L'incidence de M sur M est de 115^d 56'; celle de P sur P est de 109^d 28', et celle de P sur M est de 107^d 49'.

Je n'ai vu jusqu'ici aucun cristal solitaire de cette forme. Mais il existe en Espagne des groupes composés de quatre petits cristaux qui la présentent très nettement, avec la seule différence qu'ils ont subi dans le sens de l'axe qui passe par le point C (fig. 276), un alongement qui a fait naître deux arêtes γ, γ (fig. 278), à la place de leurs angles solides latéraux. Ils sont réunis parallèlement au même axe, de manière que leur forme, en se dégageant, laisse peu de chose à faire pour la compléter par la pensée. Je reviendrai dans la suite sur cet assemblage.

Les cristaux dont je viens de parler m'étaient inconnus lorsqu'ils m'ont été envoyés d'Espagne, avec d'autres qui offraient, sous des formes prismatiques, les aggrégats que je décrirai dans un instant; et la reconnaissance que cet envoi précieux a excitée en moi m'est trop présente, pour ne pas me faire saisir avec empressement l'occasion de publier que j'en suis redevable aux bontés de M. le chevalier de Parga, si recommandable par son grand zèle pour tout ce qui peut contribuer aux progrès des sciences naturelles, et qui s'est placé lui-même par les connaissances qu'il a

puisées dans leur étude, au rang de ceux qui les ont cultivées avec le plus de distinction.

Je n'ai rencontré que deux formes secondaires déterminables qui eussent échappé à la tendance de l'arragonite vers le groupement. L'une que représente la figure 279, et que j'appelle *arragonite quadrihexagonal*, a pour signe $\underset{M}{M^1}\underset{h}{E^1}\underset{P}{P}$. Celui de l'autre, qui porte le nom d'*arragonite quadrioctonal*, et que l'on voit (fig. 280), est $\underset{M}{M^1}\underset{h}{E^1}\underset{n}{{}^1G^1}\underset{P}{P}$. Les cristaux qui appartiennent à ces variétés, et qui sont d'un petit volume, ont été trouvés, les uns dans le Vicentin, en Italie, les autres à Vertaison, département de l'Allier, où ils ont pour gangue un basalte.

109. Je vais maintenant exposer les résultats auxquels m'a conduit l'étude que j'ai faite du mécanisme de la structure particulière aux aggrégats de cristaux d'arragonite. Leurs élémens sont en général des prismes rhomboïdaux terminés le plus souvent par une base perpendiculaire à l'axe, et quelquefois par un sommet dièdre dont les faces font entre elles un angle aigu de $70^{d}\,32'$. La première de ces formes est celle que représente la figure 281, et que j'appellerai *arragonite basé*. Son signe est $\underset{M}{M^1}\underset{s}{C^1}$. Le type de l'autre, que l'on voit (fig. 282), et que je nomme *arragonite ternaire*, a pour signe $\underset{M}{M}\underset{\overset{3}{o}}{C}$. Mais lorsqu'elle se montre dans les groupes, c'est toujours sous l'aspect d'un

prisme rhomboïdal, qui résulte d'un prolongement analogue à celui qu'a subi la forme primitive dans la modification représentée figure 278.

Le nombre des prismes qui composent un même aggrégat varie de quatre à sept, au moins, d'après les observations que j'ai faites jusqu'ici. Parmi ces prismes, il en est qui s'appliquent exactement les uns contre les autres par une de leurs faces latérales. Quelques-uns s'assimilent aux cristaux qui ont l'air de se pénétrer, par une suite de ce qu'ils se sont rencontrés, et comme limités réciproquement pendant qu'ils s'accroissaient. D'autres, enfin, sont dans le même cas que s'ils s'étaient d'abord réunis par deux de leurs arêtes latérales, de manière à laisser entre eux un vide, qu'ils auraient ensuite rempli en continuant de s'étendre seulement du côté par lequel ils se tournaient l'un vers l'autre. Dans ces deux dernières circonstances, l'endroit où s'est terminé l'accroissement des cristaux, ou de leurs extensions, est aligné suivant un plan de jonction analogue à ceux qui ont lieu dans les groupemens ordinaires, et qui est parallèle à une face produite par un décroissement sur l'un des angles latéraux E, E' (fig. 276), de l'octaèdre primitif inscrit comme noyau dans l'un ou l'autre des cristaux auxquels le même plan se rapporte. La loi de ce décroissement est donnée par une formule générale dans laquelle la valeur de n, ou de l'exposant de cette même loi, est exprimée en fonctions des demi-diagonales g et p de la coupe trans-

versale de l'octaèdre primitif. On verra que ces sortes de lois ne s'éloignent pas autant de la simplicité des lois ordinaires, qu'aurait pu le faire présumer la complication des résultats dont elles dérivent.

Parmi les différens aggrégats que j'ai observés j'en ai choisi cinq auxquels je vais faire l'application des principes précédens.

1. *Arragonite ternaire semi-parallélique.*

Je place cet aggrégat au premier rang, parce qu'il se distingue par les indices très sensibles que la cristallisation y a laissés de son travail, en sorte qu'il suffit de l'observer attentivement pour avoir la clef de la théorie relative au groupement qui lui a donné naissance.

Le solide élémentaire appartient à la variété ternaire que j'ai décrite ci-dessus. La figure 283 représente la coupe transversale de l'aggrégat. On voit qu'il est composé de deux solides élémentaires complets désignés par R, R', et de deux autres *r*, *r'*, qui se sont fait mutuellement obstacle dans leur accroissement, et se terminent à un plan de jonction dirigé suivant la ligne γ. Il en est résulté que leurs coupes transversales se trouvent réduites à deux trapèzes E*nao*, E'*sao*, qui forment à l'extrémité *a* du plan de jonction, un angle rentrant *nas* d'environ 128^{d}.

La figure 284 servira à donner une idée de l'aspect que présente cet aggrégat. Les deux prismes entiers sont ceux qui ont pour arêtes terminales les lignes

AB‴, *ab*‴, d'une part, et AB″, *ab*″, de l'autre, et que l'on voit séparément (fig. 285 et 286). Les deux autres prismes, qui ont pour arêtes terminales AB, *ab*, d'une part (fig. 284), et AB′, *ab*′, de l'autre, sont aussi représentés séparément (fig. 287 et 288), et ils se pénètrent de manière que leur plan de jonction est un trapèze *a*A*rr*′ (fig. 284, 287 et 288), qui passe par l'axe, et fait avec le plan *a*AB*b*, ou *a*AB′*b*′, un angle d'environ 6^d. L'angle rentrant *nas* (fig. 283), est une suite de cette disposition.

Ma collection renferme des morceaux qui appartiennent à cette variété que l'on trouve en Espagne, où elle est très rare. La distinction des quatre prismes y est sensible à l'œil, et l'angle rentrant dont je viens de parler est très prononcé.

Il me reste à déterminer la loi de décroissement à laquelle se rapporte la position du plan de jonction. Soit *abpd* (fig. 289), le rhombe dont le trapèze *o*E*na* (fig. 283) fait partie, et soit *ar* (fig. 289), la même ligne que *oa*, qui, comme je l'ai dit, coïncide avec le plan de jonction. L'angle E′*oa* (fig. 283) est évidemment égal au supplément de l'angle *fok*; c'est-à-dire, qu'il est égal à l'angle *s*E′*o*. Donc aussi, *dar* (fig. 289) $=$ *adr*; donc le triangle *dar* est isocèle. Par le point *d*, menons *df* parallèle à *ar*, et prolongeons *bp*, jusqu'à la rencontre *f* de *df*; nous aurons *fdr* $=$ *rad*, et *dpf* $=$ *adp*. Donc le triangle *pfd* est semblable au triangle *dar*; d'où il suit qu'il est aussi isocèle. Or, le rhombe *abpd* pouvant être considéré

comme la coupe transversale de l'octaèdre primitif (fig. 276), nous pouvons supposer que le décroissement ait lieu sur l'angle E, auquel cas *df* (fig. 289) représentera la face qui en résultera. Soit *dmu* le triangle mensurateur dans lequel *mu* sera parallèle à *pf*. Si nous rapportons l'effet du décroissement à la dimension *dm*, en supposant que *mu* mesure une seule hauteur de molécule, et si nous désignons par *n* le nombre d'arêtes de molécules soustraites dans le sens de la largeur *dm*, nous aurons $dm : mu :: n : 1$. Menons *ds* et *fl*, perpendiculaires l'une sur *pf*, et l'autre sur *dp*. Les triangles semblables *flp*, *dsp*, donneront

$$dp : ps :: pf : pl;$$

et parce que l'angle *fpl* est égal à l'angle *adp*, nous aurons, par la propriété du rhombe,

$$pf : pl :: (cd)^2 + (ac)^2 : (cd)^2 - (ac)^2 :: g^2 + p^2 : g^2 - p^2.$$

Donc

$$pf : 2pl = dp :: g^2 + p^2 : 2(g^2 - p^2) :: mu : dm :: 1 : n;$$

d'où l'on tire

$$n = \frac{2g^2 - 2p^2}{g^2 + p^2}; \text{ or, } g = \sqrt{23},\ p = \sqrt{9}. \text{ Donc } n = \tfrac{7}{8}.$$

Donc le décroissement rapporté à l'angle *d*, qui est l'analogue de l'angle E (fig. 276) de l'octaèdre primitif, a pour signe $\overset{\frac{7}{8}}{E}$.

2. *Arragonite basé symétrique* (fig. 290).

Cette variété se présente sous l'aspect d'un prisme

symétrique, dans lequel l'incidence de M sur M″, celle de M sur M′, et les deux qui leur correspondent dans la partie opposée sont chacune de 115^{d}56′; celle de M′ ou de M″ sur le pan de retour est de 128^{d}8′. L'aggrégat est composé de quatre solides qui appartiennent à la variété basée, et dont l'assortiment est visible sur la coupe transversale (fig. 291), où leurs coupes particulières sont désignées par les lettres N, N′, *n*, *n*′. L'hexagone *mll′m′g′g* est représenté ici tel qu'on l'observe sur les cristaux les mieux prononcés de ma collection, où ses côtés sont à peu près égaux, ce qui exige que l'un des côtés de chaque rhombe soit beaucoup plus long que l'autre. Je reviendrai dans la suite sur cette inégalité pour en déterminer la limite.

L'espace compris entre les quatre prismes, et indiqué par le rhombe *oyo′y′*, a été rempli au moyen de leurs extensions, en sorte que celle du prisme N est représentée par le triangle rectangle *osy*, celle du prisme N′ par le triangle rectangle *osy′*, et ainsi de celles des deux autres prismes, les plans de jonction coïncidant avec les lignes *os*, *o′s*. Il est facile de déterminer la loi de décroissement à laquelle se rapportent les positions de ces plans. Prenons pour exemple celui qui appartient au triangle *osy′*, considéré comme la coupe de l'extension qu'a subie le prisme désigné par le rhombe N′. Soit *abpd* (fig. 289) ce même rhombe.

La perpendiculaire *ds*, menée sur le prolongement

du côté *bp*, sera située à l'égard de ce rhombe, comme le plan de jonction *os* (fig. 291), à l'égard du rhombe N'; d'où il suit qu'en appliquant au triangle mensurateur *dkh* la supposition que nous avons faite par rapport au triangle *dmu*, dans la détermination de la variété précédente, nous aurons

$$dk : kh :: n : 1 :: dp : ps :: g^2 + p^2 : g^2 - p^2;$$

d'où l'on tire

$$n = \frac{g^2 + p^2}{g^2 - p^2} = \frac{23 + 9}{23 - 9} = \frac{16}{7}.$$

Si l'on renverse cette fraction, la valeur de n sera la moitié de celle que nous a donnée le calcul relatif à la variété précédente, et dont l'expression est $\frac{7}{8}$.

Ainsi, le décroissement rapporté à l'angle E, qui est l'analogue de l'angle latéral E (fig. 276) de l'octaèdre primitif, aura pour signe $\overset{\frac{16}{7}}{E}$.

J'ai dans ma collection des prismes qui présentent l'aggrégat que je viens de décrire, et dont les pans ont un petit défaut de continuité aux endroits E, E', où se rencontrent les solides élémentaires; et, de plus, l'un de ces mêmes prismes offre l'indice d'une fissure perpendiculaire aux mêmes pans, et qui coïncide avec le plan de jonction ζ.

La variété qui nous occupe a été confondue, par Romé de Lisle, avec la chaux carbonatée en prisme hexaèdre régulier (1). Quoiqu'on ait reconnu depuis

(1) Cristallographie, t. I, p. 517.

qu'elle appartenait à l'arragonite, on a continué d'assimiler sa forme à celle du prisme dont je viens de parler, et ce rapprochement a été adopté par des auteurs très modernes. Ce n'est pas cependant que les occasions de s'apercevoir de la méprise aient manqué aux observateurs. Car la variété dont il s'agit est une des plus communes, surtout en Espagne, où l'on en trouve des cristaux plus ou moins volumineux, dont la forme est si nettement prononcée, que le contraste de ses angles avec ceux du prisme hexaèdre régulier se présente comme de lui-même à un œil tant soit peu attentif.

3. *Arragonite apotome.*

La tendance de l'arragonite à réunir plusieurs cristaux, de manière qu'ils s'offrent à l'œil sous l'apparence d'un cristal simple, n'est pas limitée à la forme prismatique. La variété que je vais décrire en offre un exemple d'un genre tout différent, dans un dodécaèdre composé de deux pyramides droites très aiguës réunies base à base, et que représente la figure 292. Je lui ai donné le nom d'*apotome*, que portent dans ma méthode plusieurs autres variétés relatives à diverses substances, dont les faces inclinées à l'axe sous de petits angles, semblent descendre rapidement du sommet.

Pour faire concevoir plus facilement la structure de l'aggrégat d'où résulte cette variété, je substitue d'abord à l'octaèdre primitif, comme noyau hypo-

thétique, un prisme rhomboïdal semblable à celui de la variété basée, tel que le représente la figure 293, et dans lequel les valeurs des demi-diagonales g et p' de la base étant $\sqrt{23}$ et $\sqrt{9}$, la hauteur H, que je désignerai par h, a $\sqrt{46}$ pour expression; c'est-à-dire que les trois dimensions g, p, h, sont entre elles dans le rapport des lignes cn, cx, sz (fig. 277).

Supposons quatre de ces prismes assortis comme ceux qui composent la variété symétrique basée (fig. 291), et imaginons que chacun d'eux subisse un décroissement par quatre rangées en hauteur, seulement sur les deux côtés extérieurs de sa base. Prenons pour exemple le prisme n, dont les côtés analogues à ceux que je viens de désigner sont les lignes $o'g$, gm, qui répondent aux arêtes B, B (fig. 293), en sorte que nous pouvons leur substituer ces dernières. Le décroissement étant censé agir à la fois sur les arêtes B, b, et de part et d'autre de chacune d'elles, les faces qu'il fera naître seront parallèles aux faces R′, R″, et r', r'' (fig. 292), du dodécaèdre; et parce que les côtés $o'g$, $o'g'$ (fig. 291), qui appartiennent à deux prismes voisins coïncident sur une même direction, chacune des faces R′, r' (fig. 292), sera composée de deux triangles adjacens à son apothème, et qui se confondront sur un même plan. En raisonnant des autres prismes comme des précédens, on en conclura que l'effet de tous les décroissemens qui agissent simultanément sur les bords extérieurs des quatre prismes sera de produire huit faces triangu-

laires, qui se réduiront à six, par une suite de ce que quatre d'entre elles, prises deux à deux, seront de niveau. A l'égard du mécanisme de la structure intérieure, on doit concevoir que si l'on coupait les pyramides par des plans parallèles à leur base commune, en allant vers le sommet, ces plans offriraient le même assortiment que celui qu'on observe sur l'hexagone $ElmgE'g'm'l'$ (fig. 291), en sorte que les figures dont est composé ne feraient que diminuer d'étendue, en conservant toujours leurs positions respectives.

Il est facile de déterminer les angles du dodécaèdre bi-pyramidal, en combinant les dimensions du noyau hypothétique avec la loi de décroissement qui a pour signe $\overset{4}{B}$ (fig. 293). On trouvera que le sinus de la moitié de l'incidence de l'une quelconque R' des faces de la pyramide supérieure sur son adjacente r' dans la pyramide inférieure, est au cosinus dans le rapport de 16 à 3, ce qui donne pour l'incidence dont il s'agit $158^d\ 46'$.

A l'égard des angles que font entre elles les faces adjacentes sur une même pyramide, ils ont deux mesures différentes; l'une est relative à l'incidence de deux faces telles que R', R'', qui naissent sur les arêtes extérieures $E'g$, gm (fig. 291), ou B, B (fig. 293) de la base d'un même prisme. Le sinus de la moitié de cette incidence est au cosinus comme $\sqrt{193} : \sqrt{72}$, d'où l'on déduit $117^d\ 10'$ pour l'incidence cherchée.

L'autre mesure se rapporte à l'incidence de deux faces telles que R″ (fig. 292), et son adjacente le long de l'arête *mz*, qui ont pour bases deux bords tels que *gm*, *lm* (fig. 291), séparés sur deux prismes différens contigus l'un à l'autre. Soient *gtm*, *ltm* (fig. 294), ces mêmes faces limitées par le plan du triangle *gml* (fig. 291), et par le plan *gtl* (fig. 294) perpendiculaire au précédent. Menons *mf* perpendiculaire sur *gl*, puis *tf*, ensuite *fn* perpendiculaire sur *ml*, puis *tn*, enfin *fx* perpendiculaire sur *mt*, puis *lx*; l'angle *fxl* mesurera la moitié de l'incidence cherchée. Or, *lm* (fig. 291 et 294) est à *mf* comme le rayon est au cosinus de l'angle aigu du rhombe P (fig. 293) :: $g^2+p^2 : g^2-p^2$ :: 16 : 7. De plus, *fn* : *ft* :: 3 : 16, d'après ce qui a été dit plus haut. En partant de ces données, on trouve

$$lf : fx :: \sqrt{216} : 7;$$

d'où l'on tire

$$fxl = 65^d\ 32'.$$

Donc l'incidence proposée $= 131^d\ 4'$.

J'ai déjà remarqué ci-dessus que tel est, dans plusieurs agrégats, le rapport entre les côtés *ol*, *ml* (fig. 291), des rhombes N, N′, etc., que ceux de l'hexagone sont à peu près égaux. Mais en supposant l'égalité rigoureuse, il n'en résulterait pas que les faces des pyramides dussent coïncider dans deux points *z*, *z′* (fig. 292), situés aux extrémités de l'axe,

parce qu'il faudrait encore que l'hexagone fût régulier. Cette coïncidence dépend d'un certain rapport entre les côtés de l'hexagone mm' (fig. 291), qu'il est facile de déterminer. Il est d'abord évident que quatre de ces côtés, savoir, ml, mg, $m'l'$, $m'g'$, sont égaux entre eux, et qu'il en est de même des deux autres ll', gg'. Ainsi, il suffira de déterminer le rapport entre ml et ll', ou, si l'on veut, entre ml et ol, qui est la moitié de ll'. Soit $olmys$ (fig. 295), le même assortiment de lignes que figure 291. Pour qu'il satisfasse à la condition indiquée, relativement à la coïncidence des faces de chaque pyramide dans un même point, il faudra que sx, menée perpendiculairement du centre o de la base sur le côté ml, soit égale à so, qui est la perpendiculaire entre le même centre et le côté ol. Or,

$$oy : ys :: g^2 + p^2 : g^2 - p^2 :: 16 : 7.$$

Soit $oy = 16$; d'où il suit que $ys = 7$. Les triangles semblables osy, sxm donnent

$$sm \text{ ou } 7 + ym : oy :: sx : os.$$

Mais par l'hypothèse, $sx = os$. Donc

$$7 + ym = oy = 16, \quad \text{et} \quad ym \text{ ou } ol = 9.$$

Donc

$$ll' \text{ (fig. 291)} = 18, \quad \text{et} \quad ml : ll' :: 8 : 9.$$

J'ai dans ma collection des dodécaèdres dont les pyramides terminées en pointe indiquent que les di-

mensions de l'hexagone qui leur sert de base commune sont assorties au rapport précédent. Mais il arrive souvent que les sommets sont amincis en forme de coins, dont les arêtes terminales sont parallèles aux côtés *ll'*, *gg'*, d'où il suit que ces côtés sont plus approchés de l'axe que dans le cas du rapport dont il s'agit, en sorte que *os* (fig. 295) est plus courte que *sx*.

Il me reste à indiquer le signe technique et le signe théorique du dodécaèdre. Concevons que l'un et l'autre se rapportent à la face R″ (fig. 292). Dans cette hypothèse, le signe technique sera

$$({}^{1}B\,B'^{\frac{1}{9}}\,G^{\frac{1}{2}}\,C^{\frac{1}{8}})\ (\text{fig. } 276).$$

Pour avoir le parallélépipède substitué, d'où dépend le signe théorique, on supposera que l'un des tétraèdres complémentaires soit appliqué sur la face M, et l'autre sur son opposée, comme le représente la figure 296, ce qui donne $\underset{8}{A}$ pour le signe dont il s'agit.

4. *Arragonite dilaté basé.*

Dans la description que j'ai faite de la forme primitive de l'arragonite, j'ai cité des agrégats composés de quatre cristaux qui la présentent, de manière que l'œil les distingue nettement, au moyen des angles rentrans que forment entre eux leurs côtés adjacens. Il existe d'autres agrégats qui diffèrent des précédens, en ce que leurs élémens sont des

prismes qui appartiennent à la variété basée ; les mêmes angles rentrans s'y montrent encore, quoique moins prononcés. Ces agrégats offrent le passage à celui qui va nous occuper, et dans lequel les alignemens des faces extérieures des prismes élémentaires et les extensions que leurs formes ont subies à l'intérieur, ont comblé tous les vides et effacé toutes les traces du groupement.

La figure 297 représente la coupe transversale de cet agrégat. Les quatre solides élémentaires y sont désignés par les lettres O, O′, R, R′. D'après les indices de structure que j'ai aperçus dans un des morceaux de ma collection, il paraît que les positions des plans de jonction ζ, ζ', doivent être assimilées à celles que j'ai indiquées pour la variété précédente, où ces plans divisent en deux également les angles yoy', $yo'y'$ (fig. 291), auxquels les angles GEl, G′E′l (fig. 297) sont égaux. Il en résulte que les triangles GEu, G′E′u sont les coupes de deux extensions, dont l'une provient du rhombe R, et l'autre du rhombe R′, et que le triangle échancré E′lEu est la coupe de l'extension qu'a prise le rhombe O. Le décroissement qui, en agissant sur l'angle E du rhombe R, s'est terminé au plan de jonction ζ, a pour signe $\overset{16}{\tfrac{}{7}}$E. Celui de son analogue, sur l'angle E′ du rhombe R′, sera E′$\overset{16}{\tfrac{}{7}}$. On voit aisément ce qui se présente à faire, relativement aux deux décroissemens qui sont censés avoir agi simultanément sur

les angles E, E′ du rhombe O, pour produire l'extension indiquée par E′*l*E*u*, et dont les signes doivent être les mêmes.

L'agrégat qui nous occupe emprunte de son aspect extérieur une nouvelle analogie avec le précédent. Les côtés de l'hexagone offert par sa coupe transversale font aussi entre eux quatre angles de 116ᵈ et deux de 128. La différence consiste en ce que ces derniers, au lieu d'être opposés entre eux, comme on le voit figure 291, sont situés en E, E′ (fig. 297), de part et d'autre d'un même angle *l* de 116ᵈ. Les cristaux de cet agrégat, dont plusieurs sont remarquables par leur volume et par la netteté de leur forme, se trouvent en Espagne, parmi ceux de la variété symétrique; mais ils sont beaucoup plus rares.

5. *Arragonite mésotome basé.*

Cet agrégat, dont la coupe transversale est représentée figure 298, renferme un assortiment de six prismes appartenant à la variété basée, indiqués par les lettres O, R, R′, *o*′, *r*, *r*′, et disposés autour d'un prisme central de la même forme, avec quatre prismes triangulaires isocèles T, T′, *t*, *t*′, produits par les extensions qu'ont subies plusieurs des prismes élémentaires, ainsi que je l'expliquerai bientôt. La somme 696ᵈ des six angles de 116ᵈ, formés par les côtés extérieurs des rhombes O, R, *r*′, *o*′, *r*, étant plus petite de 24ᵈ que la somme

720^d des angles correspondans sur l'hexagone régulier, il en résulte que les côtés E'*n*, E'*l*, E*h*, E*x*, des rhombes R, *r'* et R', *r*, forment deux angles rentrans, chacun de 168^d, dont la différence avec 180^d est de 12^d. Les côtés du rhombe central étant les prolongemens de ceux des rhombes O, *o'*, se trouvent dans l'ordre de la structure, en sorte qu'il n'y a qu'un seul plan de jonction qui se répète entre les rhombes O et R, O et R', *o'* et *r'*, *o'* et *r*, ce qui me paraît d'autant plus digne d'attention, que la variété qui nous occupe est la plus composée de toutes, eu égard au nombre de solides élémentaires dont elle offre l'assemblage.

Aucune observation n'ayant indiqué jusqu'ici les positions des plans de jonction, on pourrait appliquer à chacun des triangles T, T', etc., ce qui a lieu à l'égard des triangles *yoy'*, *yo'y'* (fig. 291), auxquels ils sont semblables, en supposant qu'ils fussent divisés en deux parties égales par les plans dont il s'agit.

Dans cette hypothèse, les moitiés des triangles proviendraient des extensions qu'auraient subies les six prismes désignés par O, R, R' *o'*, *r*, *r'* (fig. 298), et le décroissement qui déterminerait les positions des plans de jonction, aurait pour exposant $\frac{7}{16}$. En attendant que l'observation en ait décidé, j'adopterai de préférence une autre hypothèse, d'après laquelle les prismes O, *o'*, qui déjà s'assimilent au prisme central S par leurs positions, auraient encore cela de

commun avec lui, qu'ils ne contribueraient en rien aux extensions désignées par les triangles T, *t*, etc., en sorte que celles-ci auraient été uniquement fournies par les prismes R, R′, *r*, *r′*, qui de même se correspondent par leurs positions, soit entre eux, soit relativement à l'ensemble. Dans le même cas, les plans de jonction coïncideraient avec les côtés μ, μ, etc. des prismes O, O′, dont l'effet se serait borné à limiter les prolongemens des autres prismes. Les décroissemens auxquels se rapporteraient ces plans dériveraient alors d'une analogie entre la structure de la variété qui nous occupe et celle de la variété semi-parallélique (fig. 283). C'est ce qu'il sera facile de prouver, en prenant pour exemple le prisme dont la coupe est le rhombe *r* (fig. 298), et dont le prolongement est indiqué par *t*. Je reprends ici la figure 289, qui a servi pour la théorie de la variété semi-parallélique. Si l'on prolonge les lignes *ba*, *fd*, jusqu'à ce qu'elles se rencontrent en *n*, le triangle *adn* sera situé, à l'égard du rhombe *abpd*, comme le triangle *t* (fig. 298) par rapport au rhombe *r*, et de plus il lui sera semblable. Car l'angle *dan* est le supplément de l'angle primitif *bad*. Il résulte d'ailleurs de ce qui a été dit à l'occasion de la variété semi-parallélique, que l'angle *dna*, qui est égal à l'angle *dar*, est aussi le supplément de l'angle primitif. Donc, puisque chacun des angles E′*ut*, E′*tu* (fig. 298), est égal au même supplément, par une suite de la position du triangle *t*, relativement aux

rhombes primitifs o', r, les deux triangles que nous comparons ici sont semblables; et ainsi, le décroissement d'où dépend la position du plan de jonction désigné par μ est le même que celui qui, en agissant sur l'arête latérale menée par le point d (fig. 289), produirait une face dirigée suivant dn. Soit deg le triangle mensurateur; nous aurons

$$de : eg :: da : an.$$

Or, il est facile de voir que le triangle adn est semblable au triangle pfd. Donc

$$da : an :: pf : dp;$$

mais nous avons eu plus haut,

$$pf : dp :: g^2 + p^2 : 2(g^2 - p^2) :: 8 : 7.$$

Or, ici, $da : an$ ou $de : ge :: n : 1$; d'où l'on tire $n = \frac{8}{7}$; c'est-à-dire que l'exposant de la loi dont il s'agit est la fraction inverse de celle que nous avons trouvée, relativement à la variété semi-parallélique. Ainsi, le décroissement rapporté à l'angle E', considéré comme angle latéral d'un octaèdre primitif, a pour signe $\overset{}{\underset{\mu}{E'^{\frac{8}{7}}}}$.

110. Dans les descriptions que je viens de donner de cinq variétés d'arragonite qui résultent de la réunion de plusieurs cristaux en un seul corps, j'ai supposé que le nombre de ces cristaux était le plus petit possible, et j'ai ramené le mécanisme de la structure à son *maximum* de simplicité. Mais il arrive sou-

vent que chaque cristal est lui-même un groupe de cristaux semblables, tournés dans le même sens, et de là vient que quand le solide élémentaire est un octaèdre primitif ou appartenant à la variété ternaire, la base de l'agrégat est chargée de saillies séparées par des espèces de cannelures ou de stries plus ou moins profondes, qui divergent en allant du centre à la circonférence. Quelquefois il y a sur-composition, en sorte que les différens agrégats, en se groupant à leur tour, ajoutent un nouveau genre de complication à celui que présente chacun d'eux considéré en lui-même.

J'aurai occasion, dans la suite, de parler des caractères géométriques et physiques qui distinguent l'arragonite de la chaux carbonatée. Je me bornerai, en terminant cet article, à une réflexion que doit naturellement faire naître la forte tendance qu'a la cristallisation de l'arragonite, pour imprimer un caractère d'unité à des assemblages de corps dont chacun peut exister séparément, comme individu de son espèce; c'est qu'elle suffirait seule pour s'opposer à la réunion de ce minéral avec la chaux carbonatée, dont les nombreuses modifications n'offrent rien qui approche d'un pareil assortiment; et ce qui achève de faire ressortir le contraste, c'est que non-seulement le caractère dont il émane est presque inséparable de l'arragonite, mais qu'aucune autre des substances connues ne le partage avec lui, en sorte qu'il ne permet de le comparer qu'à lui-même.

De la détermination des rapports entre les dimensions des molécules intégrantes.

111. Les rapports qu'ont entre elles les dimensions respectives des molécules intégrantes des cristaux fournissent à la théorie des lois auxquelles est soumise la structure de ces corps, le terme dont elle part pour arriver à son but, qui est d'appliquer le calcul à ces lois, et de déduire de ses résultats une description fidèle des formes auxquelles elles ont donné naissance. Dans les formes qui sont les limites des autres, les rapports dont je viens de parler sont donnés *à priori*, d'après les seules indications de la loi de symétrie. Ainsi, dans le cube, la répétition des mêmes décroissemens, soit sur tous les bords, soit sur tous les angles, garantit l'identité des uns et des autres, et en même temps l'égalité des angles que font entre elles les différentes faces du même solide, en se réunissant deux à deux sur les différens bords, d'où il suit nécessairement que tous ces angles sont droits. Il est presque inutile d'ajouter que cette conséquence s'étend également à la molécule intégrante. On peut appliquer le même raisonnement au dodécaèdre rhomboïdal, et en conclure que les inclinaisons mutuelles de ses diverses faces sont exactement de 120^d; et en combinant avec cette forme le résultat de la division mécanique, on démontre que les molécules intégrantes sont des tétraèdres qui ont pour faces des triangles isocèles

égaux et semblables entre eux. Il en est de même des autres formes qui présentent le caractère d'une limite. Leur détermination est indépendante des résultats des mesures mécaniques, et les petites différences que celles-ci pourraient faire soupçonner entre leurs angles et ceux qui dérivent des indications de la loi de symétrie doivent être regardées comme nulles, et rejetées sur les imperfections des mêmes mesures.

Il existe des formes primitives qui participent des limites par le rapport de leurs dimensions dans le sens latéral, mais où il disparaît dans le sens de la hauteur. Telles sont le prisme à base carrée et le prisme hexaèdre régulier. Les indications de la loi de symétrie à l'égard des décroissemens sur les bords latéraux prouvent que, dans le premier, les quatre côtés de la base sont égaux entre eux, et qu'il en est de même de ses quatre angles, et que, dans le second, il y a aussi égalité entre les six côtés de la base et entre les angles qu'ils font entre eux. Mais le rapport entre le côté de la base et la hauteur reste de part et d'autre indéterminé.

Dans les rhomboïdes qui font la fonction de forme primitive, le rapport, soit entre les diagonales de chaque rhombe, soit entre le rayon et le cosinus du petit angle solide, suffirait seul pour que l'on pût en conclure celui des autres dimensions, s'il était donné *à priori*. Mais c'est ce qui n'a jamais lieu. D'autres formes, telles que l'octaèdre rectangulaire, exigent, pour être complètement déterminées, la connaissance de deux

rapports, dont aucun n'est donné *à priori*. On peut en dire autant des formes qui dépendent de trois rapports, telles que l'octaèdre à triangles scalènes.

Or, dans tous les cas de ce genre, les rapports entre les dimensions ne peuvent être déterminés que d'après les mesures des angles que font entre elles, soit les faces de la forme primitive, soit celles des formes secondaires. La détermination qui concerne ces dernières formes est fondée sur ce que les côtés des triangles mensurateurs qui mesurent les nombres de rangées soustraites en vertu des décroissemens qui ont lieu sur les bords ou sur les angles de la forme primitive, ont une relation nécessaire avec les dimensions de cette forme; et parce que les inclinaisons des faces qui terminent les formes secondaires dépendent du rapport entre les côtés des triangles mensurateurs qui correspondent aux faces dont il s'agit, il en résulte que la connaissance de ces inclinaisons conduit à celle du rapport entre les dimensions primitives.

Mais d'abord les angles dont je viens de parler ne peuvent être qu'approximatifs. Les mesures dont on les conclut n'ont qu'une précision indéfinie. De plus, en supposant que dans l'évaluation de ces mesures on néglige tout ce qui est au-delà d'une certaine quantité dont le choix est nécessairement arbitraire, les nombres représentatifs des sinus et des cosinus offriront toujours des séries de décimales qui n'auront point de terme, en sorte qu'il faudra encore y

négliger quelque chose, pour en déduire des rapports susceptibles d'être soumis au calcul. Mais il faut à la théorie des points fixes d'où elle puisse partir pour arriver à son but, et qui ne soient pas susceptibles de plus ou de moins. Les recherches que j'ai faites sur ce sujet me paraissent donner une grande vraisemblance à la supposition que ces points fixes coïncident avec ceux qui existent réellement dans la nature, et que pour y ramener les résultats des mesures mécaniques, il suffit de faire subir aux rapports qui s'en déduisent un changement assez léger, pour qu'il soit permis de négliger la différence qui en est la suite.

112. Dans les applications de la méthode que j'ai adoptée pour déterminer les points fixes dont il s'agit, j'ai représenté par des quantités radicales les deux termes du rapport qui les donne, du moins toutes les fois que la forme s'y est prêtée. La raison en est que les rapports entre les dimensions des molécules intégrantes qui appartiennent aux formes-limites doivent être considérés, d'après ma manière de voir, comme les types de ceux qui ont lieu dans les autres formes. Or, les expressions des premiers sont toujours composées de radicaux. Ainsi, en prenant pour exemple le rapport entre la perpendiculaire sur l'axe et la partie de cet axe qu'elle intercepte, nous trouvons qu'il est dans le cube celui de 1 à $\sqrt{2}$; dans le dodécaèdre rhomboïdal, celui de $\sqrt{2}$ à 1, qui est l'inverse du précédent; dans le tétraèdre régulier, celui de 1 à $\sqrt{8}$, et dans l'oc-

taèdre régulier, celui de 1 à $\sqrt{2}$, le même que dans le cube.

J'étais donc conduit par l'analogie à conserver, autant qu'il était possible, le même mode d'expression à l'égard des rapports entre les dimensions des formes qui n'ont pas le caractère de limite. Un autre avantage joint à celui de l'uniformité qui en résulte, est de faciliter et de simplifier les calculs, entre autres ceux qui concernent la résolution des triangles rectangles, et qui se présentent à chaque instant dans les applications de la théorie.

113. Avant d'aller plus loin, j'ajouterai une observation fondée sur la nécessité de faire intervenir les lois de la structure dans la détermination des rapports entre les dimensions des molécules intégrantes, toutes les fois que les mesures des angles ne donnent les termes de ces rapports qu'en fonctions de ceux qui ont réellement lieu dans les molécules employées par la cristallisation. Pour obtenir ces derniers, il faut multiplier les autres par un facteur entier ou fractionnaire, que la théorie seule peut indiquer.

J'exposerai ici les principes d'où dérive cette indication. Lorsque la forme des molécules intégrantes est donnée *à priori*, avec ses dimensions, comme dans le cas du rhomboïde ou de l'octaèdre, on trouve que les lois de décroissement auxquelles le calcul mène le plus ordinairement, et dont la mesure dépend alors de la forme seule, sont les plus régulières et les plus simples.

Ainsi, en parcourant la série des signes représentatifs des 160 variétés que m'a offertes jusqu'ici la cristallisation de la chaux carbonatée, on remarque que la loi $\overset{2}{e}$, qui donne des faces parallèles à l'axe, est indiquée 76 fois; la loi $\overset{2}{D}$, qui est celle du dodécaèdre métastatique, 51 fois; la loi $\overset{1}{B}$, qui est celle du rhomboïde équiaxe, 50 fois; la loi $E^{1}\,{}^{1}E$, qui est celle du rhomboïde inverse, 46 fois; la loi $\underset{1}{A}$, qui donne des faces perpendiculaires à l'axe, 37 fois; la loi $\overset{3}{e}$, qui est celle du rhomboïde contrastant, 34 fois; et la loi $\overset{\frac{5}{4}}{e}$, qui est celle de la variété cuboïde, et qui déjà s'écarte de la simplicité des précédentes, seulement 8 fois. Chacune des lois directes plus composées, et de celles qui donnent des décroissemens intermédiaires, s'y montre plus ou moins rarement.

Or, j'ai résolu le problème inverse, relativement aux formes dans lesquelles le rapport entre les dimensions n'est pas donné par l'observation, c'est-à-dire que j'ai cherché quelles devaient être ces dimensions, pour que les lois de décroissement d'où dépendraient les formes secondaires fussent les plus simples possibles dans leur ensemble. Alors ces dimensions, sur le rapport desquelles l'observation n'en dit pas assez, finissent par être à notre égard comme si elles avaient été connues d'avance. Leur rapport est suffisamment motivé, par cela seul qu'il ne fait autre chose que mettre la nature d'accord avec elle-même.

Maintenant j'observe que, dans tous les cas dont je viens de parler, les rapports donnés par les mesures mécaniques correspondent à ceux qui existent entre les côtés des triangles mensurateurs relatifs aux faces dont ces mesures indiquent les inclinaisons. Or, chacun de ces côtés pouvant être composé d'une ou plusieurs dimensions de molécules, suivant que le décroissement auquel il correspond suit une marche plus lente ou plus rapide, sa valeur dépend du rang que l'exposant de ce décroissement occupe dans la série qui offre l'ensemble de lois le plus simple, et c'est par cette raison que les considérations théoriques sont nécessaires, dans le cas présent, pour ajouter ce qui manque aux indications des mesures mécaniques.

114. Tout ce qui précède s'éclaircira encore par les exemples que je vais donner de la méthode que j'ai suivie dans la détermination des points fixes dont j'ai parlé. Le premier me sera fourni par les cristaux de quarz, dont j'ai déjà développé la structure dans l'article relatif au dodécaèdre bi-pyramidal. Je rappellerai seulement ici que sa forme primitive, qui est un rhomboïde, est une des formes dont les dimensions sont données *à priori*.

Quoique les cristaux du minéral dont il s'agit soient sujets à de fréquentes anomalies qui occasionnent de légères variations dans les positions de leurs faces, surtout celles qui sont parallèles à l'axe, cependant il n'est pas difficile d'en trouver, sur le grand nombre de ceux qui sont répandus dans les

collections, dont la forme ait toute la régularité que l'on peut désirer, pour se prêter aux mesures mécaniques. Tels sont en particulier ceux qu'on a nommés *hyacinthes de Compostelle*, dont beaucoup sont isolés et complets, et dont tous les plans sont lisses et parfaitement de niveau.

Je me trouvais donc, à l'égard de ces cristaux, dans une circonstance favorable pour ramener le rapport de leurs dimensions à une limite simple, susceptible de conduire à des résultats sensiblement d'accord avec ceux de la cristallisation.

J'ai pris pour donnée l'inclinaison d'une des faces *gsl* ou P (fig. 299) de la pyramide sur le pan adjacent *r*. Je trouvai qu'elle tombait entre $141^d\frac{1}{2}$ et 142^d; je l'ai supposée de $141^d\frac{3}{4}$. Dans cette hypothèse, si, du centre *c* de la base de la pyramide dont *cs* est l'axe, on mène une perpendiculaire *cr* sur un des côtés, puis la ligne *rs*, on aura

$$crs = 51^d\,45' \text{ et } cr : cs :: \sin 38^d\,15' : \sin 51^d\,45'.$$

Pour avoir le rapport $cr : cs$ exprimé en quantités radicales, je prends les logarithmes des carrés des deux sinus, et cherchant dans la table des nombres naturels ceux auxquels ils répondent, je trouve que l'on a $cr : cs :: \sqrt{3833} : \sqrt{6167}$, à peu près comme $\sqrt{38} : \sqrt{62}$, ou comme $\sqrt{19} : \sqrt{31}$, ce qui donne

$$crs = 51^d\,56', \text{ et } csr = 38^d\,4',$$

dont le premier est trop fort et le second trop faible,

par une suite des quantités que j'ai négligées. Je vois que si j'ajoute une unité à chaque terme du rapport, *cr* se trouvera plus augmentée, à proportion, que *cs*, ce qui tend à rapprocher les deux angles de ceux que donne l'observation. J'aurai donc

$$cr : cs :: \sqrt{20} : \sqrt{32}, \text{ ou } :: \sqrt{5} : \sqrt{8},$$

et ainsi le rapport a toute la simplicité convenable pour lui imprimer le caractère d'une limite. Ce rapport donne $51^d\,40'$ pour la mesure de l'angle *src*, et $141^d\,40'\,16''$ pour l'incidence de *lsg* sur *lgdn*, résultats qui touchent de bien près celui de la mesure mécanique.

Dans la même hypothèse, le rapport entre les deux demi-diagonales *g* et *p*, des faces du rhomboïde primitif est celui de $\sqrt{15} : \sqrt{13}$, et le cosinus de l'angle qui mesure la plus petite incidence des faces du rhomboïde est $\frac{1}{13}$ du rayon, ce qui donne pour cette incidence $85^d\,36'$, et pour la plus grande $94^d\,24'$. En partant du même rapport, on a $133^d\,48'\,46''$ pour l'angle que font entre elles deux faces adjacentes *lsg*, *gst*, sur la même pyramide.

On trouve dans le bel ouvrage publié par M. Malus sur la double réfraction, une détermination des incidences mutuelles des faces du rhomboïde du quarz, que ce savant célèbre a prise à l'aide de la réflexion, en se servant du cercle répétiteur. Il indique $94^d\,16'$ pour la plus grande, et $85^d\,44'$ pour la

plus petite (1). La différence avec les angles cités plus haut est de 8′.

J'ai désiré de savoir jusqu'où iraient aussi les différences entre les deux déterminations, relativement aux autres incidences, et quels seraient les rapports qui résulteraient des mesures de M. Malus entre les dimensions principales du rhomboïde du quarz. J'ai trouvé, en suivant une marche analogue à celle qui m'a conduit au rapport $\sqrt{5} : \sqrt{8}$, que, dans l'hypothèse présente, on aurait

$$g : p :: \sqrt{718} : \sqrt{625};$$

que le cosinus de la plus petite incidence des faces serait les $\frac{93}{1250}$ du rayon, et que le rapport entre *cr* et *cs* serait celui de $\sqrt{1157}$ à $\sqrt{718}$. On aurait pour l'incidence de *lgs* sur le pan *lgdn*, 141^d 46′ 13″, au lieu de 141^d 40′ 16″, qui est celle que j'ai indiquée; différence, 6′; et pour celle de *lgs* sur *gts*, 133^d 44′ 46″, au lieu de 133^d 48′ 46″; différence, 4′.

On peut substituer au rapport de $\sqrt{1157}$ à $\sqrt{718}$, entre *cr* et *cs*, celui de $\sqrt{149}$ à $\sqrt{240}$, qui est plus simple et qui ne donne qu'une demi-minute de différence, dans les angles qui en dépendent, avec ceux

(1) Théorie de la double réfraction, page 242. M. Phillips, qui a mesuré les angles des mêmes cristaux avec le goniomètre à réflexion, indique 94^d 15′ et 85^d 45′, dont la différence n'est que de 1′ avec les résultats obtenus par M. Malus. Elle provient de ce que le goniomètre dont s'était servi M. Phillips n'était divisé que de cinq en cinq minutes.

auxquels conduit le premier (1). Ceci me suggère une réflexion que je ne crois pas devoir omettre. Si je montrais à un physicien géomètre le rapport de $\sqrt{149}$ à $\sqrt{240}$, en lui disant que c'est celui qui a lieu dans la pyramide du quarz, entre la perpendiculaire menée du centre de la base sur un des côtés et la longueur de l'axe, il est très probable qu'après l'avoir considéré, il y trouverait une petite correction à faire pour le transformer en un autre rapport beaucoup plus simple; il ne s'agirait que d'ajouter une unité au dernier chiffre du terme $\sqrt{149}$, et alors le rapport deviendrait, au moyen de la division des deux termes par 30, celui de $\sqrt{5}$ à $\sqrt{8}$. C'est précisément celui auquel je suis parvenu. Je répondrais que l'extrême précision de l'instrument qui a servi à déterminer le rapport dont il s'agit, ne me permet pas de l'altérer. Il pourrait me demander jusqu'où s'étend la différence entre l'inclinaison des faces de la pyramide donnée par ce rapport, et celle qui résulte du rapport de $\sqrt{5}$ à $\sqrt{8}$ (2), et si je lui disais qu'elle se réduit à en-

---

(1) M. Malus paraît avoir négligé les secondes, en mesurant les angles cités ci-dessus.

(2) On aurait pu prendre pour angle fondamental celui qui dérive de cette inclinaison tout aussi bien que celui qui a lieu entre les faces du rhomboïde, et dans ce cas l'instrument, pour être d'accord avec lui-même, aurait dû donner immédiatement l'angle de 133d 44′ 46″.

viron 4′, je doute s'il ne serait pas tenté de la rejeter sur l'observation, plutôt que de l'imputer à la nature.

115. Je tirerai le second exemple des cristaux d'étain oxidé, dont la forme primitive rentre, comme la précédente, parmi celles qui ont leurs dimensions données *à priori*. Cette forme est celle d'un octaèdre symétrique P, P′ (fig. 300), dont je donnerai la détermination dans un instant. Je la déduirai d'une mesure prise sur la forme secondaire que représente la figure 302, et que je nomme *étain oxidé bissexdécimal*. La mesure dont il s'agit est celle de l'angle que font entre elles les faces *s*, *g*. Je l'ai choisie de préférence, soit parce que ces faces étaient très nettes sur plusieurs cristaux que j'ai eus entre les mains, soit parce que le résultat que j'en tirerai me fournira un terme de comparaison que je crois digne d'attention, avec celui auquel M. Phillips a été conduit par les observations qu'il a faites sur les formes des cristaux de la même espèce, en se servant du goniomètre à réflexion, qu'il manie avec une grande habileté.

Soit maintenant *st* (fig. 301) le même octaèdre que figure 300. Si je fais passer un plan *nsl* par les apothèmes des triangles *hsa*, *bsa*, ce plan sera parallèle à la face *s* (fig. 302), et quant à la face *g*, elle est parallèle au plan qui passe par les côtés du rhombe *hsbt* (fig. 301). Cela posé, si je mène la diagonale *ag* de la base commune des deux pyramides

dont l'octaèdre est l'assemblage, il est facile de voir que l'angle *soc* plus 90^d, sera égal à l'inclinaison de *s* sur *g* (fig. 302), en sorte que le rapport de *cs* à *co* (fig. 301), sera celui du sinus au cosinus de l'angle dont il s'agit. Je mesure, à l'aide du goniomètre ordinaire, l'incidence de *s* sur *g* (fig. 302), et je trouve qu'elle est sensiblement de $133^d\ 30'$, d'où il résulte que l'angle *soc* (fig. 301) est de $43^d\ 30'$, et l'angle *osc* de $46^d\ 30'$. Je me sers de la méthode que j'ai employée pour la détermination de la forme du quarz, et je trouve que le rapport de *cs* à *co* est celui des quantités $\sqrt{4745}$ à $\sqrt{5255}$. Or, il suffit de jeter un coup-d'œil attentif sur ces quantités, pour en conclure que leur rapport doit approcher beaucoup des quantités $\sqrt{45}$ et $\sqrt{50}$, ou $3 : \sqrt{10}$. J'essaie ce dernier rapport, et j'ai pour la valeur de l'angle *soc* $43^d\ 29'\ 29''$, qui ne diffère que d'une demi-minute de celle qu'avait donnée le premier rapport.

Si je fais $co = \sqrt{10}$ et $cs = \sqrt{9}$, j'aurai $\sqrt{40} : \sqrt{9}$ pour le rapport de la demi-diagonale *ac* à la hauteur *cs*, et $7 : 3$ pour celui de l'arête oblique *bs* à la même hauteur. Il suit de là que le rapport entre la perpendiculaire *d* menée du centre de la base sur le côté *ab*, et la hauteur *cs*, est celui des quantités $\sqrt{20}$ à 3. Ces différens rapports ayant toutes les conditions requises pour déterminer un point fixe, je n'hésite pas à les adopter.

Il me reste à comparer le résultat précédent avec

celui qu'a obtenu M. Phillips. Ce savant s'est servi, pour mesurer l'incidence de *s* sur *g* (fig. 302), d'un goniomètre dont la division allait jusqu'aux demi-minutes. On sait combien le comté de Cornouailles est riche en cristaux d'étain oxidé, et il était facile à M. Phillips d'en choisir, sur le nombre, dont la forme fût d'une perfection qui ne laissât rien à désirer. Ce savant indique $133^d\ 32'\ 30''$ pour l'incidence proposée; d'où il résulte, selon lui, que les angles *soc*, *osc* (fig. 301) sont, l'un de $43^d\ 32'\ 30''$, et l'autre de $46^d\ 27'\ 30''$. Le rapport qui s'en déduit entre le sinus et le cosinus du premier, est celui de $\sqrt{4738}$ à $\sqrt{5262}$. La comparaison de ces deux quantités conduit à la même conséquence que celle qui se tire du rapport auquel je suis parvenu; c'est-à-dire que le point fixe que le résultat du calcul touche de près, est le rapport de $\sqrt{10}$ à 3. La différence entre les deux mesures n'est que de 3'; je laisse aux cristallographes physiciens qui liront cet article, à juger si elle doit être imputée à la nature, qui ne ferait ici que se conformer à sa simplicité ordinaire, ou à l'observation, qui substituerait à cette simplicité une complication dont il est inutile de discuter le fondement : il suffit de la montrer.

116. Je prendrai la cristallisation de la chaux phosphatée pour le sujet de l'exemple suivant. La forme primitive de ce minéral est un prisme hexaèdre régulier, c'est-à-dire qu'elle participe, par ses dimensions latérales, des formes qui sont les limites

des autres, mais s'en écarte dans le sens de la hauteur, en sorte que le rapport entre le côté de sa base et chacune de ses arêtes longitudinales, ne peut être déterminé que par des considérations théoriques. Mon but, pour le présent, est d'exposer la méthode que j'ai suivie pour arriver à cette détermination. J'ai décrit, dans l'article relatif au prisme hexaèdre régulier, plusieurs variétés de forme du même minéral, entre lesquelles je choisirai celle que représente la figure 136, et que j'ai nommée *doublante;* je reprends son signe représentatif, qui est $\underset{M}{M}\underset{z}{\overset{\frac{1}{2}}{B}}\underset{x}{\overset{1}{B}}\underset{r}{\overset{2}{B}}\underset{s}{\overset{1}{A}}{}^{2}\underset{u}{A}{}^{2}\underset{P}{P}$. J'ai à faire voir que ce signe est celui qui résulte de l'ensemble le plus simple des lois de décroissement dont j'ai fait dépendre les différentes faces qui terminent la forme dont il s'agit, parmi lesquelles la face x est donnée par le décroissement $\overset{1}{B}$; d'où il suit que le côté horizontal du triangle mensurateur est égal à l'apothème du triangle qui coïncide avec la base de la molécule intégrante, et que le côté vertical est égal à la hauteur de la même molécule. Il en résulte que dans celle-ci, le côté de la base est à la hauteur comme $\sqrt{2}$ à l'unité.

Supposons maintenant que la véritable hauteur soit double de celle que j'ai prise pour donnée. Il est facile d'en conclure que le signe précédent se changera en cet autre, $\underset{M}{M}\underset{z}{\overset{1}{B}}\underset{x}{\overset{\frac{1}{2}}{B}}\underset{r}{\overset{\frac{1}{4}}{B}}\underset{s}{\overset{\frac{1}{2}}{A}}{}^{\frac{1}{2}}\underset{u}{A}{}^{\frac{1}{2}}\underset{P}{P}$. Or, il est visible

que ce dernier signe est moins simple que le premier, où le plus grand nombre de rangées soustraites n'est que de deux, au lieu qu'il est de quatre dans celui que je viens de lui substituer. D'ailleurs, ce dernier renferme quatre décroissemens en hauteur, au lieu d'un seul, ce qui est moins conforme à la marche la plus ordinaire des lois de la structure.

Supposons, au contraire, que la véritable hauteur ne soit que la moitié de celle qui se rapporte au signe que j'ai adopté. Pour ramener celui-ci à l'hypothèse dont il s'agit, il faudra le transformer en cet autre :

$\mathrm{M}\overset{\frac{1}{4}}{\mathrm{B}}\overset{\frac{1}{2}}{\mathrm{B}}\overset{1}{\mathrm{B}}\overset{\frac{1}{2}}{\mathrm{A}}({}^{2}\mathrm{A}\,{}^{2}\mathrm{B}\,{}^{2}\mathrm{G}^{1})\mathrm{P}$. Or, ce dernier signe est encore
M *z x r s* *u* P

moins simple que le précédent, puisqu'on y trouve aussi un décroissement par quatre rangées, et de plus un décroissement intermédiaire.

Si l'on suppose d'autres facteurs communs, tels que 3, 4, 5, etc., d'une part, et $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{5}$, etc., de l'autre, on aura un ensemble de décroissemens dont la complication ira toujours en augmentant; et ainsi le signe que j'ai préféré est celui qui satisfait à la condition de la plus grande simplicité possible.

Les substances qui n'ont offert jusqu'ici que des cristaux produits en vertu d'une seule loi de décroissement, ou dans lesquels le nombre de ces lois est très borné, ne se prêtent pas également à la solution du problème qui nous occupe. Il pourra arriver que les lois qui ont d'abord été adoptées comme les plus simples, se trouvent remplacées par

des inclinaisons différentes, et que ces sortes de successions n'ont lieu que relativement à un ensemble de décroissemens ordinaires, c'est-à-dire dont les actions sont dirigées parallèlement à des arêtes ou à des diagonales.

Maintenant, *uy* (fig. 303), qui est parallèle à la ligne de départ, fait sensiblement un angle droit avec la face M prolongée, ou, ce qui revient au même, sa position est horizontale, dans le cas où les faces M, T sont situées verticalement. Or, par la nature du décroissement, *uy* est parallèle à la diagonale OR (fig. 304). Donc aussi cette diagonale est située horizontalement. Cette observation va d'abord nous donner le rapport entre GP et PL perpendiculaires sur AO.

Menons OZ parallèle à PL, puis ZR. Le plan OZR sera horizontal; donc il sera perpendiculaire sur le plan vertical BRNH. Mais BOGR, d'après l'observation, est aussi perpendiculaire sur BRNH; donc, la commune section OR des deux plans OZR, BOGR, sera de même perpendiculaire sur BRNH; donc elle le sera sur RZ. Donc l'angle ORZ est droit; mais OZR, qui mesure l'incidence de BOAH sur BRNH, est de 60^d; donc $OZ = 2RZ$, ou $PL = 2GP$.

Nous connaissons déjà deux des angles saillans du parallélépipède, l'un de 90^d, que font entre elles les faces M, P (fig. 305) (1), et celui de 120^d, qui donne l'inclinaison de M sur T. Nous pouvons main-

(1) Cette figure représente le même parallélépipède que figure 304, avec sa notation.

tenant déterminer le troisième, qui mesure l'incidence de P sur T, ou de P sur la face opposée à T. Je prendrai pour donnée celui que forme la face P (fig. 303) avec l'arête *sp*, et qui est le même que DGO (fig. 304). Supposons que dans le triangle GOP, on ait GP : OP :: 3 : $\sqrt{2}$. Ce rapport donne 25^d $14'$ pour l'angle OGP; d'où il suit que DGO, ou l'angle formé par la face P avec l'arête *sp* (fig. 303), est de 115^d $14'$, ce qui s'accorde avec l'observation. Il s'agit maintenant de déduire du même rapport l'incidence de BOGR sur GRND (fig. 304). Si du point R nous menons RE perpendiculaire sur ZO, ensuite EX perpendiculaire sur la même ligne, puis RX, l'angle ERX + 90^d donnera l'incidence proposée. RZ étant égale à GP, et BZ égale à PO, soit RZ=3, d'où il suit que BZ = $\sqrt{2}$. Soit OZR (fig. 306) le même triangle que figure 304. L'angle RZE étant de 60^d, nous aurons

$$RZ : ER :: 2 : \sqrt{3}.$$

Donc ER = $\sqrt{\frac{27}{4}}$, et à cause de ROE = 30^d,

$$ER : OE :: 1 : \sqrt{3}.$$

Donc OE = $\sqrt{\frac{81}{4}}$. Maintenant,

$$OZ(\text{fig. } 304) = 2RZ = 6, BO = \sqrt{OZ^2 + BZ^2} = \sqrt{38},$$
$$BO : BZ :: OE : EX, \text{ ou } \sqrt{38} : \sqrt{2} :: \sqrt{\tfrac{81}{4}} : EX = \sqrt{\tfrac{81}{76}},$$
$$ER : EX :: \sqrt{\tfrac{27}{4}} : \sqrt{\tfrac{81}{76}} :: \sqrt{19} : \sqrt{3};$$

d'où l'on tire ERX = 21^d $40'$. Donc l'incidence

de P sur la face opposée à T (fig. 305) est de $111^d\ 40'$, et celle de P sur T est de $68^d\ 20'$. Le premier de ces angles est celui que forme la face P avec celle qui est adjacente à *sp* (fig. 303), derrière le cristal, et qui est parallèle à T. Cet angle, mesuré sur des cristaux où les deux faces dont il s'agit sont d'une grande netteté, est très sensiblement de $111^d \frac{2}{3}$.

Pour compléter la détermination du parallélépipède, menons AC et CS (fig. 304), perpendiculaires l'une sur GO, l'autre sur le prolongement de BS. Si nous connaissions la loi du décroissement qui, en agissant parallèlement aux bords GO, BR, produit les facettes *cgio*, *bzav* (fig. 303), nous aurions le rapport entre AC et CS. L'incidence de ces facettes, tant sur la base P (fig. 303), que sur les faces latérales M, est très sensiblement de 135^d, et de plus, celle de M sur P est de 90^d. Or, l'idée qui se présente comme d'elle-même, et que confirme une observation que je citerai bientôt, est que le décroissement dont il s'agit a lieu par une simple rangée; d'où il suit que CA (fig. 304) = CS, et que les deux faces BRGO, GOAD, sont aussi égales.

Il est facile maintenant d'avoir le rapport entre OK et OT, perpendiculaires l'une et l'autre sur BO. D'une part,

$$OK \times BO = PL \times AO.$$

D'une autre part,

$$OT \times BO = OR \times GO,$$

ou, à cause de l'égalité des faces BRGO, GOAD,

$$OT \times BO = GP \times AO = \tfrac{1}{2} PL \times AO,$$

par une suite de ce que PL = 2GP. Donc

$$OK \times BO : OT \times BO :: PL \times AO : \tfrac{1}{2} PL \times AO.$$

D'où l'on tire OK = 2OT.

Il résulte de ce qui précède, que le parallélogramme qui passe par les points A, C, S est un carré; que dans celui qui passe par les points G, P, L, et dont les angles sont de 120^d et 60^d, le côté PL est double du côté GP, et que dans celui qui passe par les points K, O, T, et dont les angles sont de $111^d\ 40'$ et $68^d\ 20'$, le côté OK est aussi double du côté OT. Par une suite nécessaire, les deux faces BRGO, GOAD, sont égales en étendue, et la face BOAH est double de chacune des deux autres. Ces dimensions, qui sont aussi celles de la molécule intégrante, s'accordent avec une observation que j'ai citée ailleurs, et qui consiste en ce qu'en général les joints naturels les plus éclatans et les plus faciles à obtenir répondent aux facettes de la molécule qui ont le moins d'étendue, et réciproquement. Dans les cristaux de feldspath, ceux qui sont parallèles aux faces P, M, ont le même degré d'éclat et de netteté, ce qui est d'autant plus remarquable, que les faces qui leur correspondent ne sont pas semblables, en même temps qu'elles sont égales en étendue. Cette égalité, qui dépend de la condition que les décroissemens

qui donnent les facettes *egio*, *bzav* (fig. 303), aient lieu par une simple rangée, achève de motiver l'existence de cette loi. A l'égard des joints parallèles aux faces T (fig. 305), qui sont doubles des premières, on conçoit comment ils résistent beaucoup plus que les autres à la division mécanique, et ont moins d'éclat, dans le cas où ils se montrent le plus sensiblement.

On trouve, aux environs de Clermont, dans le département du Puy-de-Dôme, des cristaux isolés et nettement prononcés, qui présentent la forme primitive donnée immédiatement par la nature. Les feldspaths porphyriques du même pays renferment plusieurs variétés secondaires du même minéral, parmi lesquelles on distingue celle que j'ai nommée *déciduodécimale*, et qui a servi à nous diriger dans la recherche des angles et des dimensions de la forme dont je viens de parler..

Nous pouvons maintenant aller plus loin, et achever de déterminer les différentes lois auxquelles est soumise la structure de cette variété, dont une seule nous est connue, savoir, celle du décroissement par une rangée sur les bords D, C (fig. 305), d'où dépendent les facettes *n*, *n* (fig. 303). Mais je dois auparavant faire remarquer une propriété que le parallélépipède du feldspath partage avec d'autres formes primitives, et spécialement avec le prisme rhomboïdal oblique. Elle consiste en ce que des décroissemens qui ont lieu simultanément par des lois

différentes, sur des parties qui ne sont pas identiques, peuvent faire naître des faces également inclinées en sens contraire. Il en résulte un aspect symétrique que la loi de symétrie n'exige pas, mais qui ne lui fait pas exception. Nous commencerons par les faces latérales.

Soit *cryp* (fig. 307), la coupe du noyau prise par un plan perpendiculaire aux faces M, T (fig. 305), et aux arêtes G, H; et sous-divisée en petits parallélogrammes qui seront les coupes analogues d'autant de molécules intégrantes. Le décagone *mnoacdsefy*, représente la figure de la même coupe, prolongée jusqu'aux pans du prisme, de manière que *mn* répond à M (fig. 303), *ym* (fig. 307) à *z* (fig. 303), *fy* à *l*, *on* à *z'*, *ao* à T, et ainsi des autres. Or, les décroissemens qui donnent les faces *l*, *z*, *z'*, etc. (fig. 303), ayant lieu sur les arêtes verticales qui passent par les angles *y*, *r*, etc. (fig. 307), il est aisé de voir que l'assortiment de tous les petits parallélogrammes situés au-delà des côtés M, T, etc., est composé des coupes des différentes lames de superposition qui s'appliquent sur les pans M, T (fig. 305), en vertu des lois de décroissement dont il s'agit.

Maintenant, si nous comparons la face *l* (fig. 303), qui est dirigée suivant *fy* (fig. 307), avec la face adjacente à l'arête ϑ (fig. 303), qui est l'analogue de la face T, et dont la direction est *ef* (fig. 307), il est aisé de voir que, relativement à celle-ci, le décroissement est zéro, et qu'à l'égard de l'autre,

il a lieu par deux rangées en hauteur sur l'arête verticale qui passe par y. Or, le grand côté $\mu\nu$ de chaque petit parallélogramme, tel que $g\varepsilon\mu\nu$, étant double du petit côté $g\mu$, il en résulte que les deux côtés $g\varepsilon$, $f\varepsilon$ du triangle $fg\varepsilon$ sont égaux; et parce que l'angle $f\varepsilon g = 60^d$, le triangle $g\varepsilon f$ est équilatéral. Donc

$$\varepsilon fg = 60^d = \varepsilon fe.$$

C'est-à-dire que la face l qui résulte du décroissement indiqué, a la même inclinaison en sens contraire, que la face adjacente à T, relativement à laquelle le décroissement est zéro.

Comparons de même la face z (fig. 303), dirigée suivant my (fig. 307), avec la face z' (fig. 303), dont la direction est on (fig. 307). La première naît d'un décroissement par quatre rangées sur l'arête verticale qui passe par l'angle y, et la seconde est parallèle à celle qui naîtrait d'un décroissement par deux rangées, sur l'arête verticale qui passe par l'angle r. Or, dans le triangle ykm, l'angle k est de 60^d, et le côté ky est double du côté km; d'où il suit que l'angle m est droit, et l'angle kym de 30^d. D'une autre part, dans le triangle ozn, l'angle z est de 120^d, et les deux côtés zo, zn sont égaux. Donc les angles zno, zon sont chacun de 30^d; et ainsi la face z', qui résulte d'un décroissement par deux rangées, a la même inclinaison en sens contraire que la face z, produite par un décroissement double du premier. Les mêmes conséquences s'ap-

pliquent aux autres faces latérales, qui sont la répétition des précédentes.

On voit, par ce qui vient d'être dit, que les pans M, T, Z (fig. 303), et les trois qui leur sont parallèles, font entre eux des angles de 120ᵈ, comme ceux d'un prisme hexaèdre régulier; et si l'on rétablit les quatre autres pans, et que l'on suppose les arêtes ϑ, μ, remplacées par deux nouveaux pans également inclinés sur leurs adjacens, on aura le contour d'un prisme dodécaèdre dont tous les pans formeraient entre eux des angles de 150ᵈ.

Nous avons supposé que la face *y* résultait d'un décroissement ordinaire sur l'angle I (fig. 305). Il est facile de s'assurer que ce décroissement a lieu par une rangée. Car l'angle ROG (fig. 304) étant droit, ainsi que l'angle ROA, il en résulte que dans le triangle mensurateur *bcd* (fig. 308), le côté *cd* qui représente l'excès en largeur d'une lame de superposition sur la suivante, sera au côté *cb*, qui représente l'excès en hauteur, comme GO (fig. 305) est à OA. Remarquons d'abord que la ligne OR est parallèle et égale à la petite diagonale du parallélogramme qui passe par les points G, P, L, et dans lequel l'angle P est de 120ᵈ, et le côté PL est double du côté GP. Donc

$$OR : GP :: \sqrt{3} : 1.$$

Mais, à cause de l'égalité des faces GOAD, GOBR,

$$GP \times OA = OR \times GO.$$

Donc

$$OA : GO :: OR : GP :: \sqrt{3} : 1 :: bc : cd \text{ (fig. 308)}.$$

D'ailleurs l'angle *bcd* = $64^d\ 46'$; d'après ces données, on trouve $34^d\ 27'$ pour la valeur de l'angle *cbd*, et ajoutant celle de l'angle GOA (fig. 305) = $64^d\ 46'$, on a $99^d\ 29'$ pour l'incidence de P sur *y* (fig. 303), ce qui s'accorde avec l'observation.

La propriété de donner, par des lois différentes de décroissement, des faces également inclinées en sens contraire, s'étend à celles qui naissent sur les bords ou sur les angles de la base. Nous en avons un exemple dans les faces *s*, *s'* (fig. 303), dont la première résulte d'un décroissement par deux rangées en largeur sur le bord F (fig. 305) de la base, et la seconde, d'un décroissement par deux rangées en hauteur sur l'angle AI*e* (fig. 305), et que nous considérons comme tel, pour plus de simplicité, parce que si on le rapporte à l'angle AIO de la base, il devient intermédiaire. Voici comment on peut démontrer la corrélation dont il s'agit.

Soit *ar* (fig. 309) la forme primitive déjà représentée figure 304. Si je mène *rc* (fig. 309) par le milieu de *bo*, le triangle *ocr* sera isocèle. Pour le prouver, je mène *oz* perpendiculaire sur *bh*, et *cf* perpendiculaire sur *oz*. *co* étant la moitié de *ob*, *of* sera aussi celle de *oz*; mais le triangle *ozr* étant perpendiculaire sur *obha* et *brnh*, et l'angle *ozr* étant de 60^d, il en résulte que *fr* = *rz*. Donc le triangle

rfz est équilatéral, c'est-à-dire que $fr = fz = of$; mais $oc = \sqrt{(of)^2 + (cf)^2}$, et $cr = \sqrt{(fr)^2 + (cf)^2}$. Donc $oc = cr$.

Maintenant, je remarque que *as* (fig. 303) coïncide avec le bord supérieur B (fig. 305) de la face latérale parallèle à T. De plus, *cy* (fig. 303), qui est la ligne de départ du décroissement d'où dépend la facette *s*, est sensiblement parallèle à *as*, d'où il suit que ce décroissement a lieu sur l'arête F. Supposons deux rangées de soustraites en largeur. Ayant prolongé le plan *goad* (fig. 309) d'une quantité égale à lui-même, de manière que *oxza* représente le prolongement, si je mène *ou* par le milieu de *xz*, et *gk* par le milieu de *oa*, la facette *s* (fig. 303) sera parallèle au plan *bou* (fig. 309); et par une suite nécessaire, au plan *rgk*.

Soit *mnr* (fig. 310) le triangle mensurateur, dans lequel l'angle *mnr* sera égal à l'angle TOK (fig. 305), c'est-à-dire de $68^d\ 20'$, et *mn* (fig. 310) sera à *nr* comme OT (fig. 305) est à $\frac{1}{2}$ OK; d'où il suit que *mn* (fig. 310) $=$ *nr*. Donc chacun des deux angles *nmr*, *mrn* $= 55^d\ 50'$. Ajoutant à l'angle *nmr* $68^d\ 20'$, qui est la valeur de l'angle TOK (fig. 305), j'ai $124^d\ 10'$ pour l'incidence de *s* sur P (fig. 303), ce qui est conforme à l'observation.

Je passe à la facette *s'*, et j'observe que son bord *uz* est parallèle à *so*, qui a la même inclinaison, en sens contraire, que *as*, d'où il suit qu'il est aussi incliné de la même quantité, en sens contraire,

que *cy*. Mais *cy* est parallèle à *oc* (fig. 309), et puisque *or* est horizontale, et que le triangle *ocr* est isocèle, il en résulte que *cr*, qui a la même inclinaison, en sens contraire, que *oc*, est parallèle à *uz*. Maintenant, si je mène *rv* par le milieu de *bh*, elle sera parallèle à *ou* ou à *gk*; d'où il suit que le plan *rcv* est incliné de la même quantité, en sens contraire, que le plan *cou*, et ainsi il est parallèle à la facette *s'* (fig. 303). Or, $bc = \frac{1}{2}\,ob$, $bv = \frac{1}{2}\,bh$, et *br* est un des côtés de la base. Donc le décroissement a pour signe (fig. 305) ${}^{\frac{1}{2}}I$.

Le signe complet de la forme est

$$\underset{l}{G^{3}}\;\underset{z}{G^{4}}\;\underset{M}{M^{2}}\;\underset{z'}{H}\;\underset{T}{T}\;\underset{y}{\overset{1}{I}}\;\underset{P}{P}\;\underset{n}{\overset{1}{C}}\;\underset{s}{\overset{2}{D}}\;\underset{s'}{{}^{\frac{1}{2}}I}.$$

118. Je vais décrire quelques autres formes du même minéral, que je choisirai parmi les plus simples, à l'exception de la dernière, parce qu'elles me paraissent remarquables par l'aspect symétrique qu'elles empruntent de cette simplicité.

La première est le feldspath unitaire (fig. 311), dont le signe est $\underset{M}{M}\,\underset{y}{\overset{1}{I}}\,\underset{P}{P}$. Les faces P, *y* étant des rectangles, et la face M un parallélogramme obliquangle, on voit que cette variété s'offre sous l'aspect d'un prisme rectangulaire oblique, dont la base sera P, d'après la position indiquée par la figure. Mais l'idée qui se présente à la vue d'un cristal de cette forme, est de le mettre dans la position contraire,

où ses pans seraient les faces P, M, et sa base la face y, parce qu'elle s'accorde mieux avec les dimensions ordinaires des prismes, dont la plus longue est dans le sens de l'axe. Ainsi, il ne faut qu'un seul décroissement par une rangée pour transformer le parallélépipède primitif en un autre, dans lequel il serait difficile de la reconnaître, sans le secours de la théorie. L'incidence de P sur y, d'après ce qui a été dit plus haut, est de 99ᵈ 29′. On trouve des cristaux isolés de cette variété, dans le département du Puy-de-Dôme.

La seconde variété est le feldspath ditétraèdre (fig. 312), qui a pour signe $\underset{l}{G^{2}}\,\underset{T}{T}\,\underset{x}{\overset{2}{I}}\,\underset{P}{P}$. Sa forme est celle de l'octaèdre que j'ai nommé *rectangulaire*, et qui appartient, comme primitive, à l'arragonite et à diverses autres substances, où sa position naturelle est la même que dans le cas présent, c'est-à-dire que la plus courte des arêtes situées au contour de la base commune des deux pyramides dont il est l'assemblage est horizontale, comme ici l'arête ε. Cet octaèdre est alongé dans le sens de l'axe qui passe par les milieux de ε et de son opposée, en sorte que ses angles latéraux sont remplacés par deux arêtes longitudinales ϑ, η, et c'est ce qui a lieu encore fréquemment dans l'octaèdre de l'arragonite, et des autres substances. L'incidence de P sur x est de 128ᵈ 51′. On trouve des cristaux de cette forme au Saint-Gothard.

La variété précédente se résout en deux autres, dont l'une, que l'on rencontre très rarement, est le feldspath binaire (fig. 313). Son signe est $\underset{l}{^{2}G}\,\underset{T}{T}\,\underset{P}{P}$, et sa forme est celle d'un prisme rhomboïdal oblique, dont les pans sont inclinés entre eux de 120^{d} et 60^{d}, et dont la base P fait avec l'arête γ un angle de $115^{d}\,14'$.

La même forme se retrouve dans l'autre des variétés dont j'ai parlé, avec la différence que sa base est située en sens contraire, ainsi qu'on le voit figure 314. Elle a pour signe $\underset{l}{G^{2}}\,\underset{T}{T}\,\underset{x}{\overset{2}{\bar{I}}}$, et porte le nom de *feldspath imitatif*. L'incidence de sa base sur l'arête μ est de $115^{d}\,55'$, c'est-à-dire plus forte d'environ $\frac{2}{3}$ de degré que celle qui a lieu dans le feldspath binaire. On trouve au Saint-Gothard des cristaux très prononcés de cette variété.

Parmi les formes que je viens de citer, il en est trois qui appartiennent, comme formes primitives, à diverses espèces de minéraux, savoir, l'octaèdre rectangulaire, le prisme rectangulaire oblique, et le prisme rhomboïdal oblique, qui est double, ainsi qu'on l'a vu. Mais aucune de ces formes ne pourrait être substituée, comme noyau hypothétique, au véritable, qui est le parallélépipède que l'on obtient à l'aide de la division mécanique ; car il est facile de concevoir que l'on ne pourrait en faire dériver la forme de celui-ci, qui alors devrait être consi-

dérée comme secondaire, sans contrarier la loi de symétrie (1).

Je terminerai par la description de la variété appelée *feldspath quintuplant*, que représente la figure 315, et dans laquelle la coïncidence des faces *s* et *x* donne naissance à un caractère particulier de symétrie, qui consiste en ce que les intersections de *s* avec M et *x*, où les lignes π, ϵ, qui sont les plus longs bords de *s*, sont parallèles entre elles. C'est ce qu'il est facile de démontrer.

Soit *bd* (fig. 316) le parallélépipède primitif, tel qu'on l'a déjà vu figure 309. Le plan *rof* (fig. 316), qui passe par le milieu de *bh*, est parallèle à la face *x* (fig. 315). Par un point quelconque de l'arête *go*, je mène *mt* parallèle à *rf*, et ensuite *ty* parallèle à *of*; le plan *mty* est de même parallèle à la face *x* (fig. 315). D'une autre part, le plan *grfk* (fig. 316), qui passe par les milieux de *oa* et *bh*, est parallèle à la face *s* (fig. 315). Or, les sections *mt*, *gk* des

(1) Romé de l'Isle, qui avait d'abord assimilé la forme primitive du feldspath à un parallélépipède rhomboïdal, dont il n'indique pas les angles, a fini par se conformer à l'opinion de Saussure, d'après laquelle cette forme serait celle de la variété unitaire. Mais il s'est trompé au sujet de l'incidence de P sur *y*, qu'il suppose être de 115^d, au lieu qu'elle n'est que de $99^d\ 40'$. (Cristallographie, t. II, p. 457 et suiv.) Suivant M. Jameson, la forme primitive dont il s'agit est celle du feldspath ditétraèdre. (System of Mineralogy, t. I, p. 368, édit. 1816.)

deux plans *mty*, *grfk*, sur un même plan *goad*, étant parallèles, la commune section $\gamma\nu$ des mêmes plans sera parallèle, soit à *mt*, soit à *gk*; mais $\gamma\nu$ répond au bord supérieur π de la face *s* (fig. 315), et *mt* (fig. 316) à son bord inférieur ε (fig. 315); donc ces deux bords sont parallèles l'un à l'autre. A l'aide de ce parallélisme, les deux parties du sommet auxquelles appartiennent les faces P, *x*, s'assimilent entre elles, et toutes celles dont se compose l'ensemble de la forme se trouvent en harmonie les unes avec les autres. J'ai observé cette forme sur des cristaux du département de l'Isère.

Le feldspath présente aussi des hémitropies, mais elles sont du même genre que celles qui ont été décrites dans l'article où j'ai traité de ces modifications.

119. Le dernier des exemples relatifs au but de cet article aura pour objet la détermination de la molécule intégrante de l'épidote. Les cristaux de cette substance se divisent parallèlement aux pans d'un prisme d'environ 115^d et 65^d. Les joints naturels que cette division met à découvert sont très nets, surtout dans les cristaux d'Arendal, en Norwège. Le prisme se sous-divise, mais avec moins de netteté, dans le sens d'un troisième joint, qui fait des angles inégaux avec chacun des premiers; et comme ce joint correspond à la petite diagonale de la coupe transversale, il en résulte que les côtés de celle-ci sont inégaux. La division mécanique donne

un autre joint perpendiculaire à l'axe du cristal, mais moins sensible que les précédens. Ainsi la forme primitive est un prisme droit PMT (fig. 317), qui a pour base un parallélogramme obliquangle. Ce prisme représente la molécule soustractive dont il s'agit de déterminer les dimensions.

Pour y parvenir, je choisis la variété que je nomme *amphihexaèdre*, et que représente la figure 318. Je remarque d'abord que les faces M, T sont parallèles aux pans de la forme primitive, et que la face *r* est dans le sens du joint qui sous-divise cette forme diagonalement. Soit *un* (fig. 319) cette même forme; ayant mené *uk* perpendiculaire sur *dm*, je cherche le rapport entre cette ligne et *dk*, en prenant l'angle *udm* pour donnée. Cet angle, mesuré avec soin, se trouve un peu plus grand que 65^d. Pour faciliter la recherche dont il s'agit, j'ai recours à un procédé dont je fais souvent usage, lorsque l'angle que je me propose de déterminer approche de celui qui est donné par un rapport simple entre les côtés analogues à *uk* et *dk*, en sorte que ce dernier rapport m'est resté dans la mémoire.

Dans le cas présent, ce rapport est celui de 2 à 1, d'après lequel l'angle *kdu* est de $63^d \frac{1}{2}$. Cet angle étant trop petit, j'essaie le rapport de $\sqrt{5}$ à 1, d'où je déduis pour l'angle cherché $65^d 54'$, qui est sensiblement trop fort. J'en conclus que le vrai rapport est entre celui de $\sqrt{4}$ à 1 et celui de $\sqrt{5}$ à 1. Doublant les termes de ces deux rapports, pour avoir

un intermédiaire, j'ai, d'une part, $\sqrt{8}$ à $\sqrt{2}$, et de l'autre $\sqrt{10}$ à $\sqrt{2}$. J'essaie l'intermédiaire $\sqrt{9}$ à $\sqrt{2}$, qui me donne l'angle de $64^d\ 46'$, un peu trop faible. Je triple les termes des deux rapports, et j'ai $\sqrt{15} : \sqrt{3}$ et $\sqrt{12}$ à $\sqrt{3}$, avec les deux intermédiaires $\sqrt{14}$ à $\sqrt{3}$ et $\sqrt{13}$ à $\sqrt{3}$; le premier donne $65^d\ 10'$; je m'en tiens à ce rapport, dont le résultat s'accorde sensiblement avec l'observation. Dans le même cas, l'incidence de M sur T est de $114^d\ 50'$.

Maintenant, mon but est de déterminer le rapport entre les côtés C, B (fig. 319), en nombres rationnels, pour faciliter les calculs relatifs aux décroissemens sur les différentes parties du noyau. Soit *dulm* (fig. 320) le même parallélogramme que figure 319. Je mène la diagonale *mu*, puis *dg* parallèle à *mu*, et prolongée jusqu'à la rencontre de *gu*.

La face *r* (fig. 318) étant parallèle au joint naturel qui sous-divise diagonalement la forme primitive, l'angle *gdm* (fig. 320) sera égal à l'incidence de M sur *r* (fig. 318). Or, la mesure mécanique donne pour cette incidence un peu plus de 116^d. Je suppose, pour un instant, qu'elle ait exactement cette valeur; j'aurai donc $umd = 64^d$ (fig. 320), et $dum = 50^d\ 50'$. La demi-somme des angles $dmu + dum$ sera donc de $57^d\ 25'$, et leur demi-différence sera de $6^d\ 35'$. Je fais cette proportion,

$$du + dm : du - dm :: \text{tang}\ 57^d\ 25' : \text{tang}\ 6^d\ 35'.$$

Retranchant le logarithme du quatrième terme de celui du troisième, j'ai pour différence celui de 13,56 à peu près. Je substitue 14 à ce nombre. Dans cette hypothèse,

$$du + dm : du - dm :: 14 : 1,$$

et la proportion devient, en laissant le quatrième terme inconnu,

$$14 : 1 :: \text{tang}\, 57^d\, 25' : \text{tang}\, \frac{d}{2}.$$

Je trouve $\frac{d}{2} = 6^d\, 23'$, d'où je conclus que l'angle $dmu = 63^d\, 48'$, et que l'angle $gdm = 116^d\, 12'$, ce qui s'accorde avec l'observation citée plus haut. Il suit de là que

$$du \text{ (fig. 319)} : dm :: 15 : 13 :: B : C.$$

Il reste à déterminer, de même en nombres rationnels, le rapport entre C et G, ou entre B et G. Je choisis le second. J'ai besoin, pour le trouver, d'une donnée qui me sera fournie par les positions des faces n, n' (fig. 318). Je remarque que l'intersection γ de la face n avec la face r est perpendiculaire sur l'arête ϑ; d'où je conclus que la face n résulte d'un décroissement ordinaire sur l'angle udm (fig. 319), ou E (fig. 317). Soit $\gamma\varepsilon\delta$ (fig. 321) le triangle mensurateur; si je mène de (fig. 319) perpendiculaire sur la diagonale mu, et si je suppose que le décroissement ait lieu par une rangée, $\gamma\varepsilon$

(fig. 321) sera à $\varepsilon\delta$ :: de (fig. 319) : dz ou G. Faisant $du = 15$ et $dm = 13$, conformément à ce que j'ai trouvé ci-dessus, je cherche l'expression du logarithme de de. Or, $de = \frac{uk \cdot dm}{um}$, $uk = 15\sqrt{\frac{14}{17}}$,

$$dm = 13,\ r : \sin umd = \sin 63^d\ 48' :: um : uk,$$

ce qui me donne

$$\log um = 1{,}1810133.$$

Substituant à uk, dm et um leurs logarithmes, j'ai

$$\log de = 1{,}0668609.$$

Maintenant, la mesure mécanique ayant donné sensiblement $125^d\ 30'$ pour l'incidence de n sur r (fig. 318), il en résulte que dans le triangle mensurateur (fig. 321), l'angle $\delta\gamma\varepsilon$ est à peu près de $35^d\ 30'$. Or, l'angle de $35^d\ 16'$, qui en diffère peu, est un de ceux qui se présentent souvent sur les cristaux ; par exemple, il est la moitié du petit angle du rhombe, dans le dodécaèdre rhomboïdal, et de la plus petite incidence des faces de l'octaèdre régulier, et le rapport entre son sinus et son cosinus est celui de 1 à $\sqrt{2}$, en sorte qu'on l'a toujours présent à l'esprit. En l'adoptant, dans le cas présent, et en se rappelant que le logarithme de de (fig. 319) est 1,0668609, on trouve pour le logarithme de dz 0,9208187, qui répond à peu près à $8 + \frac{1}{4}$; mais ce nombre étant un peu trop faible, parce que j'ai supposé $\delta\gamma\varepsilon$ (fig. 321) $= 35^d\ 16'$, je

lui substitue $8 + \frac{1}{3}$, ou $\frac{25}{3}$. L'angle $\delta\gamma\varepsilon$ qui s'en déduit est alors de $35^d\ 32'$, et l'incidence de *n* sur *r* (fig. 318) est de $125^d\ 32'$, conformément à l'observation.

J'aurai donc

$$du \text{ (fig. 319) est à } dz \text{ ou } mn :: 15 : \tfrac{25}{3} :: 9 : 5.$$

J'ai eu d'ailleurs

$$du : dm :: 15 : 13, \quad \text{et} \quad uk : dk :: \sqrt{14} : \sqrt{3},$$

ce qui suffit pour être en état de déterminer les résultats de tous les décroissemens sur les différentes parties du noyau.

120. J'ajouterai ici les descriptions de deux autres variétés du même minéral.

La première, que représente la figure 322, et que j'ai nommée *épidote sexquadridécimal*, se trouve dans le département de l'Isère, en cristaux d'un petit diamètre et d'une forme alongée, qui, dans une partie des morceaux, passent à la forme aciculaire.

Son signe est $\underset{T}{T}\underset{M}{M}\,{}^{1}\underset{r}{G}\,{}^{1}\underset{o}{\overset{1}{C}}\underset{z}{\overset{1}{B}}\underset{e}{\overset{\frac{1}{2}}{E}}\ \underset{P}{P}$. Voici les mesures de ses principaux angles. Incidence de M sur T, $114^d\ 50'$; de M sur *o*, $121^d\ 28'$; de M sur *r*, $116^d\ 12'$; de T sur *z*, $124^d\ 15'$; de M sur P, 90^d; de *e* sur *r*, 145^d.

La seconde variété, qui est très rare, a été découverte à Arendal, en Norwége, où ses cristaux sont d'un volume plus ou moins considérable. Le plus gros de ceux qui sont dans ma collection a

5 centimètres (environ 20 lignes) de hauteur, sur une épaisseur de 3 centimètres (environ 13 lignes); mais on en a trouvé de beaucoup plus volumineux. On voit (figure 323) la projection de leur forme.

Ces cristaux, ainsi que d'autres du même pays, qui offrent des variétés différentes, avaient été rangés, par les premiers observateurs, sous le nom d'*akanticone* (*pierre de serin*), tiré de la ressemblance entre la couleur jaune verdâtre de leur poussière, et celle du plumage de cet oiseau. L'examen de leur structure me les fit reconnaître pour une nouvelle variété d'épidote, et ce rapprochement est aujourd'hui généralement adopté.

Le signe de la variété à laquelle ils appartiennent est $${}^{1}G\,{}^{1}G\,{}^{2}G\,{}^{4}MT\,{}^{2}G\overset{1}{E}\overset{\frac{1}{2}}{C}\overset{1}{C}\overset{1}{A}\overset{\frac{1}{2}}{B}\overset{1}{B}E\,{}^{\frac{1}{2}}E^{2}$$ (1).
r s i M T *l n h o d u z q y*

Cette variété, dont la surface est un assemblage de 48 faces, 18 pour chaque sommet, et 12 pour la partie moyenne, naît du concours de douze lois de décroissement, dont les effets se combinent avec les pans M, T de la forme primitive. C'est la plus composée qui ait été observée jusqu'ici, et cette espèce de *maximum* sert à mieux faire ressortir la simplicité qui règne dans l'ensemble de ces lois, que l'on

(1) Le signe $E^{\frac{1}{2}}$ est l'équivalent, sous une forme plus simple, de celui que j'avais adopté dans mon Traité, et qui exprimait un décroissement intermédiaire sur les angles E, E' (fig. 317) de la base.

croirait avoir été choisies parmi celles vers lesquelles la cristallisation semble être entraînée de préférence, par cette même simplicité, et dont les résultats s'offrent de toutes parts dans les formes ordinaires.

121. Les exemples qui précèdent me paraissent suffire pour donner une idée des principes sur lesquels est fondée la méthode qui en est le sujet, et de la marche qu'elle doit suivre pour arriver à son but. Il me reste à exposer diverses considérations qui, je l'espère, répandront un nouveau jour sur ce que j'en ai dit et achèveront de la motiver.

J'expliquerai d'abord en quoi consiste l'artifice de la méthode. Les rapports qui portent le caractère de simplicité auquel on reconnaît les points fixes d'où part la théorie, se montrent par intervalles dans la série de ceux que donnent les divers angles qui sous-divisent la circonférence. Si un de ces rapports simples se trouve à une assez petite distance du rapport compliqué auquel conduit la valeur de l'angle qui a été mesuré immédiatement à l'aide du goniomètre, pour que la différence entre cet angle et celui qui dérive du rapport compris dans la série paraisse susceptible d'être négligée, je substitue ce dernier rapport à celui qu'a donné la mesure mécanique.

Quelquefois, au-delà de ce rapport, on en rencontre un autre qui n'en est pas éloigné, et qui, considéré en lui-même, satisfait à la condition exigée. Mais ordinairement l'angle dont il dépend diffère assez de celui que donne le premier rapport, pour

qu'on ne soit pas exposé à prendre un terme fixe pour l'autre. Je vais en citer un exemple que je tirerai du quarz. Je reprends le rapport $\sqrt{149}$ à $\sqrt{240}$, qui dérive de la mesure trouvée par M. Malus, pour l'inclinaison de chacune des faces de la pyramide sur la base. J'ajoute d'abord une unité à 149, pour avoir le nouveau rapport $\sqrt{15}$ à $\sqrt{24}$. J'ajoute de même une unité à 24, et j'arrive au rapport $\sqrt{15}$ à $\sqrt{2}$, ou $\sqrt{3}$ à $\sqrt{5}$, qui ne diffère que de $\frac{1}{25}$ en plus, du rapport $\sqrt{5}$ à $\sqrt{8}$, et qui est même plus simple. J'en déduis l'inclinaison qui correspond à celle dont j'ai parlé, et je trouve qu'elle est de $142^{d}\ 14'$, au lieu de $141^{d}\ 40'$, c'est-à-dire qu'elle en diffère de $34'$ en plus. Or, cette différence étant de celles qui ne peuvent échapper au goniomètre, j'en conclus que le véritable point fixe est le rapport de $\sqrt{5}$ à $\sqrt{8}$.

Je me propose maintenant de faire voir que les diverses applications de la théorie, telle que je la conçois, aux différens cas que l'on peut considérer dans la détermination des molécules intégrantes et de tout ce qui en dérive, ont leur source dans cette idée si satisfaisante et si vraie, qu'en général la nature tend vers l'uniformité et la simplicité. Les rapports entre les dimensions des formes limites possèdent éminemment cette dernière propriété. Les points fixes qui représentent ceux dont les autres formes dépendent la font reparaître; et dans les cas où ces formes sont prismatiques, un autre genre de simpli-

cité, savoir, celui qui naît des lois de décroissement prises dans leur ensemble, se présente pour compléter la détermination des rapports dont il s'agit.

J'ajoute que les lois de décroissement elles-mêmes, lorsqu'elles ne sont pas indiquées par l'aspect de la forme, peuvent être déterminées avec certitude d'après la raison de la plus grande simplicité. Ainsi en mesurant, à l'aide du goniomètre ordinaire, l'inclinaison respective des pentagones du fer sulfuré dodécaèdre à la rencontre de leurs bases, je trouve qu'elle approche beaucoup d'être égale à 127^{d}. De plus, le calcul m'apprend que dans l'hypothèse où le décroissement qui produit ces pentagones aurait lieu par deux rangées en largeur sur les bords du cube primitif qui leur servent de lignes de départ, l'inclinaison dont il s'agit serait de $126^{d} 52' 12''$; j'en conclus que cet angle est celui de la nature, et la théorie me donne la valeur exacte de cette petite différence de $7' 48''$, que l'instrument ne peut saisir.

Je vais citer un autre exemple que je tirerai de la loi de décroissement qui donne les faces r, r' (fig. 302) de la variété d'étain oxidé qui m'a servi pour déterminer l'angle fondamental de l'octaèdre primitif de ce minéral. Nous pouvons, pour plus de simplicité, substituer à l'octaèdre primitif, comme noyau hypothétique, le prisme symétrique dont la base coïnciderait avec celle qui est commune aux deux pyramides dont cet octaèdre est l'assemblage; d'où il suit que les pans coïncideraient avec ceux qu'indiquent

les lettres *l*, *l* (fig. 302). Soit *abcd* (fig. 324) la coupe transversale de ce prisme. Dans notre hypothèse, les faces *r*, *r'* (fig. 302) résulteront d'un décroissement sur les arêtes longitudinales qui passent par les points *a*, *b*. Soient *arn*, *bfo*, les triangles mensurateurs relatifs a ce décroissement, auquel cas l'angle *anr* ou *bof* mesurera la moitié de l'incidence de *r* sur *r'*. M. Phillips indique pour cette incidence 126^d 45', dont la moitié, 63^d 22' 30", est la mesure de l'angle *anr*, ou *bof*. Si la mesure est exacte, les nombres de rangées soustraites en largeur et en hauteur doivent être entre eux comme le sinus de 63^d 22' 30" est au cosinus. Je trouve que le rapport entre l'un et l'autre est celui des nombres 89389, 44828, abstraction faite des secondes. Comparant ces nombres, je m'aperçois que leur rapport ne diffère presque pas de celui de 2 à l'unité. J'en conclus que ce rapport est le véritable. J'en déduis l'incidence de *r'* sur *r*, qui se trouve être de 127^d 52' 16", et qui diffère de 7' 12" en plus, de celle qui a été indiquée par M. Phillips. J'observe que cette différence, qu'il est indispensable de négliger, est plus que le double de celle que j'ai cru pouvoir regarder comme nulle, pour ramener à une limite fixe le rapport entre *cs* et *cm*. La mesure mécanique semble se tourner ici contre elle-même.

122. Dans cet exemple, et dans ceux qui précèdent, je n'ai fait autre chose que me conformer à la marche générale des sciences physiques. Nos expériences ne sont jamais rigoureuses. Mais nous sommes

d'autant mieux fondés à les regarder comme décisives, lorsqu'elles ne donnent que de légères différences avec les résultats de nos théories, qu'on aurait plutôt lieu d'être surpris qu'elles n'en donnassent aucune.

Lorsque le célèbre Coulomb fit les belles expériences à l'aide desquelles il démontra que les forces électriques et magnétiques suivaient la raison inverse du carré de la distance, les expressions numériques de ces forces, déduites des moyens mécaniques qu'il employait pour les mesurer, ne représentaient jamais bien exactement la loi à laquelle il supposait que ces mêmes forces étaient soumises. Mais elles la touchaient de si près, qu'il avait droit de rejeter la différence sur les petites erreurs inséparables de l'observation. Ainsi, dans une expérience relative au magnétisme, où la mesure des forces dépendait du carré du nombre d'oscillations que faisait, en 60″, une aiguille aimantée suspendue librement, et placée successivement à deux distances du centre d'action d'un barreau aimanté, dont l'une était double de l'autre, il observa que les nombres d'oscillations correspondantes étaient l'un de 41 et l'autre de 24 et quelque chose. Or, pour que les carrés de ces nombres, déduction faite du carré de 15 qui représentait l'action du globe sur l'aiguille, fussent entre eux dans le rapport inverse du carré des distances, il fallait supposer que l'aiguille, dans sa seconde position, faisait 24 oscillations plus $\frac{27}{100}$, à très peu près.

Le calcul donnait ainsi la valeur précise d'une correction que l'observation laissait dans le vague.

On dira que le véritable résultat se présentait ici de lui-même, à la suite de la loi de la gravitation universelle, qui est la grande loi de la nature. Mais on ne peut douter que l'affinité, quoique sa manière d'agir nous échappe encore, dans l'état actuel de nos connaissances, ne soit aussi soumise à des lois également simples et constantes. Or, ce sont ces mêmes lois qui, en déterminant l'arrangement et les fonctions mutuelles des principes qui composent les molécules intégrantes, donnent naissance aux rapports entre les dimensions respectives de ces dernières, et c'est une raison de croire que la simplicité qui les caractérise a dû laisser son empreinte sur les rapports dont il s'agit.

En admettant donc que la méthode que je propose s'accorde avec la marche de la nature, on concevra aisément que le goniomètre ordinaire doit suffire pour les mesures mécaniques, qui se réduisent à de simples tâtonnemens autour des points fixes que l'on cherche. Mais j'avouerai, si l'on veut, la supériorité des instrumens qui ont été employés par des savans distingués pour mesurer, à l'aide de la réflexion, les angles des formes cristallines. Supposons que divers observateurs exercés à ce genre d'opérations, qui exige beaucoup de temps et une grande adresse, aient entrepris de déterminer chacun de leur côté le même angle fondamental sur des cristaux qui appar-

tiennent à une espèce récemment découverte. Il est certain que les résultats de leurs mesures différeront plus ou moins les uns des autres. De plus, ils seront forcés de négliger quelque chose, pour déduire de ces résultats des rapports entre les dimensions de la molécule, qui aient la forme convenable pour être employés à manier la théorie relative aux formes secondaires; et s'ils déterminent à volonté, et comme par aperçu, la quantité qu'ils croient pouvoir se permettre de négliger, ils n'auront évité un inconvénient que pour tomber dans un autre qui ne sera pas moindre. Supposons, au contraire, qu'ils se dirigent d'après la méthode qui me paraît être la seule admissible, tous leurs résultats, qui jusqu'alors étaient pour ainsi dire errans, viendront se rallier autour de ce point fixe qu'il leur sera facile de reconnaître, en sorte qu'ils paraîtront s'être concertés sur la manière d'arriver à une théorie uniforme. Si ce point fixe, tel que je le conçois, n'est pas le véritable, et s'il en existe un autre qui me soit inconnu, c'est aux savans qui ont publié les résultats des observations faites à l'aide de la *réflexion*, qui jusqu'à présent ont dû être laissés intacts, à compléter leur ouvrage et à en déduire eux-mêmes les données nécessaires pour la solution des problèmes qui en dépendent. Mais ce que je crois pouvoir assurer, c'est que ces données laisseront subsister le fond de la théorie; qu'elles n'apporteront aucun changement aux tableaux des signes représentatifs tracés d'après

les lois auxquelles est soumise la structure; qu'elles ne feront enfin que déplacer un peu le terme d'où la théorie devra partir, et qu'elle a dès maintenant tout ce qu'il lui faut pour arriver par une route également sûre et facile à son but principal.

Réflexions sur la mesure des angles du rhomboïde primitif de la chaux carbonatée.

123. Dans toutes les descriptions que renferme cet ouvrage des diverses formes cristallines que j'ai choisies pour y appliquer les lois de la structure, j'ai indiqué les incidences mutuelles des faces que présentent ces formes, telles que je les ai déduites des résultats les plus précis que j'aie pu obtenir à l'aide du goniomètre ordinaire. Une bonne partie de ces résultats comparés à ceux qu'avait donnés le goniomètre à réflexion, se sont trouvés d'accord avec eux, à une petite différence près, qu'il a fallu négliger pour avoir des rapports simples entre les dimensions des molécules intégrantes. En cela je me suis conformé à l'usage reçu dans les sciences physiques.

Mais il est une substance minérale dont la forme primitive soumise aux mesures de l'instrument que je viens de citer, a donné une différence trop sensible avec la limite à laquelle j'étais parvenu, pour qu'il semble être permis de la négliger, et l'inconvénient qui résulte de ce défaut d'accord pourra être jugé d'autant plus grave qu'il s'agit de la chaux car-

bonatée, c'est-à-dire du minéral dont les formes variées prouvent beaucoup plus que celles d'aucun autre la fécondité de la cristallisation. Que l'on me permette de raconter ici la manière dont j'ai été conduit à cette limite, et d'exposer les divers résultats qui depuis ont paru concourir à en motiver l'adoption.

En divisant des cristaux de la variété de chaux carbonatée que j'ai nommée *prismatique*, pour en extraire leur noyau rhomboïdal, j'observai que chacun des joints naturels qui interceptaient trois arêtes prises alternativement sur le contour de la base était incliné sensiblement de la même quantité, tant sur cette base que sur le pan adjacent. Par une suite nécessaire, la demi-perpendiculaire sur l'axe du rhomboïde était égale au tiers de cet axe, c'est-à-dire que l'on avait $\sqrt{\frac{1}{3}g^2} = \frac{1}{3}\sqrt{9p^2 - 3g^2}$, d'où l'on tire $g : p :: \sqrt{3} : \sqrt{2}$. Il résultait encore de là que le cosinus de l'angle égal à la plus petite incidence des faces du rhomboïde était exactement un quart du rayon, ce qui donnait $75^d 31' 20''$ pour cette incidence, et $104^d 28' 40''$ pour la plus grande. Dans le même cas, l'angle obtus du rhombe était de $101^d 32' 4''$, et l'angle aigu de $78^d 27' 56''$.

Ainsi la détermination géométrique du rhomboïde se rapportait à une limite dont l'existence s'accordait avec un principe admis par les diverses sciences qui ont pour objet l'étude de la nature. Il consiste en ce que deux quantités sont censées être rigoureusement

égales, lorsque l'observation ne donne entre elles aucune différence appréciable; et s'il m'est permis d'employer ici une de ces comparaisons qui rapprochent les extrêmes, je dirai qu'il en était de ces deux inclinaisons égales des faces du rhomboïde sur un plan horizontal et sur un plan vertical, comme des durées des deux moyens mouvemens de rotation et de révolution de la lune, dont l'égalité, regardée comme absolue par les géomètres et par les astronomes, sert comme de point fixe dans les calculs relatifs à l'Astronomie.

Les mesures prises un grand nombre de fois, à l'aide du goniomètre, par des hommes très exercés et par moi, sur des rhomboïdes dits *spaths d'Islande*, d'une forme très nettement prononcée, ont paru confirmer l'incidence de $104^d \frac{1}{2}$ entre les faces les plus inclinées l'une sur l'autre. J'ajoute une considération dont on verra bientôt le but. C'est que la manière d'opérer avec cet instrument est directe, et d'une précision plus que suffisante pour indiquer une différence d'un demi-degré. On a de plus cet avantage, qu'en faisant mouvoir le point de concours des alidades de l'instrument le long de l'arête comprise entre les faces dont on cherche l'incidence, on est le maître de choisir parmi les portions de surface adjacente à cette arête celles qui par leur poli et par leur niveau se prêtent le mieux à l'exactitude du contact avec les alidades.

Les résultats qui depuis amenèrent successivement

la découverte de plusieurs propriétés remarquables que j'ai fait connaître précédemment, et qui dépendent de cette même limite, comme celles qui ont lieu dans le dodécaèdre métastatique, dans le rhomboïde inverse, dans le contrastant comparé à l'équiaxe, etc., donnèrent une nouvelle force à l'opinion qu'elle avait été tracée par la nature elle-même.

Cependant, un an après la publication de mon Traité, c'est-à-dire en 1802, M. Wollaston, auquel on est redevable des recherches qui ont constaté l'existence de la loi d'Huyghens, relativement à la double réfraction, ayant mesuré, à l'aide de l'ingénieux instrument dont il est l'inventeur, les angles des rhomboïdes calcaires qui avaient servi à ses expériences, indiqua $105^d\ 5'$ pour la plus grande incidence de leurs faces. Huit ans après, un travail très intéressant sur le même sujet, conduisit M. Malus à déterminer la même incidence, au moyen du cercle répétiteur, en employant la réflexion des images sur les faces des rhomboïdes, et son résultat fit reparaître l'angle de $105^d 5'$, déjà trouvé par M. Wollaston (1).

On ne douta pas que cet angle ne fût le véritable,

---

(1) M. Biot a publié dans les Annales de Chimie et de Physique (tom. XIV, 1820) un Mémoire sur les propriétés optiques de la chaux carbonatée magnésifère, où il annonce qu'il a trouvé également $105^d\ 5'$ pour la mesure de l'incidence dont il s'agit.

et malgré toutes les probabilités que la première mesure avait en sa faveur, on regarda la nécessité de l'abandonner, comme un sacrifice commandé par la science. Je pense que cette sorte d'arrêt prononcé contre la mesure dont il s'agit provient de ce qu'on n'y a vu qu'un résultat isolé d'observation, et je vais prouver, en la considérant relativement à l'ensemble dont elle fait partie, que les conséquences qui paraissent tendre à l'écarter ne vont pas, à beaucoup près, aussi loin qu'on serait tenté de le croire.

J'observe d'abord que la mesure donnée par la réflexion, outre qu'elle dérive d'un moyen indirect, n'a pas un caractère de limite, et ne peut être regardée que comme approximative. De toutes les manières de la représenter, à l'aide du rapport entre les diagonales du rhomboïde calcaire, la plus simple est celle qui donne pour ce rapport $\sqrt{\frac{111}{73}}$, et encore l'angle qui en résulte est-il plus fort d'environ 12″ que celui de 105ᵈ 5′. On voit qu'il suffirait d'ajouter une unité au dénominateur de la fraction, pour qu'elle devînt égale à $\sqrt{\frac{3}{2}}$, qui est la valeur à laquelle j'étais parvenu. Dans la même hypothèse, le sinus de la plus petite incidence des faces du rhomboïde est les $\frac{19}{73}$ du rayon, au lieu de $\frac{1}{4}$ que donne la limite à laquelle se rapporte ma mesure (1).

(1) Le rapport $\frac{19}{73}$ se change en celui de $\frac{1}{4}$, par le retranchement d'une unité à chacun de ses deux termes.

J'ai désiré de savoir jusqu'où iraient les différences entre les angles des cristaux secondaires qui se déduisent des deux rapports, dans la supposition où on laisserait subsister la même simplicité dans les lois de décroissement, et j'ai été en quelque sorte surpris de voir à quel point ces rapports convergeaient l'un vers l'autre, en passant dans la plupart des résultats de ces lois. Une des plus fortes différences est celle qu'a donnée le rhomboïde inverse, dans lequel la plus grande incidence, d'après la nouvelle mesure, est de 101^d 8′ 56″, au lieu de 101^d 32′ 13″ que j'avais annoncé, c'est-à-dire qu'elle est plus faible de 23′ 17″ en moins (1). Dans le rhomboïde contrastant, l'incidence est de 114^d 10′ 2″, toujours en partant de la nouvelle mesure, au lieu de 114^d 18′ 56″; différence en moins, 8′ 54″. Dans le dodécaèdre métastatique, l'une des incidences est de 144^d 24′ 16″, et l'autre de 104^d 37′ 52″, au lieu de 144^d 20′ 26″ et 104^d 28′ 40″; différences en plus, 3′ 50″ d'une part, et 9′ 12″ de l'autre. Dans le dodécaèdre qui a pour

(1) Dans la variété équiaxe, la différence primitive subsiste tout entière, par une suite de ce que les faces du rhomboïde qu'elle présente sont posées sur les arêtes du noyau. Leur plus grande incidence, d'après la nouvelle mesure, est de 134^d 57′ 9″, au lieu de 134^d 25′ 38″, que j'avais indiqué, c'est-à-dire qu'elle est plus forte de 31′ 13″. J'ai mesuré cette incidence sur des rhomboïdes d'une forme bien prononcée, et elle m'a paru se rapprocher beaucoup plus de 134^d $\frac{1}{2}$ que de 135^d.

signe $\overset{\frac{3}{2}}{D}$, et qui se rencontre fréquemment parmi les variétés de forme de la chaux carbonatée, les deux incidences sont l'une de $134^d 27' 36''$, et l'autre de $109^d 1' 20''$, au lieu de $134^d 25' 2''$, et $108^d 56' 2''$; différences en plus, $2' 34''$ et $5' 18''$. Dans la variété paradoxale les incidences sont de $92^d 9' 22''$ et $153^d 15' 40''$, au lieu de $92^d 3' 10''$ et $153^d 14' 4''$; différences en plus, $6' 12''$ et $1' 36''$. Enfin, dans le dodécaèdre de la variété euthétique, auquel appartiennent les faces ν, ν, l'une des incidences est de $152^d 28' 48''$, et l'autre de $88^d 56' 30''$, au lieu de $152^d 28' 22''$ et $88^d 55' 8''$; différences en plus, $26''$ et $1' 22''$.

Nous pouvons maintenant comparer les deux déterminations, relativement à leur véritable objet, savoir, leurs applications aux formes cristallines qui en dérivent. Dabord, leur diversité n'a aucune influence sur les résultats des lois de la structure. Quelle que soit celle des deux mesures dont on parte pour soumettre ces lois au calcul, le tableau des signes représentatifs reste le même. Par une suite nécessaire, les différences entre les angles trouvés de part et d'autre sont trop légères pour qu'il ne soit pas toujours facile de reconnaître, en se servant du goniomètre ordinaire, à quelle variété appartiendrait un cristal de chaux carbonatée qui s'offrirait pour la première fois. Les petites déviations accidentelles dont les cristaux sont susceptibles occasionnent des différences plus grandes que celles

dont il s'agit, ce qui n'empêche pas qu'on ne puisse rapporter ces cristaux aux variétés dont ils présentent les formes.

La mesure donnée par le goniomètre à réflexion est un titre d'exclusion pour les variétés métastatique, inverse, contrastante, et autres, qui offrent des propriétés géométriques si remarquables, lorsqu'on prend dans un sens rigoureux les noms de ces variétés. Si l'on cherche les lois de décroissement dont elles dépendent, dans l'hypothèse de cette mesure, on trouve que le signe de la variété métastatique est $\underset{D}{\frac{73}{38}}$, celui de l'inverse $\underset{e}{\frac{46}{19}}$, celui du contrastant considéré comme inverse de l'équiaxe $\underset{e}{\frac{83}{56}}$, etc., toutes lois que leur complication rend inadmissibles, par une suite de celle qui existe dans le rapport fondamental $\sqrt{\frac{111}{73}}$. Mais, en supposant que ce rapport soit le véritable, il ne faut que le modifier légèrement pour qu'il se change en celui de $\sqrt{\frac{3}{2}}$, d'où résultent, par des lois très simples, des formes qui touchent de si près celles où les propriétés dont il s'agit existeraient sans aucune altération, qu'elles sont censées les représenter.

Newton, comme l'on sait, assimile les rapports des espaces qu'occupent les couleurs prismatiques à ceux des tons de la gamme dans le mode mineur, et il suppose que les premiers sont proportionnels aux différences des sinus de réfraction des rayons

diversement colorés, ce qui n'a lieu que d'une manière approximative : aussi Newton ajoute-t-il que c'est sans erreur sensible (*sine errore sensibili*). Ceci s'applique, jusqu'à un certain point, aux résultats qui dérivent du rapport dont j'ai parlé; ils ne sont pas rigoureux, mais la quantité dont ils diffèrent des véritables peut être regardée comme insensible.

Maintenant, si l'on réfléchit combien sont simples, faciles et expéditifs les calculs relatifs aux déterminations des variétés secondaires, dans l'hypothèse du rapport $\sqrt{\frac{3}{2}}$ pour les diagonales, ou $\frac{1}{4}$ pour l'expression du cosinus du petit angle saillant, et combien au contraire ils deviennent longs, compliqués et pénibles, dans l'hypothèse où les quantités correspondantes sont $\sqrt{\frac{111}{12}}$ et $\frac{19}{73}$, et si l'on ajoute que l'inconvénient de celles-ci tombe sur une substance qui fournit à la méthode une multitude de formes dont le nombre augmente de jour en jour, on concevra qu'il faut y regarder de bien près avant d'admettre des quantités qui d'ailleurs ne peuvent passer que pour approximatives; et l'on a même lieu de s'étonner qu'elles fassent exception à tant d'autres, et ne puissent être ramenées comme elles à des limites qui ne soient pas susceptibles de plus ou de moins, au moyen d'une de ces corrections qui font disparaître des différences assez légères pour qu'on ait droit de les imputer aux erreurs inséparables de l'observation.

Au reste, je sens toute la force du préjugé que

tendent à faire naître contre ma mesure, et le degré de justesse que l'on a cru avoir droit d'attendre des instrumens qui en ont donné une différente, et l'habileté des mains qui les ont maniés. Aussi, tout ce que je prétends conclure de la discussion précédente, c'est qu'en adoptant le rapport $\frac{19}{73}$, auquel ont conduit les instrumens dont je viens de parler, on devrait au moins lui associer le rapport $\frac{1}{4}$, pour la détermination des propriétés qui en dérivent. Elles paraîtraient déjà dignes d'attention par elles-mêmes, quand elles n'existeraient qu'en conception, et se seraient présentées à un géomètre dans le cours de ses recherches (1); à plus forte raison méritent-elles, ce me semble, d'intéresser, lorsque l'observation nous les montre réalisées au moins sensiblement, et comme personnifiées dans les résultats du travail de la nature.

J'ai donné à cet article tout le développement que m'a paru exiger l'importance que des savans justement célèbres ont attachée au point de Cristallographie que j'y discute. Je désire que les considérations qu'il renferme soient jugées d'ailleurs assez instructives par elles-mêmes pour me faire pardonner d'y avoir passé les bornes que le sujet semblait devoir me prescrire.

---

(1) C'est le jugement qu'en ont porté des savans d'un mérite très distingué.

Des arrondissemens qu'ont subis les formes d'un grand nombre de cristaux, par des causes accidentelles.

124. Les cristaux dont les molécules à mesure qu'elles se séparaient du liquide dans lequel elles étaient suspendues, ont obéi librement aux lois de l'affinité qui les sollicitait à se réunir, sont tous terminés par des faces parfaitement planes, et dont les inclinaisons mutuelles sont constantes dans tous ceux qui appartiennent à une même variété. Les inflexions et les courbures qui modifient les formes d'un grand nombre de ces corps sont dues à des causes accidentelles qui ont altéré l'ordre de la structure, et en cela comme à beaucoup d'autres égards, les minéraux diffèrent des êtres organiques, dans lesquels les contours et les arrondissemens sont une suite de l'organisation elle-même, et contribuent à l'élégance de la forme, au lieu que dans les minéraux sa perfection est caractérisée par la ligne droite qui en détermine l'aspect symétrique.

Les courbures dont je viens de parler n'affectent quelquefois que certaines parties des cristaux. Telles sont celles qui ont lieu dans les émeraudes que j'appelle *cylindroïdes*, parce que leur forme se rapproche du cylindre par l'arrondissement qu'a subi sa surface latérale et par le niveau de sa base qui est perpendiculaire à l'axe. Mais dans d'autres cristaux les arrondissemens s'étendent à la forme entière, et

c'est ce qui a lieu en particulier dans le diamant, dont une des variétés les plus ordinaires offre l'aspect d'un solide terminé par quarante-huit faces bombées. On trouve aussi des cristaux de chaux carbonatée dont la surface est composée de six faces curvilignes qui répondent à celles du rhomboïde primitif. Tout le monde connaît les cristaux du même minéral que l'on appelle *lenticulaires*, et qui dérive du rhomboïde équiaxe dont les bords latéraux se sont arrondis en même temps que les faces latérales ont pris de la convexité.

Les altérations de niveau dont je viens de parler ont lieu plus sensiblement dans certains individus que dans les autres, en sorte qu'il y a une gradation d'intermédiaires entre la forme originale dont toutes les faces sont parfaitement planes, et celle qui est arrondie dans tous les sens. Par exemple, dans le passage du rhomboïde équiaxe à la variété lenticulaire, on trouve des cristaux sur lesquels l'arrondissement se borne aux arêtes latérales, et laisse subsister les trois faces planes qui se réunissent autour de chaque sommet.

Ce n'est qu'en suivant la gradation dont je viens de parler, dans les cristaux qui en présentent successivement les différens termes, que l'on peut se faire une juste idée des formes dans lesquelles existe, pour ainsi dire, le *maximum* d'altération, et en donner une description aussi exacte que le comporte le sujet, en les ramenant à celle qui offre le type dont

elles dérivent. On fait à l'égard de ces cristaux à peu près la même chose que par rapport à ceux dont les faces sont planes, et que l'on considère comme étant composés d'un noyau qui est leur forme primitive, et qui occupe la partie située vers le centre, et d'une matière enveloppante limitée par des plans dont les positions respectives sont en relation avec celles des faces du noyau.

On aurait tort de croire que ces formes, qui s'écartent de la régularité de celles qu'on appelle *déterminables*, peuvent être négligées dans la description des espèces où on les rencontre, comme étant dues à de simples accidens, et susceptibles de varier à l'infini. Car outre qu'elles s'offrent souvent à nos observations, nous avons vu que leurs variations étaient renfermées entre certaines limites, et qu'elles avaient un type auquel elles pouvaient être rapportées. Aussi ont-elles été citées dans tous les Traités de Minéralogie. Seulement, les descriptions qui en ont été données manquent souvent de justesse, parce qu'on y a omis d'indiquer la relation qui lie chacune d'elles à la forme déterminable dont elle tire son origine.

Je me propose ici de prouver par deux exemples remarquables, l'utilité du genre d'étude dont je viens de parler, et même de faire voir que cette étude n'est pas étrangère à la théorie des lois auxquelles est soumise la structure des cristaux. Le premier exemple me sera fourni par le cuivre phosphaté, que j'ai choisi de préférence parmi d'autres espèces de sub-

stances métalliques, pour avoir en même temps l'occasion de faire connaître sa forme primitive, qui jusqu'ici n'a pas été décrite exactement. Je tirerai le second exemple d'une variété de chaux sulfatée qui est pareillement inconnue, et dont la forme, quoique arrondie, se prête à une application de la théorie qui m'a paru digne de quelque intérêt.

La forme primitive du cuivre phosphaté est un octaèdre rectangulaire (fig. 325) qui a cela de commun avec celui de l'arragonite et de quelques autres substances, que pour lui donner sa position naturelle, il faut le tourner de manière que l'arête G, qui est la plus longue de celles qui terminent la base commune des deux pyramides dont il est l'assemblage, soit dirigée verticalement, et la plus courte, savoir C, soit horizontale.

L'incidence de M sur M est de $109^d\ 28'$, celle de P sur M de $112^d\ 12'$, et celle de P sur P' de $98^d\ 12'$ (1). La première de ces incidences est la même que celle de deux faces adjacentes sur l'octaèdre régulier; la seconde n'en diffère que d'environ 3^d en plus, d'où l'on voït que si l'on se bornait à mesurer ces deux incidences sur les octaèdres du cuivre phosphaté, on serait d'autant plus porté à les regarder comme des

(1) Si du centre de l'octaèdre on mène une perpendiculaire sur l'arête G, une autre sur l'arête C, et une troisième ligne qui aboutisse à l'angle E, ces trois lignes seront entre elles dans le rapport des nombres $\sqrt{2}$, $\sqrt{3}$ et 2.

octaèdres réguliers que leur petitesse pourrait faire attribuer la différence donnée par la seconde mesure à une erreur d'observation. Mais l'inclinaison de P sur P′, qui n'est que d'environ 98^d, c'est-à-dire moindre de plus de 11^d que celle qui lui correspond sur l'octaèdre régulier, ne permet pas de les assimiler à celui-ci; parce qu'ils sont d'une forme très nettement prononcée, qui, malgré sa petitesse, exclut la possibilité d'une erreur aussi considérable que celle qui aurait eu lieu dans le cas présent; et d'ailleurs nous verrons bientôt que l'hypothèse de l'octaèdre régulier, comme forme primitive du cuivre phosphaté, est contraire à la loi de symétrie.

Supposons maintenant que la forme primitive qui vient d'être décrite ait subi un décroissement par une rangée sur l'arête C et sur son opposée. L'octaèdre se trouvera transformé en un prisme rhomboïdal, tel que le représente la figure 326. Ce résultat de cristallisation n'a pas encore été observé parmi les cristaux de cuivre phosphaté. Mais on trouve un certain nombre de ces cristaux qui présentent la forme que l'on voit figure 327, et qui est celle d'un prisme rhomboïdal droit, dont les pans sont curvilignes et les bases hérissées de saillies. Ce prisme provient visiblement d'une altération du précédent, qui a subi des arrondissemens dans ses parties latérales, et dont les bases sont oblitérées. Assez ordinairement les six faces qui le terminent ont des étendues à peu près égales; mais quelquefois il s'a-

longe d'une manière sensible parallèlement à son axe. Les prismes curvilignes dont il s'agit, vus à la loupe, paraissent être des assemblages de très petits cristaux de la même forme que l'on distingue aux saillies que présentent leurs parties extrêmes. On sait que ces sortes de groupemens sont l'indice d'une cristallisation précipitée.

Les premiers cristaux de cuivre phosphaté qui aient été observés, et qui venaient de Rheinbreitenbach, étaient semblables au prisme rhomboïdal à pans curvilignes que représente la figure 327. Les dimensions de leurs faces, qui étaient à peu près égales, leur donnaient de la ressemblance avec un rhomboïde peu obtus, et M. Karsten avait en vue cette ressemblance, lorsqu'il décrivait ces cristaux comme *des hexaèdres obliques, avec des faces convexes* (1).

J'avais moi-même rapporté la forme de ces cristaux au rhomboïde, dans mon Tableau comparatif (2), mais en ajoutant à ce mot le signe du doute, et dans la note relative au même minéral, je témoigne l'espoir que de nouvelles recherches nous en procureront des cristaux assez prononcés pour se prêter à des mesures précises (3).

---

(1) *Journal de Physique*, tom. LIII, pag. 350. Les savans étrangers désignent par le mot *hexaèdre* l'espèce de solide que je nomme rhomboïde.

(2) *Tableau comparatif*, page 92.

(3) *Ibid*, page 268.

La découverte qui a été faite plus récemment à Libethen, près de Schemnitz, des octaèdres primitifs que j'ai décrits d'abord, a réalisé cet espoir (1). La comparaison des cristaux curvilignes avec ces octaèdres exclut l'hypothèse du rhomboïde, et fait connaître que leur véritable type est le prisme droit que l'on voit figure 326. De plus, en examinant attentivement ces cristaux, on voit que leurs quatre faces latérales ont le même genre d'éclat, et que leurs bases raboteuses et ternes semblent être dans un cas particulier, ce qui achève d'écarter l'idée du rhomboïde, et vient à l'appui du rapprochement dont j'ai parlé. A l'égard des cristaux qui se sont alongés dans le sens de leur axe, ils offrent une preuve de plus en faveur de la même origine, puisque dans l'octaèdre primitif, d'où dérive le prisme qui est le type des mêmes cristaux, la plus grande dimension est, comme je l'ai dit, celle qui a lieu dans le sens de l'arête G (fig. 325).

J'ajoute que l'aspect de ce type indique évidemment que l'octaèdre qui est censé lui avoir donné naissance ne peut être celui qu'on appelle *régulier*,

---

(1) On a varié sur la nature de la substance minérale dont il s'agit ici. Mais M. Bucholz, qui en a fait l'analyse, l'a reconnue pour appartenir au cuivre phosphaté. On a confondu aussi avec le même minéral le cuivre carbonaté vert qui lui est associé, ce qui m'avait induit en erreur, à une époque où je ne connaissais pas encore le premier. (*Voyez* Jameson, *System of Mineralogy*, vol. III, p. 181.)

puisque dans cette hypothèse les lois de décroissement auraient dérogé à la loi de symétrie, en agissant solitairement sur les arêtes C, tandis que les autres qui leur sont identiques seraient restées intactes. Ainsi d'une part, l'octaèdre dont il s'agit ici sert comme d'interprète à la théorie, pour expliquer l'origine de ces formes arrondies, dont on ne pouvait avoir qu'une idée confuse lorsqu'on les voyait isolément; et d'une autre part, ces formes, ramenées à leur véritable aspect, offrent la confirmation des mesures prises sur l'octaèdre et des différences qu'elles avaient indiquées entre les inclinaisons respectives de ses faces.

Je viens maintenant au second exemple, qui est tiré d'une variété de chaux sulfatée dont la forme est celle d'un solide composé de deux cônes surbaissés réunis par leurs bases. Un de ces cônes est représenté figure 331.

Cette forme contraste d'une manière frappante avec celle de la variété trapézienne (fig. 328), dont elle tire cependant son origine (1), en sorte qu'elle ne conserve pas la plus légère trace de cette origine, au lieu que dans les cristaux curvilignes de cuivre phosphaté, on démêle certains traits de ressemblance avec leur type, à travers les altérations qui le dé-

(1) Le signe représentatif de cette dernière variété rapporté au noyau (fig. 329) est $\underset{f}{\overset{2}{C}}\,\underset{l}{\overset{1}{E}}\,\underset{P}{P}$.

guisent. Mais l'observation des divers cristaux de chaux sulfatée que l'on trouve surtout à Montmartre présente une gradation d'intermédiaires qui sert à lier entre elles les deux formes dont j'ai parlé, en sorte que l'une passe insensiblement à l'autre. Je reprendrai ici ce que j'ai dit dans mon Traité de Minéralogie (1) au sujet de cette gradation, à une époque où la forme du cône qui est l'extrême opposé à la variété trapézienne était encore inconnue, afin de réunir dans une même vue tout ce qui remplit l'intervalle entre l'une et l'autre.

La variété par laquelle commence la gradation est celle que j'ai appelée *mixtiligne*. Dans les cristaux qui s'y rapportent, les angles solides γ, γ' (fig. 328) subissent un arrondissement dont l'effet, considéré sur le parallélogramme qui passe par les arêtes π, μ (fig. 328), et que représente $opo'p'$ (fig. 330), est de faire disparaître vers les angles o, o' des segmens tels que oty, $o't'y'$, dont la figure est celle d'un triangle à base courbe. L'étendue de ces segmens varie suivant les cristaux, en sorte qu'à un certain terme, elle devient égale, par exemple, à celle des triangles oux, $o'u'x'$, et ainsi de suite en augmentant graduellement. Les lames de superposition qui recouvrent de part et d'autre le parallélogramme $opo'p'$ décroissent parallèlement à leurs bords rectilignes,

(1) Tome II, page 274 et suiv. (1re édition).

suivant la loi qui produit les faces l, f (fig. 328). Les parties qui répondent aux bords curvilignes tels que ux, $u'x'$ (fig. 330), subissent aussi un décroissement, et telles sont les quantités dont elles se dépassent mutuellement vers les mêmes bords, que les surfaces qui naissent de ce décroissement sont à double courbure.

A un terme plus reculé, les courbes se répètent vers les angles p, p', et la surface du parallélogramme arrive par degrés à celle qui est renfermée entre les deux arcs geg', $g'e'g$. En examinant de près ces mêmes arcs, on s'aperçoit que la courbure des branches eg, $e'g'$ est un peu plus sensible que celle des branches $e'g$, eg'. Les surfaces de toutes les lames de superposition situées de part et d'autre de celle que représente la figure, sont de même terminées par deux arcs qui diminuent successivement de longueur en se rapprochant de plus en plus, et tant que les plus éloignées du centre, ou celles qui sont extérieures, ont une étendue sensible, le cristal est censé appartenir à la variété dont il s'agit ici, en ce que des faces planes s'y trouvent encore réunies à des faces curvilignes.

La variété que je nomme *lenticulaire* offre comme une limite dont les corps qui appartiennent à la précédente approchent de plus en plus, à mesure que les faces curvilignes terminales se rétrécissent, jusqu'à ce qu'elles aient disparu. A ce terme, le cristal présente la forme d'un corps lenticulaire dont

les deux surfaces convexes se réunissent sur un bord circulaire situé dans un plan qui passe par les points g, g', et qui coupe à angle droit le joint naturel que représente la figure curviligne $geg'e'$, et tous les autres qui sont parallèles à celui-ci sur les différentes lames de superposition.

C'est de cette même forme lenticulaire que dérive à son tour celle que j'ai annoncée, et que j'appelle *chaux sulfatée conique*, à l'aide d'une transformation dont on se fera une idée, en supposant que les deux convexités de la lenticulaire se relèvent en partant de la circonférence de leur cercle de jonction, de manière que toutes les courbures situées dans des plans perpendiculaires à ce cercle se redressent jusqu'à ce que le corps ait pris la forme de deux cônes réunis base à base. Le cône que représente la figure 331 est situé de manière que le triangle $ne'l$, qui en partant du sommet tombe perpendiculairement sur la base, est sur le plan prolongé du joint curviligne $ege'g'$ (fig. 330), que nous supposons toujours passer par le centre d'une lentille de chaux sulfatée, dans laquelle le bord de jonction des deux convexités tombe perpendiculairement sur le même joint, à l'endroit de la ligne gg'. On voit par cette disposition que si l'on suppose le cône droit, tous les joints naturels que l'on pourra mettre à découvert, par des coupes parallèles au triangle $ne'l$ (fig. 331), seront autant d'hyperboles, qui auront pour asymptotes les apothèmes $e'n$, el. L'angle $ne'l$

que forment entre eux ces apothèmes est d'environ 126^{d}.

J'ai désiré de savoir jusqu'à quel point les lois de la structure pouvaient se prêter à cette hypothèse d'un cône droit, et j'ai choisi pour termes de comparaison les positions des apothèmes $e'n$, $e'l$ (fig. 331), et de ceux qui coïncident avec un plan mené par l'axe du cône, perpendiculairement au plan $ne'l$. La ligne $e'r$ représente celui de ces apothèmes qui s'élève au-dessus du plan $ne'l$. Maintenant, si l'on mène $e'o$ (fig. 330) perpendiculaire sur la diagonale aa', elle sera parallèle à l'axe du cône (fig. 331), d'après la construction que j'ai indiquée. Si l'on mène ensuite les lignes $e'n$, $e'l$ (fig. 330), de manière que les angles $ne'o$, $le'o$, soient égaux à ceux que les apothèmes $e'n$, $e'l$ (fig. 331) font avec l'axe du cône, il faudra, pour que ce cône soit droit, que les angles dont il s'agit soient aussi égaux entre eux, et d'après ce que j'ai dit plus haut, leur somme devra être d'environ 126^{d}. Or, j'ai trouvé que dans l'hypothèse où les lignes $e'n$, $e'l$, seraient parallèles à des faces produites en vertu de deux décroissemens mixtes qui agiraient de part et d'autre de l'arête G' (fig. 329), et dont l'un aurait pour signe $\overset{7}{\frac{}{4}}G$, et l'autre $G^{\frac{7}{3}}$, l'angle $oe'n$ serait de 63^{d} 19', et l'angle $oe'l$ de 62^{d} 31'. Leur somme de 125^{d} 54' est sensiblement égale à celle que donne l'observation. Mais le premier surpasse de 22' la moitié 62^{d} 57' de cette somme, et le second est plus petit d'une quantité égale à 26'.

D'une autre part, j'ai trouvé que dans l'hypothèse où l'apothème *e'r* (fig. 331) serait parallèle à une face produite en vertu d'un décroissement sur l'angle E (fig. 329) de la base de la forme primitive qui aurait pour signe $\overset{6}{E}$, il ferait avec le plan *ne'l* (fig. 331) un angle de 62^{d}55', sensiblement égal à la moitié de celui que font entre eux les apothèmes *e'n*, *e'l*; d'où il suit que l'apothème *e'r* et son analogue situé dans la partie opposée du cône sont inclinés sur l'axe de la même quantité.

Ainsi, pour que le cône devînt droit, il faudrait que le sommet *e'* étant fixe, et les apothèmes *e'n*, *e'l*, restant dans le même plan, le premier se rapprochât de l'axe d'une quantité égale à 22', et que le second s'en écartât d'une quantité égale à 26'. Quant à l'apothème *e'r* et à son analogue, leur position ne subirait aucun changement.

Les lois qui donnent les positions des apothèmes ne sortent pas des limites entre lesquelles sont renfermées celles d'où dépendent les formes déterminables. On en trouve des exemples dans diverses espèces. Au reste, l'analogie qui naît des résultats que je viens d'exposer, outre qu'elle n'est qu'approchée, doit être rangée parmi celles qu'on appelle *analogies de rencontre*. Mais telle qu'elle est, elle m'a paru mériter assez d'être connue, pour ne point m'attirer le reproche d'avoir mêlé les sections coniques à la géométrie des cristaux.

TROISIÈME PARTIE.

APPLICATION DE LA CRISTALLOGRAPHIE A LA DISTINCTION DES ESPÈCES MINÉRALES.

I. *Considérations générales sur l'Espèce minéralogique, et sur la manière de la déterminer.*

1. Les différentes divisions et sous-divisions qui composent les méthodes destinées à faciliter l'étude des êtres naturels, aboutissent toutes à l'espèce comme à leur terme commun. Il n'existe réellement dans la nature que des individus, dont les assemblages composent les espèces. Il en résulte que pour avoir, relativement à l'un des règnes de la nature, une méthode qui la représente fidèlement, il faut avant tout fixer la notion de l'espèce qui se rapporte à ce règne. J'ose même dire que c'est là le point essentiel, et que tout le reste n'est qu'accessoire. Dans les méthodes qui concernent les règnes organiques, les caractères spécifiques sont liés à un fait qui établit sur la nature elle-même le fondement de l'espèce, et en fournit la véritable notion. Ce fait consiste dans la succession non interrompue des individus qui naissent les uns des autres. Les ressemblances que présentent dans la forme et dans la

disposition particulière de leurs organes les divers individus auxquels s'étend cette succession, fournissent le caractère distinctif de l'espèce qui résulte de leur ensemble.

En Minéralogie, il n'y a ni reproduction ni espèce, si l'on prend ce terme à la rigueur. Rien n'empêche cependant de suivre l'exemple de Linnæus, de Bergmann, de Werner et de plusieurs minéralogistes célèbres, en appliquant le nom d'*espèce*, dans un sens plus lâche, à un assemblage déterminé d'êtres inorganiques.

La question est de savoir quels sont les principes qui doivent diriger l'auteur d'une méthode minéralogique dans la formation de ces assemblages auxquels nous donnons le nom d'*espèces*, et lui servir à tracer entre eux des lignes de démarcation qui puissent les faire distinguer les uns des autres; ou, ce qui est la même chose, quelles sont les conditions requises pour que nous soyons fondés à identifier dans nos conceptions et dans notre nomenclature, plusieurs objets qui se présentent successivement, en sorte que chacun d'eux ne soit censé différer des autres que par son existence particulière.

Or, il est visible que les principes d'où dérivent ces conditions doivent reposer sur la véritable notion de l'espèce minéralogique, et ainsi c'est à cette notion qu'il faut remonter, pour en déduire ensuite l'indication de la marche à suivre dans la formation de la méthode.

2. Cette notion paraît se présenter d'elle-même, si l'on considère qu'un minéral n'est autre chose qu'un aggrégat de molécules unies entre elles par l'affinité; que la Chimie, en nous dévoilant les qualités et les quantités respectives des principes qui constituent ces molécules, a répandu d'autant plus de jour sur la formation des minéraux, qu'elle est parvenue, dans plusieurs circonstances, à les reproduire après les avoir détruits; d'où l'on sera porté à conclure que c'est uniquement dans les résultats de l'analyse chimique qu'il faut chercher la notion de l'espèce, et que celle-ci doit être définie *une collection d'êtres organiques semblables par leur composition.*

Mais pour peu qu'on y réfléchisse, on sentira que cette définition est incomplète, en ce qu'elle n'énonce que les matériaux des substances minérales, et fait abstraction de la manière dont l'affinité les a réunis, et de l'empreinte qu'elle a laissée de son travail sur les corps auxquels cette réunion a donné naissance.

Pour mieux me faire entendre, je supposerai que les molécules principes d'une des substances dont il s'agit, par exemple celles du carbonate de chaux, exercent les unes sur les autres leurs forces attractives, et que les circonstances soient favorables à la cristallisation. Nous devons distinguer deux époques différentes dans la durée de cette opération. Pendant la première, les molécules de l'acide carbonique et celles de la chaux se combinent suivant un certain

rapport et dans un certain ordre, pour produire des solides réguliers presque infiniment petits et d'une forme invariable, qui sont les molécules intégrantes du carbonate de chaux. Pendant la seconde époque, ces molécules intégrantes se rapprochent de manière que leurs faces homologues s'alignent et se mettent de niveau sur autant de plans qui s'entrecoupent dans des sens déterminés, et tout cet assortiment présente à l'extérieur une configuration semblable à celle d'un corps géométrique. Mais cette configuration est susceptible de varier suivant la diversité des circonstances qui accompagnent la cristallisation. En raisonnant des autres minéraux comme de celui dont je viens de parler, nous en conclurons que l'espèce dépend de ce qui se passe pendant la première époque, c'est-à-dire que son caractère réside dans la molécule intégrante, comme étant le point fixe d'où part la nature dans la formation des minéraux. Or, nous avons encore ici deux choses à distinguer, savoir, les quantités relatives des principes qui composent la molécule intégrante, et les fonctions qu'ils exercent les uns sur les autres, en se réunissant, et d'où dépendent les latus d'affinité par lesquels leurs molécules propres se présentent les unes aux autres, les distances respectives auxquelles elles se placent, l'assortiment qui naît de leur réunion; et ainsi ce sont les fonctions dont il s'agit qui organisent, pour ainsi dire, les molécules intégrantes, et en déterminent la forme. Par une suite nécessaire,

cette même forme jointe à la structure du corps dont elle est l'élément physique, influe à son tour sur les propriétés de ce corps, telles que la réfraction, la pesanteur spécifique, la dureté et autres qualités qui tiennent à l'essence du même corps.

3. C'est d'après les considérations précédentes que, dans mon Traité, j'ai défini l'espèce minéralogique une collection de corps dont les molécules intégrantes sont semblables par leurs formes, et composées des mêmes principes unis entre eux dans le même rapport.

Ainsi les minéraux ayant un type géométrique, qui consiste dans la forme de la molécule intégrante, et un type chimique, qui consiste dans la composition de la molécule intégrante, la définition de l'espèce est fondée sur la coexistence de ces deux types dans chaque individu.

Cette définition a reçu un nouveau degré de précision, depuis que les chimistes ont généralement adopté un principe qu'ils ont appelé *principe des proportions définies*, et dont la découverte a été le fruit des recherches du célèbre Dalton. Il consiste en ce que les rapports entre les quantités des élémens qui composent les différens corps de chaque espèce sont fixes et invariables, et il est même prouvé, par des expériences exactes, que ces rapports ont pour expressions des fractions simples, représentées par les premiers termes de la série naturelle des nombres. J'avais aperçu depuis long-temps la liaison

de ce principe avec la géométrie des cristaux, et elle m'avait servi à en démontrer l'existence (1). Je me fondais sur ce que les molécules élémentaires ayant des figures déterminées, c'était de l'ordre dans lequel elles étaient assorties que dépendait la forme de la molécule intégrante. Or, dans l'hypothèse où les quantités relatives de ces molécules subiraient des variations, l'assortiment n'ayant plus le même rapport avec ses parties, la forme, qui peut en être considérée comme le moule, devrait être changée à son tour.

Maintenant, on peut demander s'il est nécessaire de faire concourir les deux types à la détermination des espèces minérales, ou si un seul suffit pour remplir ce but. C'est ce qu'ont pensé Cronstedt, Bergmann, et plusieurs autres chimistes, qui ont employé l'analyse toute seule pour distinguer les espèces minérales les unes des autres.

Il me paraît, au contraire, que cette distinction doit être fondée sur les résultats de la géométrie des cristaux, et que cette dernière peut même se passer, dans tous les cas, du secours de la Chimie, pour remplir l'objet dont il s'agit. Je vais exposer les motifs de mon opinion, et j'ose espérer qu'ils me garantiront du reproche de m'être laissé séduire par la prédilection que l'on a naturellement pour des sujets dont on s'est long-temps et fortement occupé.

---

(1) Tableau comparatif, 1809, introduction, page x.

Toute espèce doit pouvoir être représentée. Or, cette représentation dépend de certains caractères pris parmi ceux que les individus de l'espèce, considérés dans leur état naturel, offrent à nos observations.

De plus, ils doivent dériver de ce qu'il y a de plus constant dans la manière d'être de ces individus, de ce qui seul reste fixe au milieu de toutes les diversités d'aspect, de couleur, d'éclat, etc., produites par des causes accidentelles.

Or, la géométrie des cristaux satisfait parfaitement à ces conditions. A l'aide d'une sorte d'anatomie dont ces corps sont susceptibles, elle parvient à déterminer rigoureusement les angles et les dimensions respectives d'une molécule qui, à la vérité, échappe à nos yeux par sa petitesse, mais qui est représentée par les solides réguliers, dont la forme dérive des positions respectives des joints naturels situés dans l'intérieur des cristaux. Cette première connaissance conduit à celle de la forme primitive, autour de laquelle viennent se rallier, à l'aide des lois de la structure, toutes les variétés déterminables que présentent une partie des individus de l'espèce; et à l'égard de celles dont les formes sont irrégulières, j'exposerai dans la suite les observations qui indiquent leur rapprochement avec les précédentes.

Personne ne rend à la Chimie, plus sincèrement que moi, l'hommage que sollicitent les avantages précieux que ses résultats ont procurés à la Miné-

ralogie. Elle remonte jusqu'à l'origine des corps, en démêlant dans leurs masses les divers élémens qui ont concouru à leur production. Elle distingue parmi ces élémens ceux qui font la fonction de bases à l'égard des autres, et c'est de cette distinction que naît la formation des genres. C'est elle encore qui nous a dévoilé les propriétés dont nous nous servons pour caractériser les ordres et les classes. Elle plane ainsi sur toute la méthode, et l'on peut même dire que sans elle nous n'aurions pas de véritable méthode. Mais il s'agit ici de la détermination des espèces, qui doit être fondée sur l'observation immédiate des corps, dans l'état où ils portent l'empreinte du travail de la nature. Or, l'analyse même la mieux faite ne nous apprend absolument rien à cet égard. Elle substitue à ces dimensions et à ces mesures d'angles qui font ressortir la forme de la molécule intégrante, un simple rapport numérique entre les quantités relatives d'élémens dont les uns échappent à nos sens et les autres se montrent sous la forme d'une matière pulvérulente qui ne dit rien à l'œil. Bien loin de nous éclairer sur les fonctions qu'exercent les unes à l'égard des autres les molécules élémentaires dans le minéral, elle fait disparaître les caractères sensibles émanés de ces fonctions. Ses résultats enfin ne peuvent être vérifiés qu'à l'aide d'une nouvelle opération qui exige un certain temps et des attentions délicates, au lieu que ceux de la géométrie des cristaux peuvent être répétés à

chaque instant par des moyens simples et expéditifs qui s'offrent comme d'eux-mêmes à l'observation.

On jugera aisément, par ce qui précède, que j'ai dû écarter du plan de mon travail toutes les modifications accidentelles et variables qui étant susceptibles de se prêter à la manière de voir de l'observateur, lui donnent, pour ainsi dire, la faculté de composer avec ses yeux, et dont il ne peut tirer que des inductions de convenance, qui n'emportent jamais la conviction avec elles. Je suis parti de ce qu'il y a de fixe et de constant dans les minéraux, et je me suis efforcé de mettre dans les déterminations que j'en ai déduites cette précision qui ne nous laisse les maîtres ni de lui résister, ni de lui refuser notre confiance, parce que l'empire qu'elle exerce est fondé sur l'évidence qu'elle imprime à tout ce qu'elle touche.

Je vais exposer les diverses considérations que j'ai puisées dans la théorie des formes cristallines, envisagée sous toutes ses faces, et que j'ai fait concourir vers le but auquel je me proposais d'atteindre. Elles seront entremêlées de discussions que j'ai jugées nécessaires pour détruire les objections qui ont été opposées à ma méthode, et ne laisser subsister, s'il était possible, aucun nuage sur la justesse des principes qui m'ont dirigé, et sur celle des données qu'ils m'ont fournies, pour distribuer les espèces minérales de manière à les faire ressortir nettement les unes à côté des autres.

I. *Des Systèmes généraux de cristallisation.*

4. Le nom de ***système de cristallisation***, pris dans sa plus grande étendue, désigne l'ensemble de toutes les formes secondaires auxquelles les molécules relatives aux divers noyaux qui dérivent d'une même espèce de solide sont susceptibles de donner naissance, en vertu des décroissemens qui peuvent avoir lieu sur les différentes parties de ces noyaux. L'analogie d'aspect que présentent ceux-ci, et qui dépend de ce que leurs bords et leurs angles identiques sont en nombre égal et situés de la même manière, détermine, dans toutes les formes dont je viens de parler, un assortiment de faces à travers lequel perce le caractère du type qui leur est commun.

D'une autre part, les formes qui appartiennent à divers systèmes de cristallisation s'offrent sous des diversités de port, si je puis me servir de ce terme, qu'elles empruntent de celles qui distinguent les formes primitives elles-mêmes, relativement au nombre et à la disposition de leurs bords et de leurs angles identiques.

Je vais éclaircir ce qui précède par un exemple que je tirerai du prisme droit à base carrée et du rhomboïde, qui appartiennent à deux espèces distinctes, parmi celles qui sous-divisent le genre du parallélépipède. Dans le rhomboïde, les angles supérieurs contigus aux deux sommets sont au nombre de six; il en est de même des angles inférieurs et des

angles latéraux, ainsi que des bords soit supérieurs, soit inférieurs. Dans le prisme qui a pour bases des carrés, les angles plans de ces bases sont au nombre de huit; celui des bords situés autour de ces bases est le même; celui des angles latéraux est de seize; et celui des bords latéraux est de quatre. De plus, toutes les parties auxquelles se rapportent les nombres donnés par chacune des formes sont identiques. Or, comme ceux qui leur correspondent dans les effets des décroissemens qui agissent simultanément sur ces parties sont les mêmes, ou sont leurs multiples, il en résulte que l'on a pour les deux formes deux échelles différentes : dans celle du rhomboïde, tous les termes ont le nombre 3 pour facteur commun; dans celle du prisme à base carrée, le facteur commun est le nombre 2. Ces nombres, dont l'un est pair et l'autre impair, peuvent être assimilés aux incommensurables de la Géométrie. Par une suite nécessaire, si plusieurs rhomboïdes dont les angles ont des mesures différentes subissent les mêmes décroissemens, les formes qui en naîtront, quoique leurs faces n'aient pas les mêmes inclinaisons respectives, auront, pour ainsi dire, un air de famille, qui indiquera leur rapprochement dans un même système de cristallisation. Mais quels que soient les décroissemens qui, en agissant sur les parties d'un prisme à base carrée, aient produit une forme terminée par le même nombre de faces, son aspect, comparé à celui d'une des formes relatives au rhom-

boïde, offrira un défaut d'harmonie qui sera saisi par un observateur attentif, en sorte que les deux formes refuseront de s'allier dans les impressions qu'elles feront sur ses yeux.

Le même raisonnement s'applique aux autres formes comparées deux à deux. Cependant il en est quelques-unes à l'égard desquelles le facteur commun des termes de la série est le même. Telles sont le prisme à base carrée et le prisme à base rectangle. Mais dans celui-ci, les bords de la base adjacens deux à deux étant inégaux, les plus longs peuvent subir un décroissement, tandis que les plus courts resteront libres, et réciproquement. Au contraire, les quatre bords de la base de l'autre prisme offriront toujours la répétition d'un même décroissement. Il en résulte que le zéro deviendra dans une des séries le terme dont l'analogue pris dans l'autre série sera une quantité positive, ce qui suffit pour démontrer la discordance des deux systèmes.

D'ailleurs, dans l'hypothèse où les quatre bords de la base du prisme rectangulaire seraient aussi remplacés par des facettes, la discordance deviendrait encore sensible à l'aide des mesures mécaniques, qui indiqueraient deux inclinaisons différentes entre ces facettes et les bases ou les pans du prisme, tandis qu'elles seraient toutes égales dans la forme dérivée du prisme à base carrée. Chacun des deux prismes peut aussi subir un décroissement sur les quatre angles de la base. Mais dans le prisme à base

carrée, les facettes qui en naîtront seront également inclinées sur les pans adjacens, au lieu que dans le prisme rectangulaire elles feront des angles inégaux avec les pans correspondans.

Cependant, il n'est pas impossible que deux systèmes relatifs à des solides d'espèce différente ne présentent des formes absolument semblables par leur aspect. Ainsi, le prisme hexaèdre régulier qui fait la fonction de type dans l'émeraude, se retrouve comme forme secondaire parmi les cristaux de corindon qui ont pour forme primitive un rhomboïde, et où il résulte de deux lois de décroissement par une rangée, l'une sur les bords inférieurs et l'autre sur les angles supérieurs du rhomboïde primitif. Mais souvent alors il est modifié par six facettes additionnelles parallèles aux faces du noyau, et distribuées de manière qu'elles remplacent trois angles solides situés alternativement autour de chaque base, et qui alternent d'une base à l'autre. Or, cette double alternative est incompatible avec le système de l'émeraude, qui exigerait que les six angles solides adjacens à chaque base fussent remplacés par autant de facettes, conformément à la loi de symétrie, comme cela a lieu à l'égard de certaines variétés. Dans ces sortes de cas, c'est l'ensemble qui décide de l'identité ou de la distinction des deux systèmes.

III. *Des différences entre les systèmes particuliers de cristallisation relatifs à des formes primitives de la même espèce.*

5. Parmi les diverses formes primitives qui se présentent sous le même aspect géométrique, comme celles qui appartiennent au rhomboïde, au prisme droit à base carrée, à celui qui a pour base un rectangle, au prisme rhomboïdal droit et à celui qui est oblique, etc., il en est qui ont une tendance pour subir, comme de préférence, certains décroissemens auxquels d'autres se refusent. Il en résulte que tel système général de cristallisation qui est commun à toutes les modifications d'une même espèce de solide, se sous-divise en plusieurs systèmes particuliers, dont chacun offre un ensemble de lois de structure qui distingue la modification à laquelle il se rapporte, d'après les résultats de certaines lois qui lui sont comme inhérentes, et qu'elle ne partage pas avec les autres. Je vais citer divers exemples du caractère distinctif dont je viens de parler.

Le décroissement par trois rangées sur les angles latéraux d'un rhomboïde, qui donne pour résultat une double pyramide droite hexaèdre, et qui est familier à la cristallisation dans le corindon et dans le fer oligiste, ne s'est pas encore rencontré dans la chaux carbonatée.

La variété trirhomboïdale de la chabasie (fig. 1, pl. 68), qui résulte de deux lois très simples, com-

binées avec les faces primitives, et dont le signe rapporté au noyau (fig. 2) est $\underset{P}{{}^{1}P}\underset{n}{B^{1}}\underset{r}{E^{1}}$, ne se répète pas dans la chaux carbonatée. Celle qui y porte le même nom est produite par des lois différentes. La figure 3 la représente en rapport de position avec le noyau rhomboïdal (fig. 4), et son signe est $\underset{s}{\overset{\frac{3}{2}}{e}}\underset{m}{\overset{3}{e}}\underset{P}{P}$.

La loi $\underset{1}{A}$, qui dans la chaux carbonatée donne si fréquemment des faces perpendiculaires à l'axe, est jusqu'ici la seule à laquelle ait été soumis l'angle supérieur de son rhomboïde primitif. C'est au contraire la loi $\underset{2}{A}$ qui agit le plus communément sur le même angle, dans le fer oligiste.

Le prisme hexaèdre régulier qui se montre si souvent dans la chaux carbonatée, y résulte presque toujours du décroissement $\overset{2}{e}$. Dans le corindon, c'est constamment la loi $\overset{1}{D}$ qui le produit.

L'émeraude rhombifère (fig. 5) emprunte un caractère remarquable de symétrie de la combinaison des décroissemens $\underset{t}{\overset{2}{B}}\underset{s}{\overset{2}{A}}$, sur les bords et sur les angles de la base du noyau (fig. 6), en vertu de laquelle les facettes s et t s'entrecoupent de manière que les premières sont des rhombes. Le même caractère reparaît dans une variété de chaux phosphatée (fig. 7), où elle dépend d'une autre combinaison binaire, dont le signe rapporté au noyau (fig. 8) est $\overset{1}{B}\overset{1}{A}$, et

où les facettes qui répondent à *s* sont des carrés, par suite des dimensions respectives de la molécule intégrante. De là le nom de *quadratifère* que j'ai donné à cette variété.

La chaux sulfatée et l'épidote ont l'une et l'autre pour forme primitive un prisme droit dont la base est un parallélogramme obliquangle. La différence des angles obtus dans les deux bases n'est que d'environ $1^d \frac{1}{2}$. C'est par les rapports entre les côtés de la base et la hauteur des prismes, que les deux formes sont surtout distinguées l'une de l'autre. Dans le prisme de la chaux sulfatée, les décroissemens qui naissent sur les bords latéraux sont extrêmement rares. Rien n'est si commun, au contraire, dans celui de l'épidote, où ils résultent de diverses lois combinées entre elles de différentes manières.

En parcourant des yeux deux suites de cristaux dont les uns appartiennent à la topaze et les autres à la baryte sulfatée, qui toutes deux ont pour forme primitive un prisme droit rhomboïdal, on s'aperçoit aisément de la grande différence qui a lieu entre les deux systèmes particuliers de cristallisation. Il n'en est pas de même de la baryte sulfatée comparée, sous le même point de vue, avec la strontiane sulfatée, dont la forme primitive, qui est aussi un prisme droit rhomboïdal, ne diffère de celle de l'autre substance, que d'environ $3^d \frac{1}{2}$, dans la mesure des angles de la base. Plusieurs des formes secondaires

qui dérivent de ces deux formes primitives ont donné naissance à des variétés qui dépendent des mêmes lois de décroissement. Mais ces lois sont du nombre des plus simples et des plus ordinaires, et bientôt la cristallisation de la baryte sulfatée franchit les limites qui lui étaient communes avec celle de la strontiane sulfatée, pour diversifier par des lois qui lui sont particulières les formes de ses variétés, dont le nombre, dans l'état actuel de la science, est d'environ quatre-vingts, tandis que la strontiane sulfatée n'en offre que neuf ou dix en totalité. Je citerai ici une analogie de ressemblance entre deux variétés de ces substances, sous laquelle se cache le contraste des lois qui les produisent, et qui sont en même temps très simples. Celle qui appartient à la baryte sulfatée et que représente la figure 9, en regard avec son noyau (fig. 10), porte le nom de *baryte sulfatée raccourcie*, et a pour signe $\underset{m}{M'}\underset{k}{G'}\underset{P}{P}$, d'où l'on voit qu'elle n'est autre chose que le prisme rhomboïdal primitif devenu hexaèdre par l'addition des faces *k*. L'autre, qui appartient à la strontiane sulfatée, et que j'ai nommée *strontiane sulfatée bisunitaire*, est représentée par la figure 11, dans une position qui la met en rapport avec celle de son noyau (fig. 12), en sorte que les bases du prisme hexaèdre dont elle porte l'empreinte sont situées verticalement. Il est facile de concevoir cette espèce de renversement de position, en jetant les yeux sur

le signe de cette variété qui est $^{1}H^{1}_{s}\overset{1}{E}_{o}P_{P}$. Ce qui précède offre une nouvelle preuve de l'utilité de la Cristallographie, pour distinguer des formes que l'œil serait tenté de confondre, et cela d'autant plus que les différences entre les angles des deux variétés ne sont sensibles qu'à l'aide du goniomètre.

Dans quelques espèces la cristallisation s'est écartée de sa marche ordinaire, comme pour éviter la rencontre de certaines lois de décroissemens si simples et si communes, qu'on est en quelque sorte étonné de ne pas rencontrer les résultats dont elles dépendent parmi ceux des autres lois relatives aux variétés de la même espèce. Aucun des cristaux de quarz que j'ai observés n'avait les sommets de ses pyramides terminales remplacés par des facettes perpendiculaires à l'axe. Leur absence avait lieu également dans les zircons de différens pays, tandis qu'au contraire je n'ai vu aucun cristal d'idocrase, sur lequel les faces qui tendaient à se réunir en sommet pyramidal ne fussent limitées par un plan parallèle à la base de la forme primitive.

La tendance presque générale des arragonites vers des groupemens composés de plusieurs segmens de cristaux, dont l'ensemble se présente sous une forme prismatique ou pyramidale, fait de cette substance un être unique dans le règne minéral. Dans le titane oxidé, c'est un assemblage de deux prismes réunis par leurs sommets sous un angle constant d'environ

114^d, et dont l'aspect m'a suggéré le nom de *géniculé* que j'ai donné à la variété qui le présente, et dont je ne connais aucun analogue dans les autres espèces qui ont aussi pour forme primitive un prisme à base carrée. Un autre genre de croisement qui a été réservé à la staurotide, qui a pour forme primitive un prisme rhomboïdal droit, est celui que subissent ses cristaux en se pénétrant deux à deux, et quelquefois trois à trois, par leurs parties moyennes, sous des incidences fixées à deux limites, dont l'une est l'angle droit et l'autre celui de 60^d.

6. On voit par ce qui précède que, quoiqu'il puisse exister des coïncidences entre les systèmes particuliers de cristallisation relatifs à des solides de la même espèce, il suffit de considérer l'ensemble pour y apercevoir à certains endroits des parties saillantes et isolées. On conçoit en même temps l'insuffisance d'un expédient qui d'ailleurs tombe de lui-même, auquel on a eu quelquefois recours pour tenter d'expliquer le défaut d'accord entre la Chimie et la Cristallographie, dans le cas où la première indiquait une distinction entre des corps que l'autre tendait à faire regarder comme des variétés d'une même espèce. Un de ces cas est celui de la sahlite et du pyroxène. On supposait que les formes primitives étaient réellement distinguées l'une de l'autre par la valeur de leurs angles, mais que la différence était si légère qu'elle échappait aux mesures mécaniques. La réponse est que, même dans cette hypothèse, les va-

riétés des deux substances, au lieu de cette coïncidence de lois de décroissement que l'observation nous y montre, auraient présenté des diversités plus ou moins marquées dans les résultats de ces lois. Les angles primitifs n'étant pas susceptibles de plus ou de moins, il suffit qu'ils diffèrent, il n'importe dans quel rapport, sur les formes relatives à deux espèces, pour que les faces produites par les décroissemens qui agissent autour de ces formes contrastent aussi fortement que dans le cas où les valeurs des angles primitifs offriraient elles-mêmes de grandes diversités. Ainsi, dans l'hypothèse, dont je ne connais d'ailleurs aucun exemple qui soit avéré, où deux formes primitives cacheraient une différence inappréciable entre leurs angles, sous l'apparence d'une ressemblance parfaite, on en serait averti par l'intervalle très sensible que laisseraient entre eux les résultats dans lesquels cette différence se serait agrandie par son influence. Je reviendrai dans la suite sur cette coïncidence des lois de décroissement dans les variétés qui appartiennent à une même espèce de minéral, pour en faire le sujet d'un article particulier.

IV. *Des formes communes à plusieurs espèces différentes.*

7. Les applications de la géométrie des cristaux à la formation de la méthode minéralogique partent

d'un premier principe qui me paraît incontestable et sans aucune exception. Il consiste en ce que la forme de la molécule intégrante est invariable dans tous les corps qui composent une même espèce. En d'autres termes, un minéral ne peut avoir dans une partie des individus d'une même espèce une molécule d'une autre forme que celle qui existe dans les autres individus : car le changement de forme qui aurait lieu à l'égard des premiers supposerait une diversité, soit dans les qualités ou dans les quantités respectives des molécules élémentaires, soit dans leur manière d'être les unes à l'égard des autres. Or, cette diversité est incompatible avec l'unité d'espèce.

Mais la proposition inverse n'a pas la même généralité, en sorte qu'il peut bien arriver, et qu'il arrive en effet, que des espèces distinguées par leur nature ont des molécules intégrantes de la même forme. Ainsi, dans la soude muriatée, la magnésie boratée, l'analcime, le plomb sulfuré, le fer sulfuré, la forme de la molécule intégrante est le cube. Dans la chaux fluatée, l'ammoniaque muriatée, le spinelle, le fer oxidulé, etc., c'est le tétraèdre régulier ; dans le grenat et le zinc sulfuré, c'est le tétraèdre dont les faces sont des triangles isocèles égaux et semblables.

On ne sera pas surpris que des molécules-principes de figures différentes puissent donner naissance à une même forme de molécule intégrante, si l'on considère que les molécules-principes ayant aussi des formes déterminées, il est possible que

celles qui appartiennent à quatre substances différentes, telles que *a*, *b*, *c*, *d*, se combinent de manière que l'assortiment de *a* et de *b* présente la même configuration que celui de *c* et de *d*, quoique les figures des quatre principes diffèrent les unes des autres. C'est ainsi, à peu près, que deux figures planes semblables peuvent être produites par des réunions de diverses figures élémentaires. On aura une idée de ces sortes de mosaïques, en jetant les yeux sur les figures 13 et 14, qui représentent deux carrés, dont l'un est un assortiment de quatre triangles rectangles scalènes et d'un carré, et l'autre un assortiment de quatre trapèzes et d'un rhombe. Ainsi rien ne s'oppose à ce que la cristallisation ne reproduise une même forme de molécule intégrante, par un double mécanisme de structure dont la Géométrie démontre la possibilité. Cette reproduction a également lieu par rapport à des espèces différentes de celles que j'ai citées; et comme, à en juger par le premier aperçu, rien ne la borne ni ne la circonscrit, il en résulte une objection contre le principe de la détermination des espèces, qui par là semble perdre une grande partie de sa généralité, et par une suite nécessaire de son mérite. Je vais prouver que cette identité de forme, en se liant à la diversité d'espèce, n'empêche pas le principe d'atteindre son but, et ne porte aucune atteinte à la certitude de ses applications à la méthode minéralogique.

8. Il y a ici une remarque importante à faire.

C'est que les formes de molécules communes à plusieurs espèces sont de celles qui ont un caractère particulier de symétrie, et qui sont comme les limites des autres formes. Telles sont celles que j'ai indiquées plus haut, et il est très probable qu'elles sont aussi les seules qui se retrouvent dans des minéraux de diverse nature, tandis que chacune des autres formes qui ne portent point un caractère de limite comme la forme rhomboïdale, celle du tétraèdre terminé par des triangles de figure différente, ou celle du prisme triangulaire, appartient exclusivement à une espèce unique, en sorte qu'elle conserve le même rapport entre ses dimensions, dans tous les individus de cette espèce, et que ce rapport change d'une espèce à l'autre.

La différence dont je viens de parler me paraît dépendre d'une corrélation entre les formes marquées d'un caractère de limite, et qui disparaît dans les autres. C'est ce que je vais éclaircir par la comparaison des trois formes de molécule qui partagent ce même caractère.

9. Je choisis d'abord la forme cubique représentée figure 15. Supposons un plan *bdlg*, mené par les diagonales *bd*, *lg*, parallèles entre elles sur deux faces opposées du cube, et par les arêtes *bg*, *dl*, comprises entre ces diagonales, lequel plan répondra à celui qui, dans un rhomboïde, porte le nom de *section principale*. Si nous menons la ligne *bl*, qui sera un des axes du cube, et si par l'angle solide *g*

nous menons *gn* perpendiculaire sur cet axe, le rapport entre cette perpendiculaire et la partie *bn* de l'axe qu'elle termine sera celui de 1 à $\sqrt{2}$, et l'on aura le rapport inverse, savoir, celui de $\sqrt{2}$ à 1, entre la même perpendiculaire et l'autre partie *nl* de l'axe.

Soit maintenant *mpu* (fig. 16) un tétraèdre régulier. Si du point *m* pris pour sommet nous abaissons *mo* perpendiculaire sur le triangle *pxu* pris pour base, le rapport entre la ligne *ox* menée du point *o* à l'un des angles solides au contour de la base, et l'axe *mo*, sera celui de 1 à $\sqrt{2}$, qui s'est déjà montré dans le cube.

Reste le tétraèdre à triangles isocèles que représente la figure 17, situé de manière que *rkt* et *rzt* sont deux des faces qui font entre elles un angle droit. Si nous considérons ce tétraèdre comme une pyramide triangulaire qui ait pour sommet le point *k* et pour base le triangle *rzt*, la ligne *ky* perpendiculaire sur *rt* sera l'axe, et *ty* sera une perpendiculaire menée de l'angle solide *t* sur cet axe. Or, le rapport de *ty* à *ky* est encore celui des nombres 1 et $\sqrt{2}$.

On voit par là que les dimensions des trois formes de molécule sont entre elles dans des rapports identiques, et que ces rapports ont le caractère de simplicité qui convient à une limite.

De plus, ces mêmes rapports se répètent en différens sens dans chaque forme de molécule. Ainsi, lorsque cette forme est un cube (fig. 15), on peut

tout aussi bien mener de chacun des angles solides *c*, *a*, que de l'angle *g*, une perpendiculaire sur l'axe *bl*, dont les rapports avec les parties de cet axe qu'elle interceptera de part et d'autre, seront encore ceux de 1 à $\sqrt{2}$ et de $\sqrt{2}$ à 1. Ce sera la même chose si l'on choisit les angles solides *f*, *c*, *h*, qui donneront six nouveaux rapports égaux aux premiers. Et comme on peut considérer dans le cube quatre axes différens, dont chacun passe par deux angles solides opposés, et est susceptible de donner le même nombre de rapports, on aura en tout quarante-huit rapports auxquels le cube pourra donner naissance.

Dans le tétraèdre régulier, on peut choisir l'un quelconque des angles solides pour sommet de la pyramide que l'on considère, et mener des trois angles au contour de la base autant de perpendiculaires sur l'axe, qui seront avec lui dans le même rapport de $\sqrt{2}$ à 1. Et parce qu'il y a quatre angles solides dont chacun peut être pris pour sommet, le nombre de rapports possible sera égal à 12.

Enfin, dans le tétraèdre à triangles isocèles (fig. 17), le rapport $\sqrt{2}$ à 1 qui a lieu entre *ty* et *ky*, se répète du côté opposé entre *ry* et *ky*; et si du point *x* on mène *xy*, on aura deux nouveaux rapports qui correspondront aux premiers entre *ty*, *xy* d'une part, et *ry* et *xy* d'une autre part. De plus, comme les deux faces *ktz*, *krz* font aussi entre elles un angle

droit, si des points t, r, on mène les lignes tx, ry perpendiculaires sur kz, on aura quatre nouveaux rapports, savoir, celui de kx à tx, celui de zx à tx, celui de kx à rx, et celui de zx à rx, ce qui fait en tout huit rapports, dont chacun a les mêmes termes de $\sqrt{2}$ et de 1.

Remarquons maintenant qu'un corps cristallisé n'est autre chose, ainsi que je l'ai dit ailleurs, qu'un assemblage de molécules similaires disposées symétriquement depuis le centre jusqu'à la surface, en sorte que la considération des noyaux et celle des décroissemens que subissent les lames appliquées sur leurs différentes faces sont des données qu'emploie la théorie pour expliquer la diversité des formes qu'une même substance est susceptible d'offrir à nos observations.

Il suit de là que si parmi les formes primitives qui sont les limites des autres, savoir, le cube, l'octaèdre régulier et le dodécaèdre rhomboïdal, on en choisit une à volonté, par exemple celle du cube, considérée comme étant le résultat d'un arrangement de molécules cubiques, la forme du même solide pourra naître également d'un autre arrangement de molécules semblables soit au tétraèdre régulier, soit à celui dont les triangles sont isocèles.

Les formes originaires du tétraèdre régulier, comparées à celles dont le noyau est le dodécaèdre rhomboïdal, offrent un exemple remarquable d'une corrélation du même genre. J'ai fait voir dans l'article où

je traite du premier de ces solides, que les variétés auxquelles il donne naissance dans l'espèce du cuivre gris, offrent la répétition des faces qui terminent la variété émarginée du second, telle que la présentent certains cristaux de grenat; seulement elles sont distribuées de manière que l'aspect du type auquel elles se rapportent se retrace dans celui des formes qui naissent de leur ensemble.

Or, si l'on assimile la manière d'être des molécules élémentaires à celle des molécules intégrantes, comme cela paraît naturel, il faudra concevoir que les premières ont elles-mêmes des formes déterminées, et il suffira que celles de telle nature qui se combinent avec celles de telle autre nature, conformément au principe des proportions définies, aient entre elles des dimensions commensurables dans un certain rapport, pour que leur réunion imprime à la forme de la molécule intégrante qui en résultera un caractère de limite; et il pourra arriver que diverses combinaisons soumises à la même condition s'arrangent symétriquement dans cette forme comme dans un moule commun. C'est ainsi que nous avons vu la forme cubique, considérée comme primitive, servir successivement d'enveloppe à divers arrangemens de molécules intégrantes de trois formes différentes.

10. Il en est tout autrement des autres formes qui s'écartent plus ou moins des précédentes. L'observation a prouvé jusqu'ici qu'aucune d'elles n'appartient

à deux minéraux de nature différente. J'ai dit *plus ou moins*, parce qu'il y a ici une distinction à faire que je crois importante. Parmi ces formes dont je viens de parler, il en est qui participent jusqu'à un certain point des formes primitives dérivées des trois molécules limites, en ce qu'elles offrent dans quelques-unes de leurs parties une configuration que l'on peut aussi regarder comme la limite des autres du même genre. Tel est le prisme hexaèdre régulier, à l'égard des autres prismes du même nombre de pans. Tel est encore le prisme à base carrée. On peut aussi ranger dans la même classe le rhomboïde, qui jouit de cette propriété, que les six perpendiculaires menées de ses angles latéraux sur l'axe sont égales et font entre elles des angles égaux de 120^d, en sorte que le solide dont il s'agit peut être inscrit à un prisme hexaèdre régulier. De là vient que dans la plupart des espèces où il fait la fonction de forme primitive, il passe souvent à la forme du prisme dont il s'agit, en vertu de deux lois très simples de décroissement, l'une par une rangée sur l'angle supérieur, et l'autre tantôt par deux rangées sur les angles inférieurs, et tantôt par une seule rangée sur les bords inférieurs.

Il suit de là que le prisme hexaèdre régulier, quoiqu'il ne soit pas une véritable limite, peut cependant, par cela seul qu'il en présente le caractère sous un certain rapport, appartenir et appartient réellement à beaucoup d'espèces différentes, soit

comme forme primitive, soit comme variété dérivée du rhomboïde. On peut en dire autant du prisme à base carrée, soit comme forme primitive, soit comme originaire d'un octaèdre symétrique.

Une autre conséquence de ce qui précède est que, si l'on se bornait à la considération isolée des prismes hexaèdres réguliers et des prismes à base carrée que présente la cristallisation dans une multitude d'endroits, on serait tenté de croire que des formes qui ne sont pas proprement des limites peuvent appartenir à des substances très différentes.

Mais l'étude du mécanisme de la structure prouve que cette identité de formes dans des espèces distinctes n'est qu'apparente. A la vérité, toutes les molécules intégrantes d'une forme rhomboïdale, quelles que soient leurs dimensions et les valeurs de leurs angles, partagent la propriété de donner, en vertu de deux lois très simples de décroissement sur des rhomboïdes semblables à elles, des faces dont les unes sont perpendiculaires à l'axe, et les autres lui sont parallèles, en même temps qu'elles font entre elles des angles de 120^{d} ; et si l'on ne considère que les positions respectives de ces diverses faces, tous les prismes auront l'air de se ressembler parfaitement. Mais on fait ici abstraction d'un rapport auquel il est cependant essentiel d'avoir égard : c'est celui qui a lieu entre le côté de la base du prisme et la hauteur de son axe, en supposant (ce qui est le véritable point de vue auquel on doit

ramener la structure) que les deux sommets du rhomboïde qui fait la fonction de noyau coïncident avec les centres des bases du même prisme, et que ses bords inférieurs soient tangens aux faces latérales, dans le cas d'un décroissement par une rangée sur ces mêmes bords, ou que ses angles solides répondent aux milieux des faces latérales, dans le cas d'un décroissement par deux rangées sur ces mêmes angles. En peu de mots, le prisme est censé être exactement circonscrit au rhomboïde qui lui sert de noyau. Si cela n'a pas toujours lieu, et n'a même lieu que rarement, c'est l'effet des causes accidentelles qui empêchent la cristallisation d'atteindre son but.

Or, dans l'hypothèse que je viens de faire, et qui est la véritable, le rapport entre le côté de la base du prisme et sa hauteur (1) variera d'une espèce à l'autre, puisqu'il dépend des dimensions du noyau, qui de même suivent la diversité des espèces. Un seul joint mis à découvert suffit pour déterminer ces dimensions. Ainsi, dans la chaux carbonatée, l'égalité des angles que fait un joint obtenu par une section

(1) Si nous désignons à l'ordinaire par g, p, les moitiés des diagonales horizontales et obliques des faces du rhomboïde, et par a la longueur de l'axe dont l'expression analytique est $\sqrt{9p^2 - 3g^2}$, le rapport sera dans le cas du décroissement sur les bords celui de $\sqrt{\frac{4}{3}g^2}$ à a, et dans le cas du décroissement sur les angles celui de $\frac{4}{3}$ à a.

sur une des arêtes au contour de la base, avec cette même base et avec le pan adjacent, fournit une donnée d'après laquelle on trouve que le rapport entre les diagonales de chacun des rhombes du noyau est celui de $\sqrt{3}$ à $\sqrt{2}$, et que le côté de la base du prisme circonscrit est à sa hauteur comme $\sqrt{16}$ est à $\sqrt{27}$.

Lorsque c'est le prisme hexaèdre lui-même qui fait la fonction de forme primitive, la division mécanique, qui a lieu parallèlement aux pans et à la base, n'indique pas le rapport entre le côté de cette base et la hauteur. Mais la théorie déduit ce rapport des lois de décroissement d'où dépendent les facettes obliques qui, dans les variétés secondaires, naissent sur les bords ou sur les angles de la base. Ce rapport change toujours d'une espèce à l'autre, et quelquefois même celui qui est relatif à telle espèce est incommensurable avec celui qui a lieu dans telle autre espèce.

Telles sont donc les dimensions des diverses molécules élémentaires dont se composent les prismes hexaèdres réguliers, qui font, dans certaines espèces, la fonction de forme primitive, que leurs divers assemblages ont une disposition commune à se mouler dans un prisme hexaèdre régulier. Mais l'effet de cette disposition est restreint à ce qui, dans la forme du prisme, porte un caractère de limite, savoir, d'une part, les positions des pans parallèles à l'axe et inclinés entre eux sous des angles

de 120^d, qui sont ceux de l'hexagone régulier, et d'une autre part, la position de la base faisant avec l'axe un angle droit qui est la limite des angles. Les différentes espèces dont il s'agit semblent se confondre en allant vers ces limites. Mais la diversité reparaît dans le sens de la hauteur, qui étant par elle-même indéfinie, prend, relativement à chaque prisme, une mesure particulière qui devient la marque distinctive de l'espèce à laquelle appartient ce prisme (1).

Les autres formes qui s'écartent plus ou moins de la symétrie des précédentes sont susceptibles d'une grande variation dans le rapport de leurs dimensions, et dans les angles que font entre elles leurs faces parallèles à l'axe, ou que forment avec cet axe celles qui lui sont obliques. Par une suite nécessaire, leur détermination est plus composée, en sorte qu'au lieu de deux dimensions, dont le rapport donne tout, dans le cas du prisme hexaèdre régulier ou du prisme

(1) J'avais d'abord assimilé aux formes limites le rhomboïde calcaire, parce que si l'on suppose son axe dirigé verticalement, chacune de ses faces est également inclinée à un plan horizontal et à un plan vertical. La même similitude avait lieu à l'égard du prisme hexaèdre régulier de l'émeraude, dans lequel le côté de la base est égal à la hauteur. Mais ces limites sont liées à des cas particuliers, et les propriétés dont elles dépendent manquent de la généralité qui caractérise les véritables limites.

droit à bases carrées, on en a trois à comparer, dont deux ont des directions latérales, et la troisième est parallèle à l'axe ou aux arêtes longitudinales. Cette circonstance, en même temps qu'elle multiplie les coordonnées dont les diverses combinaisons donnent les expressions géométriques des formes primitives, diminue la possibilité de leurs coïncidences dans des espèces de différentes natures.

11. Voyons maintenant quelles sont les conséquences qui se déduisent de ce qui précède, pour l'application de la Cristallographie à la méthode minéralogique, sur quoi je dois d'abord observer qu'il ne s'agit ici que d'une chose, qui est en même temps le point essentiel, je veux dire la distinction des espèces, et les moyens de tracer entre elles des lignes nettes de démarcation. Quant à leur distribution par genres, par ordres et par classes, elle dépend des principes sur lesquels est basée la méthode, et du point de vue particulier sous lequel son auteur considère les êtres dont elle offre le tableau.

Or, il y a ici deux cas à considérer : l'un est celui dans lequel la forme primitive de l'espèce qu'il s'agit de déterminer n'est ni le cube, ni l'octaèdre régulier, ni le dodécaèdre rhomboïdal, et alors elle devient caractéristique par elle-même, comme appartenant exclusivement à cette espèce. Le second cas est celui où la forme primitive est une limite. Cette forme avertit alors l'observateur qu'elle peut appartenir à des espèces différentes; mais la substance qui

la présente est distinguée par une composition chimique particulière, dont la connaissance ferait disparaître l'incertitude qui naît de la considération isolée de la forme. Cependant cette connaissance n'est pas même nécessaire dans le cas présent. Car il n'est point de minéral qui ne jouisse de certaines propriétés physiques ou chimiques, étroitement liées à la nature des élémens dont sa molécule intégrante est l'assemblage. Or, ces propriétés n'exigent, pour être mises en évidence, que des observations ou des expériences simples et faciles à faire, et elles fournissent ainsi des caractères auxiliaires qui, ajoutés à l'indication de la forme, achèvent de faire ressortir l'espèce à laquelle celle-ci se rapporte.

Je choisirai pour exemple l'octaèdre régulier qui fait la fonction de forme primitive dans l'ammoniaque muriatée, l'alumine sulfatée, la chaux fluatée, le spinelle, le diamant et le fer oxidulé. Joignez au caractère de cette forme la propriété de se volatiliser en entier, par l'action de la chaleur, en une fumée blanche qui exhale une odeur particulière, et vous avez l'ammoniaque muriatée. Substituez à la propriété précédente celle d'être fusible avec boursoufflement, en laissant une masse spongieuse après le dessèchement : ce sera l'alumine sulfatée. Prenez pour caractère auxiliaire la propriété de donner lieu au dégagement d'une vapeur qui corrode le verre, à l'aide de l'acide sulfurique légèrement chauffé, et vous avez la chaux fluatée. Le spinelle sera signalé

par la faculté de rayer le quarz, mais non pas le corindon, et aussi par son éclat vitreux; le diamant, par la faculté de rayer toutes les autres substances, et si l'on veut encore par cet éclat métallique qu'offrent ses faces, et que l'on a nommé *éclat adamantin*; enfin, le brillant d'un gris métallique, et l'action sur l'aiguille aimantée, feront reconnaître le fer oxidulé. Il en sera de même de toutes les autres espèces dont les formes primitives sont des limites.

J'ajouterai qu'à l'exception des substances métalliques à l'état natif, ou qui étant à l'état de sulfures jouissent aussi de cet éclat particulier que l'on a désigné par ce même nom de *métallique*, les espèces dont les formes primitives ont le caractère de limites sont en petit nombre. Parmi celles des trois premières classes, l'octaèdre régulier ne se montre que dans les cinq que j'ai citées; et en continuant de faire la même exception pour celles de la quatrième classe, on ne retrouve plus la forme dont il s'agit que dans l'arsenic oxidé, où elle n'est connue que d'après les résultats des expériences chimiques. Les seules espèces qui présentent la forme cubique, en excluant toujours les substances métalliques dont j'ai parlé, sont au nombre de huit, savoir, la magnésie boratée, la soude muriatée, l'aplome, l'analcime, l'amphigène qui donne à la fois le cube et le dodécaèdre rhomboïdal, l'argent muriaté, le fer oxidé et le fer arseniaté. Le dodécaèdre rhomboïdal n'appartient qu'à cinq espèces, savoir, le grenat, la sodalite, le lazulite, le

latialite et le zinc sulfuré où il emprunte un caractère particulier du système de cristallisation auquel il sert de type.

Or, les substances métalliques dont j'ai parlé ont d'ailleurs des qualités qui leur sont communes, et qui les font ressortir vis-à-vis de toutes les autres. L'éclat métallique, auquel se joint une grande opacité, est déjà par lui-même une qualité remarquable. La pesanteur spécifique des mêmes substances l'emporte de beaucoup sur celle des autres. Toutes possèdent dans un degré plus ou moins marqué la faculté conductrice de l'électricité. Ce concours de propriétés communes suppose dans les mêmes substances une certaine analogie qui dépend de leur nature, en sorte que l'on est moins surpris qu'elles soient encore liées entre elles par la ressemblance de la forme que l'on peut aussi considérer comme une qualité physique.

Et ce qui paraît rendre plus probable l'existence de cette analogie dont je viens de parler, c'est que quand les substances métalliques sont unies, soit entre elles, soit à d'autres principes, en sorte qu'elles ne sont plus dans l'état où elles jouissent pleinement des propriétés inhérentes à leur nature, il arrive presque toujours, même dans le cas où elles ont conservé le brillant métallique, qui est seulement modifié par des teintes particulières, que leurs formes primitives s'écartent des limites, en sorte qu'elles deviennent caractéristiques par elles-mêmes.

Tels sont le rhomboïde de l'argent antimonial, celui de l'argent antimonié sulfuré, celui du mercure sulfuré, et celui du fer oligiste; tels sont encore le prisme droit rhomboïdal du fer sulfuré blanc, celui du fer arsenical, celui du manganèse oxidé, et le prisme à base carrée du manganèse hydraté. Chacune de ces formes appartient exclusivement à l'espèce qui la présente. Les seules espèces qui fassent exception sont les sulfures d'argent et de plomb, le sulfure de fer ordinaire, et les oxidules de cuivre et de fer.

Cependant les mêmes substances sont distinguées d'ailleurs par des différences essentielles, d'où dérivent des caractères auxiliaires très prononcés, qui viennent se joindre aux indications de la forme, pour compléter la détermination des espèces. Ici les épreuves chimiques que fournissent l'action des acides ou des alkalis, et celle de la chaleur, sont également simples et décisives. La pesanteur spécifique seule, quoique toujours considérable en elle-même, place à une grande distance l'une de l'autre quelques-unes des mêmes substances prises deux à deux, telles que l'or et le cuivre, le platine et l'argent. D'autres contrastes naissent de la ductilité de tel métal et de la grande fragilité de tel autre. Le bismuth natif comparé au cuivre en offre un exemple. La couleur même qui, étant produite par la réflexion immédiate des rayons lumineux sur la surface des corps, doit être comptée parmi les caractères spécifiques, offre

des différences qu'un œil tant soit peu exercé saisit facilement.

Mais les substances métalliques perdent-elles cet éclat qui les fait ressortir, en se combinant avec des acides et autres principes, qui les transforment en de nouveaux êtres, que l'on serait souvent tenté de prendre, d'après leur aspect, pour des substances pierreuses? Il arrive presque toujours que les formes primitives qui, dans ce cas, naissent de ces combinaisons, suffisent seules pour les caractériser sans aucune équivoque. Ainsi, pour nous borner à un seul genre de solides, qui est l'octaèdre, on connaît trois mines de plomb, savoir, le plomb carbonaté, le plomb muriaté et le plomb phosphaté, dont les formes primitives rentrent dans ce genre de forme, avec des dimensions très différentes. Parmi les mines de cuivre, l'octaèdre se trouve répété quatre fois, savoir, dans le cuivre muriaté, le cuivre carbonaté, le cuivre arseniaté et le cuivre phosphaté, mais avec des rapports entre les dimensions qui varient très sensiblement d'une espèce à l'autre. Il n'existe dans toute cette portion de série que deux espèces dont la forme primitive soit une limite, qui est le cube, savoir, l'argent muriaté et le fer arseniaté. Mais la Physique fournit des caractères auxiliaires remarquables qui, en s'ajoutant à l'indication de la forme, achèvent de préciser les déterminations des deux espèces. L'un se tire de la propriété qu'a le zinc humide de faire reparaître tout à coup au moyen du frottement l'é-

clat métallique de l'argent, masqué par la présence de l'acide muriatique. L'autre est donné par le concours de la couleur verte du fer arseniaté, et de son action sur l'aiguille aimantée dans l'expérience du double magnétisme.

Après tout, il ne faut pas oublier que dans toutes les recherches dirigées vers l'étude de la nature, nous ne pouvons que la prendre telle qu'elle est, que nous sommes obligés de plier nos théories et nos méthodes à sa manière d'agir, et que notre but est rempli, lorsque les connaissances auxquelles nous sommes parvenus sont le fruit de notre zèle et de nos efforts pour tirer le meilleur parti possible des moyens que nous avons à notre disposition. Je crois avoir conduit le principe que j'ai adopté de préférence pour la détermination des espèces aussi loin qu'il pouvait aller, en restant isolé et abandonné à lui-même. Je lui ai associé des accessoires propres à le seconder, aux endroits où il ne suffisait plus seul à ses applications. On ne peut exiger rien de plus, puisque c'était tout ce que comportait le sujet que j'avais à traiter.

12. Avant de terminer cet article, je ferai, par rapport à la composition chimique des minéraux, une réflexion qui se présente naturellement à la suite de ce que j'ai dit sur l'identité de molécule intégrante dans des espèces de diverse nature. Dans la notion que j'ai donnée de ce qui constitue l'essence d'un minéral, j'ai distingué trois choses, les qualités

des principes composans, leurs quantités respectives, et les fonctions qu'ils exercent les uns sur les autres. On peut conjecturer de là qu'il n'est pas impossible qu'on ne fût forcé de placer dans des espèces distinctes des minéraux qui renfermeraient les mêmes principes unis entre eux dans le même rapport, si la diversité des fonctions réciproques exercées par ces principes en déterminait une dans les propriétés les plus remarquables des minéraux dont il s'agit. C'est dans ce sens qu'un célèbre géomètre a pensé que les molécules élémentaires des corps pouvaient s'unir par diverses faces, et produire ainsi des cristaux différens par la forme, la dureté, la pesanteur spécifique et l'action sur la lumière (1). Un chimiste, qui jouit également d'une grande réputation, paraît avoir en vue la même idée, lorsqu'il dit (2) qu'une même composition peut donner naissance à des qualités physiques assez différentes pour qu'il soit nécessaire de distinguer les minéraux qui la présentent. On ne peut assurer, dans l'état actuel des choses, que le cas dont il s'agit ici ne soit pas celui de la chaux carbonatée et de l'arragonite, qui contrastent si fortement par la forme de leur molécule intégrante, par leur dureté et par leur action sur la lumière, et offrent de plus une différence très appréciable relativement à leur pesanteur spécifique, tandis que

(1) Mécanique céleste, supplément au X[e] livre, page 70.

(2) Statique chimique, tome I, page 436.

toutes les analyses qui en ont été faites par des chimistes d'une habileté bien reconnue, n'y ont indiqué que les mêmes quantités relatives de chaux et d'acide carbonique, à l'exception de trois ou quatre unités sur cent de strontiane carbonatée, qui ont été retirées de plusieurs arragonites, et qui ne pouvaient s'y trouver qu'accidentellement, puisque d'autres n'en ont pas offert un atome.

Au reste, tout ce que je prétends conclure de ce que je viens de dire, c'est que les cas où la distinction d'un minéral d'avec tous les autres dépendrait uniquement des fonctions réciproques de ses molécules élémentaires, sont dans l'ordre des possibles. Il en résulte que les circonstances où ils auraient lieu seraient d'autant moins favorables à la Chimie, que non-seulement les caractères qui dépendent des fonctions dont j'ai parlé sont inaccessibles à ses moyens, mais qu'elle fait disparaître l'empreinte qu'elles ont laissée de ces caractères sur le minéral. Mais les hypothèses de ce genre n'ont pas fixé l'attention des chimistes, et à l'égard de l'arragonite, par exemple, ils paraissent avoir préféré l'opinion qui s'accordait le mieux avec les intérêts de la science, savoir, que l'arragonite renfermait quelque principe essentiel à sa nature, qui leur avait échappé jusqu'ici, et que ce serait d'une découverte inattendue que sortirait un jour le trait de lumière qui en manifesterait l'existence.

V. *Observations sur la substance appelée communément* fer spathique (carbonate de fer *des chimistes*, Spatheisenstein *des Allemands*).

13. Les nombreuses discussions que le fer spathique a fait naître entre la Chimie et la Minéralogie, et le mystère qui a couvert pendant si long-temps son origine, et qui n'est pas encore tout-à-fait éclairci, l'ont rendu trop remarquable, pour ne pas lui obtenir un article à part dans cet Ouvrage. J'ai jugé d'autant plus convenable de le placer ici, que la seule objection sérieuse à laquelle il ait donné lieu contre la méthode cristallographique, consiste en ce qu'il l'aurait mis dans la nécessité d'attribuer à deux espèces de nature différente une même forme primitive qui ne serait pas une limite.

Trois opinions ont été émises sur la cause qui détermine la forme du rhomboïde que présente le fer spathique, soit comme produit immédiat de la cristallisation, soit comme résultat de la division mécanique (1). Selon M. Wollaston, ce minéral est un car-

(1) Je ne dirai rien ici du minéral dont les savans étrangers ont fait une espèce à part, qu'ils ont appelée *Braunspath* (*spath brunissant*), parce que je dois me renfermer dans la question présente, dont le véritable objet est la considération des corps dont on a formé une espèce distinguée de la précédente, que l'on a placée dans le genre du fer sous le nom de *Spatheisenstein* (*fer spathique*).

bonate de fer, qui a pour forme primitive un rhomboïde obtus dans lequel l'incidence des deux faces situées vers un même sommet est de 107^d. Si cette mesure ne laisse rien à désirer du côté de la précision, ma méthode cesse d'être en défaut; le fer spathique constitue une espèce distinguée de toutes les autres, et par ses principes et par la forme de sa molécule. Il est de mon intérêt d'avouer l'erreur que j'ai commise en assignant pour le rhomboïde primitif une valeur trop petite d'environ $2^d \frac{1}{2}$, qui l'assimilait à celui de la chaux carbonatée.

Mais cette erreur, qu'il faudrait rejeter sur les mesures prises avec le goniomètre ordinaire, est d'autant moins dans l'ordre des possibles, que ces mesures ont été répétées un grand nombre de fois avec beaucoup d'attention. Je vais essayer d'éclaircir la difficulté, d'après l'observation qu'ont pu faire ceux qui ont eu sous les yeux des morceaux de fer spathique, tels qu'on en trouve dans une multitude d'endroits. Elle consiste en ce que souvent les lames dont ils sont les assemblages, au lieu d'être planes, subissent des inflexions et des courbures qui tendent à faire paraître leurs inclinaisons respectives plus grandes qu'elles ne le sont en effet. M. Jameson attribue à cette cause la différence qu'ont indiquée les mesures mécaniques (1). Ce que je puis dire, c'est que j'ai pris tous les moyens convenables pour m'as-

(1) System of Mineralogy, 1816, t. III, note à la page 272.

surer du niveau des faces qui terminaient les rhomboïdes que j'ai employés, et qu'il m'a paru que ma mesure n'était susceptible d'aucune correction. J'exposerai plus bas des considérations qui viennent à l'appui de ce résultat.

Une seconde opinion était celle que j'avais d'abord adoptée, et que Bergmann semblait m'avoir dictée, en annonçant que le fer spathique contenait toujours une quantité considérable de chaux carbonatée, qui, dans les morceaux les plus abondans en fer, formait à peu près la moitié de la totalité. J'en avais conclu que le fer spathique n'était autre chose qu'un mélange de chaux carbonatée et de fer qui empruntait sa forme de la première.

Mais les analyses qui ont été faites depuis quelques années par des chimistes d'un mérite distingué, et auxquelles ils ont employé des cristaux de fer spathique qui étaient dans leur état de fraîcheur et n'avaient subi aucune altération, n'ayant donné que du fer et de l'acide carbonique, quelquefois avec une quantité de chaux carbonatée égale à $\frac{1}{100}$ de la masse, il a fallu renoncer à l'hypothèse précédente. La conséquence que l'on s'empressa de tirer de ces résultats, en les comparant avec celui de mes mesures, fut que la méthode cristallographique avait confondu dans une même forme primitive étrangère aux limites, deux substances entre lesquelles la Chimie venait de tracer une ligne de démarcation fortement prononcée.

La difficulté disparaît dans la troisième opinion qui a été émise par Romé de Lisle (1), et à laquelle je me suis conformé dans mon Tableau comparatif (2). Suivant cette opinion, le fer spathique serait le résultat d'une de ces opérations auxquelles je donne le nom de *pseudomorphose*, c'est-à-dire que la chaux carbonatée se serait convertie peu à peu en fer carbonaté, par une substitution des molécules ferrugineuses aux molécules calcaires. Cette transformation aurait laissé subsister le mécanisme de la structure, à peu près comme dans le bois agatifié on retrouve tous les linéamens de l'organisation primitive, en sorte que les molécules quarzeuses, en remplaçant une à une celles du bois, ont pris l'empreinte du tissu végétal. J'ai aperçu dans les fractures faites à des cristaux pseudomorphiques de stéatite, tels qu'on en trouve à Baireuth, des indices des joints naturels qui existaient dans les cristaux calcaires auxquels ceux-ci avaient succédé. Seulement ils étaient moins apparens que ceux qu'on observe dans le fer spathique.

Ma collection renferme un certain nombre de morceaux de ce fer, dans lesquels la pseudomorphose semble parler aux yeux. Je me bornerai à en citer quelques-uns. Ici on voit des masses lami-

(1) Cristallogr., t. III, p. 282. *Voyez* aussi les lettres du docteur Demeste, t. II, p. 322 et suiv.

(2) Page 279.

naires de chaux carbonatée enveloppées d'un fer oxidé brun, qui a pénétré dans les parties situées vers la surface, auxquelles il a communiqué sa couleur, tandis que celles qui sont situées vers le centre sont restées blanches et intactes. Là, des rhomboïdes équiaxes de fer spathique en décomposition sont traversés par des lames de chaux carbonatée pure, dont les directions s'accordent avec l'ordre de la structure, tel que l'indique la division mécanique des cristaux ordinaires qui présentent la même variété, comme si ces lames s'étaient conservées pour attester l'origine calcaire de la pseudomorphose. Ailleurs des groupes de cristaux qui offrent le rhomboïde primitif ont des parties blanches entremêlées de parties brunes, en sorte qu'il y a unité de structure. Les fragmens des premières n'ont aucune action sur l'aiguille aimantée, même dans l'expérience du double magnétisme, et se dissolvent en entier avec une lente effervescence dans l'acide nitrique. Les fragmens des parties brunes attirent l'aiguille, dans l'expérience ordinaire, et sont insolubles dans l'acide : seulement ils y perdent leur couleur et deviennent d'un blanc grisâtre.

En soumettant successivement aux mêmes épreuves des fragmens détachés de différens morceaux, on remarque que les propriétés ont suivi une gradation dont l'effet était de rendre plus sensibles la résistance à l'action de l'acide et la disposition au magnétisme à mesure que le corps approchait davantage du der-

nier terme de la série, auquel répondait le fer spathique sans mélange de chaux carbonatée.

On voit par ce qui précède que, dans l'hypothèse où l'angle saillant obtus du rhomboïde du fer spathique serait de 107^d, il faudrait, ce que personne ne sera tenté d'admettre, que cet angle, en partant de $104^d\frac{1}{2}$, eût varié d'un morceau à l'autre, en passant par tous les intermédiaires compris entre les deux extrêmes.

On trouve aux environs de Dusseldorf en Westphalie, des cristaux qui originairement étaient composés de chaux carbonatée, appartenant à la variété métastatique. Ils sont engagés dans des masses d'un fer oligiste qui est venu se mouler sur leur surface, et dont les molécules ont été prendre successivement les places que leur cédaient les molécules calcaires. Dans la plupart des cristaux, le remplacement n'a eu lieu que depuis le sommet jusqu'à un certain terme au-delà duquel la chaux carbonatée est restée intacte, en sorte qu'ici la pseudomorphose est évidente. Ce n'est plus, à la vérité, le fer carbonaté qui en a fourni la matière : aussi n'ai-je cité cette observation que comme étant propre à diminuer la surprise que tendent à faire naître les faits précédens.

J'ajoute que l'hypothèse d'une pseudomorphose est celle qui fournit l'explication la plus naturelle de ces dérangemens de niveau et de ces courbures que présentent les lames composantes d'un grand nombre de morceaux de fer spathique. On croit voir une ma-

tière qui a été comme tourmentée, et dont les molécules, forcées de se loger dans des vacuoles qui n'étaient pas faits pour elles, n'ont pu s'arranger conformément aux lois d'une aggrégation parfaitement régulière.

Le système de cristallisation du fer spathique est encore analogue à celui de la chaux carbonatée. On y trouve le rhomboïde primitif complet, celui que j'appelle *basé*, ensuite la variété équiaxe, puis la contrastante et celle qui porte le nom de prismatique (1). Mais il y a mieux, et en observant les fractures d'une partie des cristaux, on y aperçoit des indices très sensibles de ces joints surnuméraires qui se montrent dans les rhomboïdes primitifs de chaux carbonatée, surtout de ceux qui sont parallèles à des plans menés par les diagonales horizontales des faces opposées deux à deux. Ainsi le rhomboïde du fer spathique aurait copié celui de la chaux carbonatée jusque dans ces modifications, qui me paraissent être

(1) Les cristaux de cette dernière, qui se trouvent dans le comté de Cournouailles, sont composés de couches concentriques dans lesquelles le progrès de la pseudomorphose s'annonce par la différence de couleur, qui, en allant de la surface vers le centre, passe du brun-noirâtre au blanc-grisâtre et au jaune-brunâtre. Les fragmens de ces cristaux agissent immédiatement par attraction sur l'aiguille aimantée, et si on les présente un instant à la flamme d'une bougie, ils acquièrent des pôles.

dues à de simples jeux de lumière étrangers au mécanisme de la structure.

On objectera que les faits dont j'ai parlé n'ont lieu que dans des circonstances particulières et comme isolées, où la nature opérait sur des corps resserrés dans de petits espaces, et qu'on n'est pas en droit de les généraliser et de les étendre à ces couches puissantes de fer spathique qui se trouvent dans une multitude de pays. Je ne répondrai pas que nous ignorons ce qu'étaient dans l'origine ces couches qui, dans plusieurs endroits, sont accompagnées de grandes masses de chaux carbonatée, et que nous n'avons pas non plus le droit de juger de leur état primitif d'après leur état actuel. Je me bornerai à dire que, dans la nécessité où nous sommes d'opter entre trois opinions dont chacune laisse un mystère à éclaircir, la saine raison nous prescrit de donner la préférence à celle qui nous le montre du côté le moins obscur.

Il y a du mystérieux dans tout ce qui tient aux pseudomorphoses. Je citerai surtout celles que l'on trouve aux environs de Baireuth, où des cristaux de chaux carbonatée primitive, métastatique, etc., et, ce qui est plus étonnant, de cristaux de quarz hyalin prismé, engagés d'abord dans des masses de stéatite, ont disparu de leurs moules à mesure que leurs molécules les abandonnaient à celles de la même stéatite qui, en s'y arrangeant, ont copié fidèlement les formes dont ces moules conservaient l'empreinte. Ayant brisé un morceau de la stéatite

dont il s'agit, j'en ai vu sortir un cristal pseudomorphique qui s'est dégagé spontanément de la cavité qu'il occupait, et qui présente la forme du quarz hyalin prismé, dans toute sa perfection.

Je remarquerai, en finissant cet article, que, s'il était bien prouvé que le fer spathique fût un véritable fer carbonaté soumis au même rapport entre les quantités de fer et d'acide carbonique, que s'il avait été produit d'un premier jet, ce serait une espèce particulière qu'il faudrait placer séparément dans le genre du fer, quoiqu'elle ne se fût encore offerte que sous une forme empruntée, en sorte que sa forme primitive resterait inconnue, comme celle de quelques autres substances qui sont suffisamment caractérisées jusqu'ici par leurs propriétés, en attendant que leur type géométrique ait été déterminé. Dans le cas contraire où la réunion du fer et de l'acide carbonique n'aurait été que de rencontre, le fer spathique devrait être placé dans un appendice à la suite du fer oxidé. Je serais cependant porté à placer ici un point de doute qui ne présumerait rien sur la solution définitive d'une question dont l'examen appartient à la Chimie. Il me suffit d'avoir prouvé que les faits, quels qu'ils soient, ne portent aucune atteinte aux principes sur lesquels est fondée la distinction des espèces minérales.

VI. *Des Minéraux mélangés de matières hétérogènes.*

14. Dans tout ce qui précède, j'ai supposé que les minéraux n'étaient autre chose que des assemblages de molécules homogènes, réunies entre elles par une seule action de l'affinité, et j'ai fait abstraction de tout ce qui pouvait altérer cette homogénéité. Les formes des molécules étant à l'abri de toute variation, ainsi que les angles des formes secondaires, malgré toutes les diversités accidentelles que la composition est susceptible de subir, j'ai dû d'abord, pour procéder avec ordre, me dispenser d'avoir égard à celles-ci, puisqu'elles sont censées nulles dans les applications de la Cristallographie. Je vais maintenant considérer les mêmes corps dans leur état réel, et comme renfermant divers principes accessoires, amenés par les circonstances dans lesquelles ils se sont trouvés pendant leur formation. Les réflexions auxquelles ce sujet me conduira, puisées dans une étude approfondie de la nature, achèveront de faire ressortir les avantages de la même science, en prouvant qu'elle seule peut faire tomber la difficulté qui naît des résultats de ce conflit d'affinités dont les actions se sont partagées entre les divers élémens qui ont concouru à la production d'un même corps. Cette preuve ne sera même qu'un développement des principes qui m'ont dirigé, parce qu'elle sortira encore de la même vérité, que, sous le rapport de

la Cristallographie, il n'existe dans un minéral que les molécules intégrantes qui se rapportent à son espèce, ou, en d'autres termes, pour elle, tous les minéraux sont purs.

Si nous remontons à la formation des minéraux, nous devons concevoir que la même masse de liquide dans laquelle étaient suspendues les molécules intégrantes de telle substance, renfermait en même temps celles de plusieurs autres substances, qui lui servent aujourd'hui de support ou d'enveloppe. Or, tandis que l'affinité agissait pour rapprocher les molécules de la substance dont j'ai parlé d'abord, et les disposer à la cristallisation, d'autres molécules comprises parmi celles qui tendaient à produire des corps différens ont manqué, pour ainsi dire, leur destination, pour aller s'interposer entre les premières; et la réciprocité de cette action établissant une sorte de commerce entre les diverses matières disséminées dans le liquide, chacune d'elles s'appropriait un surcroît qui lui était étranger. Je vais citer une suite de corps qui portent plus ou moins l'empreinte de cette tendance d'un minéral à s'associer des molécules d'une espèce différente.

Parmi les cristaux qui appartiennent à l'axinite, on en observe sur une des faces du morceau qui leur sert de support, dont la couleur violette est jointe à une transparence assez nette, tandis que ceux qui se montrent sur la face opposée sont verts et à peine translucides. Quelquefois le même cristal est en

partie violet et en partie d'une couleur verte, en sorte que ces variations en indiquent une dans la composition elle-même.

Ailleurs un cristal est pur dans une partie et mélangé dans l'autre d'une matière hétérogène. Telle est une tourmaline de Sibérie comprise dans ma collection, dont la partie située vers un des sommets est incolore et transparente, tandis que le reste est chargé d'une matière qui rend le corps opaque et lui donne une couleur d'un violet noirâtre. On connaît des topazes du même pays dont la partie supérieure est d'un blanc mat, tacheté de jaunâtre, et la partie inférieure transparente est d'un bleu verdâtre. L'assemblage de ces deux parties, dont les composans contrastent si fortement l'un à l'égard de l'autre, porte cependant un caractère d'unité qui s'annonce même dans les stries dont la surface est sillonnée d'un bout à l'autre. Ainsi tout, jusqu'aux simples accidens, concourt à identifier les deux parties, sous le rapport de la cristallisation.

J'ai dans ma collection un groupe de cristaux cubiques de chaux fluatée dont les uns sont transparens et d'une couleur jaunâtre, et les autres opaques et d'un blanc mat qui leur donne un aspect analogue à celui de l'ivoire. Plusieurs sont des mixtes, dont une portion qui offre la couleur et la transparence des premiers, forme le prolongement de celle qui s'assimile à la matière des seconds, sans aucune apparence de soudure, à l'endroit de leur jonction.

La substance blanche paraît avoir été fournie par celle du quarz, dont on voit des cristaux à côté de ceux qui appartiennent à la chaux fluatée.

Le fer, répandu avec une si grande profusion dans les mines où on l'exploite pour nos usages, s'introduit encore accidentellement dans une multitude de corps, où tantôt il fait la fonction de principe colorant, et tantôt se mêle dans un rapport plus ou moins sensible avec des substances d'une nature toute différente. C'est ce qui a lieu en particulier à l'égard des grenats. L'analyse faite par M. Vauquelin des cristaux trapézoïdaux de cette substance, que l'on trouve en Bohême, a donné jusqu'à 36 pour 100 du même métal. D'autres cristaux qui viennent de Suède, et qui présentent la forme de la variété émarginée, sont tellement chargés de fer oxidulé, qu'ils ont cet aspect métallique que l'on a désigné sous le nom de *noir de fer*. Ils ne démentent pas cette apparence lorsqu'on les présente à l'aiguille aimantée, sur laquelle ils agissent fortement.

Les cristaux auxquels on a donné le nom de *grès cristallisé de Fontainebleau* sont dans un cas particulier qui les rend dignes d'attention. Ils doivent leur forme à des molécules calcaires qui, s'étant introduites, à la faveur de l'infiltration du liquide qui les tenait en dissolution, dans les interstices d'un amas de sable quarzeux, ont saisi les grains de ce sable, et les ont incorporés avec elles, sans que ces grains les aient empêchées d'obéir aux lois de la cristal-

lisation qui leur a fait prendre la forme du rhomboïde inverse de la chaux carbonatée. Ce que ces cristaux ont surtout de remarquable, c'est, d'une part, la forte adhérence que les molécules calcaires ont contractée avec ces grains grossiers et informes qui ne leur présentaient qu'une surface chargée d'aspérités, et n'étaient propres qu'à jouer un rôle passif dans la cristallisation, et d'une autre part l'uniformité du mélange, où le mécanisme de la structure a été conservé, en sorte qu'en brisant les cristaux on met à découvert des joints naturels parallèles aux faces du rhomboïde primitif. Ces cristaux composent par leur réunion des groupes d'un volume plus ou moins considérable. On en trouve aussi de solitaires engagés librement dans le même sable. Presque tous sont d'une forme très régulière et nettement prononcée. J'ai substitué le nom de *chaux carbonatée quarzifère inverse* à celui de *grès cristallisé* qu'on leur avait donné, parce que le véritable agent de la cristallisation y était caché sous le masque de la matière quarzeuse, qui seule s'offrait aux regards de l'observateur.

L'exemple qui va suivre sera tiré de la variété blanche d'amphibole, vulgairement appelée *trémolite*. La roche qui sert de gangue aux cristaux de cette substance que l'on trouve au Saint-Gothard, est la chaux carbonatée magnésifère granulaire, que l'on a nommée *dolomie*. Ils renferment tous une quantité plus ou moins considérable de molécules

de cette dernière substance interposées entre leurs molécules propres. M. le comte de Bournon a observé le premier que l'acide nitrique dans lequel on avait plongé les mêmes cristaux s'emparait de ces molécules étrangères et les dissolvait en séparant la chaux et la magnésie de l'acide carbonique. Ils perdaient en même temps leur propriété phosphorescente. Soumis ensuite à l'analyse par M. Chenevix, ils ne donnèrent qu'environ 4 parties de chaux sur 100, tandis que, dans les analyses faites par M. Laugier, et dont les sujets étaient des cristaux intacts de trémolite du même endroit, la quantité du même principe avait varié depuis 15 parties jusqu'à 30 (1). Quelquefois un cristal de trémolite renferme une petite masse de dolomie qui lui sert comme de noyau, et qui s'y est introduite pour ainsi dire à son insu, en sorte que les molécules propres se sont arrangées autour de lui avec autant de régularité que s'il n'existait pas.

La dolomie est le plus souvent d'une couleur blanche; mais à certains endroits elle passe à la couleur grise, et renferme une multitude de petites lames de mica. Les cristaux de trémolite participent de cette diversité; dans le premier cas, ils sont blancs ou d'un blanc légèrement verdâtre; dans le second, ils sont d'un gris cendré, et leur dureté se trouve augmentée. J'ai encore dans ma collection un mor-

---

(1) Journal des Mines, tome XIII, n° 73, p. 1 et suiv.

ceau de dolomie dans lequel est engagé un cristal de trémolite, qui rend sensible à l'œil la double influence de sa gangue. Le morceau a une partie blanche à laquelle succède une autre partie d'une couleur grise. La portion de cristal qu'enveloppe la première est d'un blanc nuancé de verdâtre, tandis que celle qui répond à la seconde est d'un gris obscur.

15. Les observations que je viens de citer, et d'autres du même genre, m'avaient paru conduire à expliquer les anomalies que présentent les résultats de l'analyse chimique comparés à ceux de la géométrie des cristaux. C'était l'intervention des principes accidentels, qui, dans certain cas, faisait coïncider ceux de ces résultats qui se rapportaient à des substances qu'on ne pouvait se dispenser de séparer dans la méthode, et qui, d'une autre part, faisait contraster ceux qu'avaient offerts des substances évidemment identiques. J'avais cité dans mon Tableau comparatif diverses analyses relatives à l'un et à l'autre cas. La prehnite et la variété d'épidote dite *zoysite*, analysées toutes les deux par M. Klaproth, m'avaient fourni un exemple du premier (1). Je vais

(1) Suivant ce célèbre chimiste, les principes de la prehnite sont, silice 43,8; alumine 30,88; chaux 18,33; fer 5,66; eau 1,83; et ceux du zoysite, silice 45; alumine 29; chaux 21; fer 3, avec une perte de 2. Tableau comp., p. 197 et 184.

en citer un autre que je tirerai de deux variétés, l'une d'amphibole, l'autre de pyroxène, qui ont été le sujet d'un mémoire que j'ai publié dans les Annales du Muséum (1), et dont je vais donner une idée. MM. Klaproth et Karsten avaient placé dans l'espèce du pyroxène une substance noire, lamelleuse, qu'ils avaient nommée *blaettriger augit*, et qui entre comme ingrédient accidentel dans la composition d'un agrégat que j'ai rangé sous le nom d'*éclogite*, dans ma distribution minéralogique des roches, et dont les principes constituans sont le grenat et la diallage verte (2). Cet agrégat forme de grandes masses dans le Sau-Alpe, en Carinthie. L'analyse de la substance dont il s'agit, telle que l'a rapportée M. Karsten, et qui avait pour auteur M. Klaproth, indiquait 52,5 de silice; 9 de chaux; 12,5 de magnésie; 7,25 d'alumine; 16,25 d'oxide de fer; 0,5 de potasse avec une perte de 2. Cette analyse se trouve dans mon Tableau comparatif, à l'article du pyroxène (3).

L'examen du morceau qui m'a suggéré l'idée de mon mémoire, et que je n'ai reçu que depuis la publication de mon Tableau comparatif, m'a fait

---

(1) Tome XIV.

(2) Ce second principe manquait dans un morceau d'un petit volume, qui était le seul que j'eusse entre les mains lorsque j'ai rédigé mon mémoire.

(3) Page 177.

reconnaître que le blaettriger augit était une variété d'amphibole, si clairement indiquée par le résultat de sa division mécanique, qui m'avait conduit à la molécule de ce minéral, et par ses autres caractères, qu'on avait lieu d'être surpris que les deux hommes célèbres dont j'ai parlé l'eussent confondue avec le pyroxène. M. Werner n'avait pas mis sans doute son attention ordinaire dans l'observation des caractères extérieurs de la substance dont il s'agit, car ils lui auraient suffi pour éviter la méprise. Quant à M. Karsten, j'ai appris dans la suite que ce qui l'avait trompé c'était principalement la ressemblance entre le résultat d'analyse dont j'ai parlé et celui qu'avait offert à M. Vauquelin l'analyse du pyroxène de l'Etna (gemeiner augit, W.). Voici ce résultat : silice 52; chaux 13,2; magnésie 10; alumine 3,33; oxide de fer 14,66; oxide de manganèse 2, avec une perte de 4,81. Les différences que présentent les rapports entre les quantités des principes indiqués par les deux analyses sont dans les limites de celles que l'on se permet de négliger, en les attribuant aux petites erreurs inséparables de ce genre d'opération.

J'avais aussi noté, dans mon Tableau comparatif, des résultats d'analyses offerts par des variétés d'une même substance, et qui divergeaient très sensiblement par les proportions des principes composans. Tels étaient ceux qu'avait obtenus M. Klaproth en opérant sur le péridot cristallisé, et sur celui qui est à l'état granuliforme (olivin de W.), dont l'iden-

tité avec le premier est prouvée par l'observation des petits cristaux qui, dans certains basaltes, accompagnent les masses de l'olivin (1).

Les analyses précédentes, et il en faut dire autant de toutes les autres, énonçaient indistinctement les qualités et les quantités de toutes les substances qu'avait données l'opération, et rien n'y indiquait le triage qu'il eût fallu faire de celles qui tenaient à l'essence du minéral analysé, pour en séparer celles qui n'étaient qu'accidentelles.

16. M. Berzelius a été conduit par ses belles recherches à débrouiller la confusion qui naît du mélange des matières qui, dans un minéral, ne sont pour ainsi dire que d'emprunt, avec celles qui lui appartiennent en vertu de sa nature, et à déterminer des points fixes autour desquels ces matières fournies par les alentours du minéral viennent se rallier en s'isolant de celui-ci.

Ce célèbre chimiste remarque d'abord, dans son Nouveau système de Minéralogie, qu'il est rare qu'un cristal, quelque régulier et transparent qu'il soit, ne contienne pas quelqu'ingrédient étranger (2); et

(1) Les résultats dont il s'agit ont donné pour le péridot cristallisé 39 de silice ; 43,5 de magnésie ; 19 d'oxide de fer ; et pour le péridot granuliforme, 50 de silice ; 38,5 de magnésie ; 12 d'oxide de fer, et 0,25 de chaux. Tableau comparatif ; page 202.

(2) P. 15.

ailleurs il dit qu'on peut regarder comme entièrement décidé que beaucoup de minéraux qui dans les systèmes portent les noms de *simples*, sont proprement des mélanges de plusieurs fondus ensemble (1).

Les principes dont ces divers minéraux sont les assemblages exercent deux fonctions très différentes. Les uns forment une combinaison qui est constamment la même dans tous les individus, et dans laquelle consiste l'essence du minéral. Les autres varient dans leurs quantités relatives; et comme ils ont été empruntés aux matières environnantes, qui diffèrent elles-mêmes suivant les localités, il arrive que ceux qui existent en quantité notable dans les cristaux retirés de tel terrain, deviennent nuls dans ceux qui ont été fournis par tel autre terrain. M. Berzelius déduit de là une conséquence qu'il rapporte aux résultats qu'ont offerts divers cristaux d'amphibole soumis à l'analyse, mais qui peut également s'appliquer à un minéral d'espèce différente. Il part de l'observation incontestable qui prouve que tous les cristaux de la substance dont il s'agit ont les mêmes caractères géométriques, et il lui paraît juste d'en conclure que la combinaison qui leur a donné naissance est un point fixe auquel se rattache l'espèce dont ils dépendent. Car, dans le cas où ils renfermeraient comme partie intégrante des molécules d'un ingrédient étranger, il devrait en résulter nécessaire-

(1) Page 139.

ment, dit M. Berzelius, des différences dans la figure primitive, lesquelles seraient susceptibles d'être déterminées géométriquement (1). C'est en comparant les analyses de divers morceaux que l'on pourra, suivant le même savant, parvenir à représenter fidèlement la composition chimique du minéral, en élaguant les principes qui n'appartiennent pas à sa véritable constitution (2). L'influence que l'illustre chimiste suédois accorde à la Cristallographie sur la détermination des espèces, se montre encore plus sensiblement dans la notion qu'il a donnée de l'espèce prise en général, qu'il fait consister, ainsi que moi, suivant son expression, dans la réunion d'une même forme avec une même composition.

On serait tenté de croire que ces principes, qui se sont introduits comme furtivement dans un minéral, n'ont entre eux qu'une relation de rencontre, sans qu'il y ait rien de fixe dans leur manière d'être les uns à l'égard des autres, et il semble même que ce soit là ce qui caractérise un mélange et le distingue d'une combinaison proprement dite. Mais, selon l'opinion du même savant, il en est autrement des minéraux qui se trouvent dans le cas dont il s'agit ici. Ce sont bien, si l'on veut, des mélanges, mais dont les parties offrent autant de combinaisons dont

---

(1) Tableau comp., page 144.

(2) *Ibid.*

chacune peut être assimilée, sous le rapport de l'affinité, à celle qui est dominante (1).

Au reste, il existera presque toujours une grande différence entre les fonctions des principes dont je viens de parler et celles des élémens dans lesquels réside l'essence du minéral, les premiers étant susceptibles d'une grande variation, et pouvant même disparaître dans certains individus, tandis que les autres conservent leur caractère de fixité et de prééminence. Ainsi, de quelque manière que les choses se passent dans l'amphibole et dans le pyroxène, la comparaison des analyses fournira toujours un moyen de concilier les indications de la Chimie avec celles de la Cristallographie.

Mais il est des minéraux qui sont des mélanges de deux composans ou davantage, et dont chacun appartient à une espèce qui a dans la nature une existence à part, et occupe dans la méthode la place que lui assigne la combinaison dont elle est le résultat. Dans le cas du pyroxène, de l'amphibole et des autres minéraux qui cachent, pour ainsi dire, le secret de leur mélange, le chimiste qui en fait l'analyse est obligé de recomposer les espèces dont ils offraient les assemblages, et il n'est peut-être pas toujours sûr que la répartition qu'il a faite des principes qu'il a associés dans ses synthèses, représente

---

(1) *Ibid.*, pag. 137.

fidèlement l'ordre suivant lequel l'affinité les avait réunis deux à deux ou trois à trois (1). Mais celui qui décompose les minéraux dont je viens de parler est dispensé de refaire les espèces dont il a séparé les élémens les uns des autres : il suffit qu'il les reconnaisse. Il suit de là, que la Chimie, abandonnée à elle-même, n'offre aucune raison suffisante, dans les cas dont il s'agit ici, pour considérer tel composant plutôt que tel autre, comme étant celui qui constitue le minéral : car nous verrons plus bas que l'avantage qu'aurait l'un des composans de l'emporter sur les autres en quantité, n'est pas un motif pour lui assigner la préférence, comme on pourrait être porté à le croire. J'ajouterai que plusieurs des agrégats dont il s'agit ont été considérés comme étant le résultat d'une combinaison unique, en sorte qu'on en a fait des espèces distinctes auxquelles on a donné des noms particuliers. La suite de cet article en fournira des exemples.

Or, ici se présente une observation importante à laquelle nous conduit la Cristallographie, et qui fait disparaître la difficulté. Elle consiste en ce qu'en supposant le minéral cristallisé, il arrive toujours qu'un des composans imprime à l'ensemble le caractère de sa propre forme, et il est visible que c'est ce même composant qui détermine l'espèce à laquelle

---

(1) Tableau comp., page 148.

appartient le minéral mélangé, puisqu'elle doit être représentée par le concours du type chimique et du type géométrique.

L'observation de ce qui se passe dans les opérations de la Chimie semble prouver qu'il ne serait pas impossible que celui des composans dont le mélange aurait pris la forme n'y entrât que pour une petite portion de la totalité. M. Beudant a fait sur les sels mélangés des expériences très intéressantes, dans l'une desquelles 75 parties sur 100 de cuivre sulfaté se sont unies à 21 de zinc sulfaté et à 4 de fer sulfaté, et c'était ce dernier sel qui avait imprimé à l'ensemble le caractère du rhomboïde qui est sa forme primitive. Cependant je n'ai encore rencontré parmi les minéraux aucun exemple d'un cas semblable à celui-ci. La quantité du composant qui avait fourni le type géométrique du mélange était toujours dans un rapport très sensible avec la masse totale. Mais on pourrait demander quelle serait la place que devrait occuper dans la méthode un mélange semblable à celui qu'a obtenu M. Beudant, si on le trouvait parmi les productions du règne minéral. Je pense qu'il faudrait le ranger dans l'espèce du fer sulfaté, sous un nom qui indiquerait les deux principes accessoires, tel que celui de *fer sulfaté cupro-zincifère*, parce que ce serait ce sel qui représenterait l'espèce, en offrant la coexistence du type géométrique et du type chimique. Ce n'est pas le volume ou le poids de la matière qui doit décider de

la place d'un être naturel dans la classification, mais la valeur des caractères dont il porte l'empreinte. La quantité du principe auquel appartient la forme étant susceptible de varier suivant une multitude de rapports différens, depuis $\frac{1}{100}$ jusqu'à $\frac{99}{100}$ de la totalité, on ne pourrait fixer qu'arbitrairement, et sans raison suffisante, au milieu de la série de nuances composée de tous ces rapports, celle à laquelle se terminerait l'espèce relative au principe dont je viens de parler, et commencerait celle qui dériverait du principe le plus abondant. Seulement il conviendrait, dans un cas analogue à celui de l'expérience de M. Beudant, de citer, mais toujours sous le même nom spécifique, le mélange des trois sels aux articles du cuivre sulfaté et du zinc sulfaté, comme un résultat d'affinité trop remarquable pour ne pas mériter d'occuper une place dans l'histoire de ces derniers sels.

17. Quelquefois le minéral n'est plus un simple mélange des composans dont on en retire les élémens à l'aide de l'analyse, mais le résultat d'une combinaison intime à laquelle ont concouru à la fois tous ces élémens, et qui détermine une espèce particulière. C'est ce dont l'observateur est encore averti par la Cristallographie, qui lui montre dans l'aspect géométrique du minéral dont il s'agit une forme primitive distinguée de celle de chaque composant, et souvent incompatible avec elle. Je vais citer des exemples relatifs à ces deux derniers cas dans lesquels

l'intervention de la Cristallographie est indispensable, soit lorsque le minéral étant un assemblage de plusieurs composans, dont les analogues existent séparément dans la nature, elle nous décèle celui que sa force de cristallisation a rendu prédominant, soit lorsque le minéral étant le résultat d'une combinaison unique, la même science nous fait apercevoir les traits du caractère spécifique dont cette combinaison a marqué la forme cristalline.

1. *Fer oxidulé titanifère et titane oxidé ferrifère.*

On trouve dans le voisinage des volcans une grande quantité de grains ferrugineux qui a été fournie par la destruction des basaltes et autres roches regardées comme étant d'origine ignée. M. Cordier, dont les belles recherches ont répandu un grand jour sur la nature et sur la formation de ces roches, a reconnu que le sable ferrugineux dont je viens de parler était composé de fer oxidulé et de titane oxidé.

D'une autre part, on trouve en Norwège et dans divers autres pays une substance métallique engagée dans des roches primitives, et dont on retire aussi, à l'aide de l'analyse, du titane oxidé et du fer oxidulé.

La Cristallographie fait voir que ces deux substances sont deux mélanges différens qui doivent être réunis chacun à l'espèce dont sa forme offre l'empreinte. Une partie des grains ferrugineux qui appartiennent aux terrains volcaniques sont cristallisés et présentent, comme primitive, la forme de

l'octaèdre régulier, qui est celle du fer oxidulé, avec des variétés de cette forme qui se retrouvent parmi celles du même fer à l'état de pureté. L'autre substance, quoiqu'en masses informes, a un tissu sensiblement lamelleux, et le résultat de sa division mécanique est un prisme droit quadrangulaire rectangle, analogue à celui qui, dans le titane oxidé, fait la fonction de forme primitive. La première substance sera donc, d'après les principes de la nomenclature que j'ai adoptée, un *fer oxidulé titanifère*, et l'autre, un *titane oxidé ferrifère*.

L'action énergique que les deux substances exercent sur l'aiguille aimantée, et qui n'aurait pas lieu dans le cas d'une combinaison intime du fer avec le titane, achève de prouver qu'elles ne sont que des mélanges (1). Cette action n'est ordinairement qu'at-

---

(1) L'oxigène, en se combinant avec le fer, ne lui enlève pas sa vertu magnétique, surtout si le métal est cristallisé et pourvu de l'éclat métallique. J'ai même reconnu des effets sensibles de cette vertu dans la mine de fer brune en grains, connue sous le nom de *fer limoneux*. Mais l'union du fer avec le soufre, un acide ou un autre métal, fait disparaître la vertu magnétique, comme cela a lieu dans le fer sulfuré, le fer arséniaté et le fer arsenical. Les légers indices d'action sur l'aiguille aimantée que ces substances offrent quelquefois, dans l'expérience du double magnétisme, sont probablement dus à quelques molécules ferrugineuses qui ont échappé à la combinaison. Voyez la description détaillée de cette expérience, Traité élément. de Phys., t. II, p. 111 et suiv.

tractive ; mais j'ai trouvé des grains de la substance volcanique qui avaient naturellement des pôles, et quant à ceux qui n'ont que le magnétisme simple, il suffit de les placer pendant quelques secondes entre les extrémités de deux barreaux aimantés situés en sens contraire, pour qu'ils acquièrent la vertu polaire. Il en est de même des fragmens de l'autre substance.

2. *Craïtonite.*

Ce minéral qui jusqu'ici ne se trouve qu'en France, dans le département de l'Isère, n'avait encore été cité par aucun minéralogiste, lorsque, en 1788, elle fixa l'attention de M. le comte de Bournon. Il détermina plusieurs de ses formes cristallines, et les résultats auxquels il parvint la lui firent regarder comme une nouvelle espèce, à laquelle il donna le nom de *Craïtonite*, en l'honneur de M. Crichton, premier médecin de S. M. l'empereur de Russie, avec lequel il est uni par la science et par l'amitié (1).

La forme qui parut à M. le comte de Bournon faire la fonction de primitive, dans la craïtonite, est celle d'un rhomboïde très aigu, dont les angles plans, d'après ses mesures, sont de 162^d et 18^d. Le rapport qui se déduit de ces valeurs, entre les demi-diagonales g et p de chaque rhombe, touche de très près

(1) Catalogue de la Collection minéralogique particulière du Roi, p. 430 et 468.

celui de $\sqrt{40}$ à l'unité. En adoptant ce dernier rapport, j'ai trouvé d'une part $162^d\ 1'\ 49''$ et $17^d\ 58'\ 11''$ pour les angles plans, puis d'une autre part $119^d\ 10'\ 32''$ et $60^d\ 49'\ 48''$ pour les incidences mutuelles des faces.

M. Berzelius qui a fait l'analyse de la craïtonite, en a retiré les mêmes principes que ceux qui composent les deux substances dont j'ai parlé précédemment, savoir, le fer oxidulé et le titane oxidé (1). Mais la forme de la craïtonite, déjà singulière en elle-même par le rapport de ses dimensions, n'est compatible ni avec l'octaèdre du fer oxidulé, ni avec le prisme droit du titane oxidé, et ce défaut d'accord offre à la fois l'indice d'une combinaison intime et d'une espèce distincte. Ainsi, le nom méthodique de la craïtonite doit être celui de *fer oxidulé titané;* ce dernier mot exprimant une union produite par l'affinité, au lieu que celui de *titanifère* n'indique qu'une relation de rencontre.

La craïtonite exerce une légère action sur l'aiguille aimantée, lorsqu'on emploie l'expérience du double magnétisme. Cette action doit être attribuée à la même cause que celle dont j'ai parlé il n'y a qu'un instant, à l'occasion des substances dans lesquelles le fer est intimement combiné avec le soufre ou l'arsenic.

---

(1) C'est à tort que l'on avait avancé que la craïtonite contenait de la zircone. Voyez le Nouveau Système minéralogique de M. Berzelius, p. 268.

3. *Argent antimonié sulfuré, vulgairement argent rouge.*

La description qui va faire le sujet de cet article, et celle de la substance appelée *Bournonite*, dont elle sera suivie, se trouveront d'autant plus naturellement rapprochées l'une de l'autre, que nous y verrons l'antimoine sulfuré jouer deux rôles différens, dont le contraste servira à mieux faire ressortir la ligne de démarcation tracée par la Cristallographie entre les minéraux dont tous les principes se sont comme concertés pour produire une combinaison unique, et ceux dans lesquels leurs actions se sont partagées entre plusieurs combinaisons distinctes.

Les chimistes qui ont analysé l'argent rouge, en ont retiré les principes de deux sulfures, l'un d'argent, l'autre d'antimoine. Le premier étant ductile, ne se prête pas à la division mécanique, mais la forme qui domine dans ses cristaux est le cube. Quant à ceux du second, les joints naturels que l'on met à découvert, en les divisant, indiquent, pour forme primitive, un octaèdre à triangles scalènes, ainsi que nous le verrons dans l'article suivant.

D'une autre part, le solide qui fait la même fonction dans l'argent rouge, est un rhomboïde obtus dont deux faces prises vers un même sommet font entre elles un angle de $109^{d}\,28'$. Or, la forme rhomboïdale est par elle-même incompatible avec celle du cube et avec celle de l'octaèdre; ce qui assigne à l'ar-

gent rouge un rang à part dans la série des espèces minérales.

La composition de cette substance va me fournir une considération qui s'applique également à tout autre minéral qui se trouve dans un cas semblable. Lorsque le résultat de l'affinité est un simple mélange, les molécules intégrantes des composans conservent leurs formes, et celles qui n'ont joué qu'un rôle passif dans la cristallisation sont seulement interposées entre celles du principe dont l'action prépondérante a déterminé la forme cristalline. On a supposé que dans les autres substances dont j'ai parlé d'abord, les composans dont elles renfermaient les principes existaient tout formés, en sorte que c'était de la réunion de leurs molécules intégrantes que résultait la forme de celle que l'on retirait du minéral à l'aide de la division mécanique. D'après cette hypothèse, on s'est servi des expressions de *sulfures*, de *sulfates* ou d'*oxides*, pour indiquer la manière d'être de la composition. Ainsi l'on a dit de l'argent rouge qu'il était composé d'argent sulfuré et d'antimoine sulfuré.

Pour que ce langage s'accordât avec ce que nous apprend la géométrie des cristaux, il faudrait que les molécules intégrantes de l'argent sulfuré et de l'antimoine sulfuré fussent susceptibles de s'unir sans subir aucune décomposition, de manière à produire par leur assortiment une troisième molécule d'une forme différente, qui serait celle d'un rhomboïde.

Or, les premières étant des cubes, et les secondes des tétraèdres semblables à ceux que donne la sous-division de l'octaèdre primitif, jamais on ne pourra, dans quelque ordre qu'on les assortisse, faire naître de leur réunion un rhomboïde qui semble les repousser.

Il est bien plus naturel de supposer que les élémens de l'argent sulfuré et de l'antimoine sulfuré étaient d'abord suspendus dans le liquide où s'est opérée la cristallisation de l'argent rouge, et qu'ils se sont ensuite réunis, en vertu de leur affinité mutuelle, pour produire immédiatement la molécule intégrante du minéral dont il s'agit. Cette forme aurait dépendu alors des fonctions que les molécules élémentaires exerçaient les unes sur les autres en se réunissant, et rien ne paraît s'opposer à ce que la quantité de soufre qui s'est combinée avec l'ensemble des deux métaux ait été la même que dans l'hypothèse où ils auraient agi séparément sur le même principe; ainsi le résultat de l'opération de la nature n'aurait été que la réunion des élémens de deux sulfures, l'un d'argent et l'autre d'antimoine, et le résultat de l'analyse aurait donné lieu de croire que ces deux sulfures coexistaient dans l'argent rouge.

Oserai-je ajouter que nous ne sommes pas bien sûrs que les substances que nous regardons comme simples, telles que le fer, le titane, l'or, l'argent, le soufre, etc., ne soient réellement composées ultérieurement de molécules principes de différente

nature? Cette supposition qui tend à diversifier et à multiplier les formes élémentaires, augmente par là même le nombre des chances de la cristallisation, pour produire, avec des sulfures, des oxides, ou même avec des corps censés simples par rapport à nous, des combinaisons dont les molécules intégrantes participent de la diversité que tendrait à faire naître la sous-division de celles qui auraient appartenu aux substances dans leur état primitif. « Les phénomènes chimiques, a dit un savant cé» lèbre (1), deviennent si merveilleux, l'analyse a » porté si loin son flambeau, nous décomposons et » reproduisons de toutes pièces tant de substances, » qu'on était, il y a dix ans, tout aussi autorisé » à regarder comme indécomposables que l'or, » qu'on ne peut point prononcer qu'on ne parvien» dra pas à imiter la nature dans la formation des » métaux. » J'ajoute qu'il est naturel de penser qu'il y a beaucoup trop de substances regardées comme simples, pour que toutes le soient réellement. Mais jusqu'ici on n'a pu les décomposer, et l'on a agi sagement en plaçant la simplicité à l'endroit où s'arrêtent les faits.

---

(1) *Voyez* les Elémens de Chimie de M. le comte Chaptal, troisième édition, tome II, page 415.

4. *Antimoine sulfuré plombo-cuprifère. Triple sulfure d'antimoine, plomb et cuivre. Bournon, Catal.* p. 409. *Bournonite de* Thomson, *Système de Chimie.* Paris, 1809, tom. VII, p. 455.

C'est à M. le comte de Bournon que l'on est redevable des seules observations qui aient été publiées jusqu'ici sur les formes cristallines de la substance minérale qui va faire le sujet de cet article. Les nombreux services que ce savant célèbre a rendus à la Minéralogie sollicitaient une place pour son nom dans la nomenclature de cette science, et l'on a profité, pour lui décerner cet hommage, d'une occasion qui s'offrait ici comme d'elle-même, en appelant *Bournonite* une substance qui n'avait encore été décrite que par lui.

M. Hatchett qui a fait l'analyse de cette même substance, en a retiré les élémens de trois sulfures, l'un de plomb, le second d'antimoine et le troisième de cuivre. Voici le résultat de cette analyse : plomb, 42,62; antimoine, 24,23; cuivre, 12,8; soufre, 17; fer, 1,2; perte, 2,15. M. Hatchett n'avait pas réparti la quantité totale de soufre entre les trois métaux, d'après la loi des proportions définies; mais cette répartition est donnée par la formule représentative de la bournonite, dans le Nouveau Système minéralogique de M. Berzelius, laquelle est composée de trois termes, dont chacun exprime le rapport entre la quantité de soufre et celle de métal

contenues dans le sulfure qui lui correspond (1). Sa forme primitive, suivant M. le comte de Bournon, est un prisme droit à base carrée, dans lequel le côté de la base est à la hauteur comme 5 : 3. Les cristaux de formes secondaires qui existent dans la Collection minéralogique du Roi, dont il est le directeur, lui ont offert les résultats de seize lois de décroissemens, les uns sur les bords, les autres sur les angles de la forme primitive; et dans la description qu'il a donnée de ces résulats, il indique les facettes qui en dépendent, soit avec la base, soit avec les pans de la forme primitive. Ces cristaux proviennent de cinq localités différentes, savoir, le comté de Cornwall en Angleterre, le Pérou, le Brésil et les environs de Freyberg en Saxe.

J'ai entrepris récemment d'examiner des cristaux de bournonite qui sont depuis plusieurs années dans ma collection, et quoiqu'ils soient en petit nombre, ils m'ont suffi pour fixer mon opinion sur la forme à laquelle ils se rapportent. Ceux du comté de Cornouailles qui en font partie, sont groupés confusément et n'offrent que quelques facettes situées à angle droit les unes sur les autres; mais leur tissu est très lamelleux, et ils se prêtent facilement à la division mécanique. D'autres qui viennent des environs de Freyberg ont des formes très prononcées; mais ce qui m'a surtout guidé dans mes recherches, c'est

(1) Elém. de Chimie de Chaptal, p. 199.

l'observation d'un cristal trouvé aux environs de Cervos en Piémont, qui a environ 12 millimètres de diamètre, et auquel j'attache d'autant plus de prix, qu'indépendamment de ce qu'il est le plus beau que j'aie vu, j'en suis redevable à l'amitié de M. Regley, employé en qualité d'aide-naturaliste au Jardin du Roi, et qui se distingue également par son zèle et par ses connaissances dans l'exercice des fonctions qui l'attachent à la partie géologique.

Voici maintenant la marche que j'ai suivie pour arriver à mon but. D'après le résultat de l'analyse de la bournonite, tel que je l'ai exposé plus haut, il fallait de deux choses l'une; ou bien que les morceaux de cette substance fussent un assemblage de trois sulfures qui existaient solitairement dans la nature, l'un de plomb, l'autre d'antimoine et le troisième de cuivre, ou bien que les élémens des trois sulfures eussent concouru comme de concert à une même combinaison. Dans le premier cas, l'un des composans devait imprimer sa propre forme à l'ensemble; dans le second, la forme comparée à celle de chacun des trois sulfures devait en être distinguée par ses caractères géométriques; ce qui conduisait à admettre l'opinion généralement reçue, savoir que la bournonite constituait une espèce particulière.

Or, parmi les cristaux de cette substance, on en trouve qui présentent la forme d'un prisme droit octogone, et dans l'hypothèse d'un simple mélange, cette forme, abstraction faite de ses angles, était in-

compatible avec celle du plomb sulfuré, qui est le cube, et avec celle du cuivre sulfuré qui est un prisme hexaèdre régulier. C'est ce que concevront aisément ceux qui ont étudié la manière d'agir de la loi de symétrie, dont les indications sont seules décisives dans ces sortes de cas. Effectivement, dans l'hypothèse d'un noyau cubique, quatre des bords situés latéralement subiraient un décroissement dont l'effet serait nul sur les bords des deux faces qui feraient la fonction de bases; et en supposant que le noyau fût un prisme hexaèdre régulier, le résultat des décroissemens sortirait de la série relative à cette espèce de forme, dont tous les termes doivent être des multiples du nombre 6.

Restait à comparer sous le même point de vue la bournonite avec l'antimoine sulfuré. Or, cette comparaison m'a fait reconnaître une analogie si marquée entre les résultats de la cristallisation des deux substances, qu'elle m'a paru décisive en faveur de l'opinion que la bournonite n'est autre chose qu'un antimoine sulfuré mêlé de deux autres sulfures : c'est ce dont on pourra juger, d'après les détails dans lesquels je vais entrer.

La forme primitive de l'antimoine sulfuré, telle que je l'ai décrite dans mon Mémoire sur la loi de symétrie(1), est un octaèdre à triangles scalènes (fig. 18) qui se rapproche beaucoup de l'octaèdre régulier.

(1) Mémoire du Muséum d'Hist. nat., t. I, p. 347 et suiv.

Telles sont ses dimensions que les trois lignes *ch*, *cd*, *cf*, menées du centre, l'une à l'angle *h* qui est un des angles obtus du rhombe *mdht*, la seconde à l'angle aigu *d*, et la troisième à l'angle *f* du sommet, sont entre elles comme les quantités $\sqrt{28}$, $\sqrt{26}$, $\sqrt{27}$. Cet octaèdre se sous-divise suivant des plans dont les uns sont parallèles aux trois rhombes *mdht*, *dftp*, *mphf*, et les autres parallèles aux arêtes latérales *dh*, *mt*, *dm*, *ht*, et en même temps à l'axe (1). Il est aisé de voir que cette sous-division permet de transformer à volonté l'octaèdre primitif, soit en un

---

(1) On pourrait douter, au premier aperçu, qu'une structure aussi compliquée que celle qui vient d'être décrite, fût susceptible de conduire à une forme simple de molécule intégrante. Mais il est facile de faire évanouir ce doute : car, en considérant l'octaèdre comme un assemblage de petits tétraèdres, séparés les uns des autres par des vacuoles de figure octaèdre (*voyez* p. 216) on concevra que les trois joints naturels qui coïncident avec les rhombes *dfpt*, *mphf*, *mdht* (fig. 18), passent successivement entre les bords de deux tétraèdres voisins. La même chose aura lieu pour tous les autres joints naturels situés parallèlement à ces rhombes. A l'égard des joints parallèles aux côtés *dh*, *mt*, etc., comme ils passent par les apothèmes des triangles qui sous-divisent les faces de l'octaèdre primitif, on en conclura qu'ils partagent chaque tétraèdre en deux tétraèdres égaux et semblables qui, dans ce cas, représentent les molécules intégrantes. Le zircon offre un exemple d'une sous-division analogue. *Voyez* le Traité de Minéralogie, t. II, p. 468, première édition.

prisme droit, rectangulaire (fig. 19), dont les faces latérales M, T correspondront aux deux rhombes *dftp*, *mphf* (fig. 18), et la base P(fig. 19) au troisième rhombe *mdht*(fig. 18); soit en un prisme légèrement rhomboïdal, dont les faces latérales coïncideront avec des plans menés par les arêtes *dh*, *mt*, *dm*, *ht* parallèlement à l'axe, et dont la base se confondra avec celle du prisme rectangulaire. Je me bornerai ici à indiquer les dimensions de ce dernier prisme, dans lequel les trois côtés C, B, G (fig. 19), d'après ce qui a été dit plus haut, sont entre eux dans le rapport des quantités $\sqrt{28}$, $\sqrt{26}$, $\sqrt{27}$, et dans ce qui va suivre, je substituerai le prisme à l'octaèdre, comme noyau hypothétique des cristaux d'antimoine sulfuré, parce que cette substitution me fournira un moyen facile de comparer mes résultats avec ceux de M. le comte de Bournon. Si l'on suppose que le même prisme subisse un décroissement exprimé par $^1G^1$, qui n'atteigne pas sa limite, il deviendra octogone ainsi que le représente la figure 20. L'incidence de M sur *r* sera de 133^d 57$'$, et celle de T sur *r* sera de 136^d 3$'$. J'ai dans ma collection un cristal d'antimoine sulfuré pu qui présente cette forme, de manière que son axe surpasse de beaucoup son épaisseur, et cela par une suite de la tendance qu'a l'antimoine sulfuré à produire des cristaux très alongés. J'appelle *antimoine sulfuré périoctogone*, la variété à laquelle il appartient.

Maintenant, parmi les cristaux de bournonite des

environs de Freyberg, on en trouve qui ont été cités par M. le comte de Bournon, comme étant des prismes octogones dont tous les pans font entre eux des angles de 135^{d}. Les observations que j'exposerai dans un instant me semblent prouver que dans ces prismes comme dans celui d'antimoine, les incidences mutuelles des pans sont réellement les unes de 136^{d} et les autres de 134^{d}, au lieu d'être toutes de 135^{d}. En supposant que les cristaux observés par M. de Bournon se prêtassent à des mesures rigoureuses, on conçoit que ce savant célèbre ait cédé au penchant que nous avons naturellement, pour rapporter les résultats de nos observations aux limites qu'elles touchent de si près, que la légère différence qui les en sépare nous échappe, sans que nous nous en apercevions. Pour la saisir, il faut être averti, par des considérations théoriques, de la chercher, comme cela a lieu dans le cas présent.

Avant d'aller plus loin, je citerai un résultat d'observation qui doit compter pour beaucoup dans le rapprochement des deux substances sous le rapport de la cristallisation. Il consiste en ce que cette triple structure que présente la division des cristaux d'antimoine sulfuré, se retrouve dans ceux de bournonite. J'ai fixé sur un socle un petit morceau de cette substance, détaché d'un échantillon qui venait du comté de Cornouailles, et je l'ai mis en rapport de position avec un cristal d'antimoine sulfuré ordinaire, qui offrait la combinaison des faces de l'octaè-

dre primitif, avec celles du prisme octogone représenté figure 20. La division du morceau de bournonite ne donnait pas de joints continus; mais, en le faisant mouvoir à la lumière d'une bougie, après avoir mis son intérieur à découvert par des percussions bien ménagées, je voyais paraître successivement à différens endroits des fractures, de petites lames, d'où partaient des reflets dont la coïncidence avec ceux que renvoyaient en même temps les faces du cristal d'antimoine qui servait de terme de comparaison, était sensible. A l'égard de la base qui ne se trouvait pas sur le cristal d'antimoine, les reflets qui en partaient suffisaient pour avertir l'œil de son existence et lui donner la mesure de l'angle droit qu'elle faisait avec l'axe. Quoique ce moyen ne fût pas rigoureux, la relation qu'il indiquait entre deux structures compliquées, dont je ne connais aucun analogue parmi les minéraux que j'ai observés jusqu'ici, offrait déjà une forte présomption en faveur de l'identité de deux substances qui s'unissaient par des rapports si intimes et si nombreux.

Je vais maintenant comparer les dimensions respectives du prisme d'antimoine sulfuré représenté fig. 19, avec celles du prisme qui lui correspond dans la bournonite. Pour prouver qu'elles sont les mêmes de part et d'autre, il me suffira de considérer successivement deux rapports, savoir, celui qui existe entre le côté C du prisme (fig. 19) et la hauteur G, et celui qui a lieu entre les deux côtés B, C du même prisme.

Dans plusieurs des cristaux de Freyberg que j'ai examinés, et dans celui de Cervos, les deux arêtes *ng*, *n'g'* (fig. 20) sont remplacées chacune par une facette, qui évidemment provient d'un décroissement sur les bords B, B, de la base du noyau. M. de Monteiro, qui, avant que ce décroissement eût été déterminé par la théorie, avait mesuré avec beaucoup de soin, en se servant de mon cristal de Cervos, où cette facette est extrêmement nette, ses incidences sur le pan M et sur la base P, avait trouvé l'une un peu plus forte que 123^d, et l'autre un peu moindre que 147^d. Or, si l'on adopte comme forme primitive de la bournonite le prisme dont les dimensions se déduisent de celles que j'ai indiquées relativement à l'octaèdre de l'antimoine sulfuré, et si l'on suppose que le décroissement dont il s'agit ait pour signe $\overset{\frac{3}{2}}{B}$, la théorie indique $123^d\,12'$, pour la première incidence, et pour la seconde, $146^d\,48'$; ce qui démontre que le rapport entre le côté C de la base du prisme (fig. 19) et la hauteur G, est exactement le même dans la bournonite que dans l'antimoine sulfuré. Je remarquerai de plus que dans une variété de cette dernière substance, que j'ai nommée *sexbis-octonale*, le sommet pyramidal de l'octaèdre primitif est remplacé par un autre beaucoup plus surbaissé. La théorie donne le même angle de $123^d\,12'$ pour l'incidence des deux arêtes qui répondent à *fh* et *fm* (fig. 18) sur le pan adjacent, analogue à M. Il en

résulte que, dans l'hypothèse très admissible où ces arêtes seraient remplacées à leur tour par des facettes qui leur fussent parallèles, il en résulterait un nouveau lien commun entre les formes cristallines des deux substances.

Si l'incidence de M ou de T sur *r* avait pu être mesurée avec la même précision que celle à laquelle se prêtent les facettes qui remplacent les bords B, B, il est extrêmement probable que la première eût été trouvée sensiblement de 134^{d} et la seconde de 136^{d}. Mais les deux faces *r*, *r*, situées sur mon cristal de Cervos, qui est le plus déterminable de tous ceux que j'ai en ma disposition, ont subi une légère altération de niveau, qui peut jeter de l'incertitude sur le résultat de la mesure mécanique à laquelle on les a employées. Mais d'abord, il est évident que les deux incidences ne peuvent être égales, ou, ce qui revient au même, que les deux côtés C, B (fig. 19) de la base de la forme primitive ont des longueurs différentes et ne sont pas identiques. C'est une suite de ce que, dans certains cristaux, l'un de ces bords subit un décroissement qui ne se répète pas sur l'autre, ainsi que l'exigerait la loi de symétrie, dans le cas de l'égalité. De plus, l'altération de niveau dont j'ai parlé, est trop légère, pour ne pas permettre de distinguer au moins à l'aide du goniomètre celle des deux incidences qui est plus grande ou plus petite que l'autre. Or, il m'a toujours paru que celle de M sur *r*, que j'ai choisie de préférence,

approchait plus de 134^d que de 136^d, ce qui devait être, d'après ce que j'ai dit précédemment.

J'ajoute que la valeur exacte des deux incidences, telle que l'indique la théorie, sort si visiblement de l'ensemble des observations, que sa vérification, à l'aide de la mesure mécanique, semble ne devoir être regardée comme étant de surabondance. Si elle n'était pas rigoureusement égale à celle que donne le calcul, la bournonite ne serait plus simplement un mélange, mais elle appartiendrait à une espèce toute particulière; or, une pareille supposition a contre elle l'exemple de l'argent antimonié sulfuré, et celui de la craïtonite, dont les formes primitives contrastent si fortement avec celles des composans entre lesquels leurs élémens se seraient partagés dans le cas d'un mélange. Si donc ce dernier cas était celui de la bournonite, on ne pourrait concevoir que la différence entre les angles de ses cristaux et de ceux de l'antimoine sulfuré fût si peu appréciable, qu'il fallût y regarder de très près pour la saisir, et qu'elle ne fût pas plutôt si frappante, que l'observateur n'eût en quelque sorte besoin que d'ouvrir les yeux pour l'apercevoir.

5. *Chaux carbonatée magnésifère, vulgairement spath magnésien. Bitterspath de Werner.*

Tous les chimistes qui ont analysé le spath magnésien, en ont retiré les élémens de deux carbonates, l'un de chaux et l'autre de magnésie, dont les quan-

tités respectives ont varié, suivant les divers pays d'où provenaient les morceaux soumis à l'expérience. Si l'on s'en tient aux résultats offerts par ceux qui avaient été trouvés au Saint-Gothard et dans le Tirol, le rapport entre la quantité de carbonate de chaux et celui de magnésie est à peu près celui de 10 à 9.

Diverses opinions ont été émises sur la manière dont les trois principes, la chaux, la magnésie et l'acide carbonique, sont unis dans la substance dont il s'agit. Plusieurs chimistes les ont considérés comme formant une combinaison intime, d'où résultait une espèce particulière, et le célèbre Berzelius a adopté cette opinion, en avouant cependant qu'avant de la regarder comme définitive, il serait nécessaire de soumettre à un nouvel examen la composition du spath magnésien (1).

Une autre manière de voir consistait à supposer que les deux carbonates étaient unis par voie de mélange, et dans cette hypothèse, il s'agissait de décider lequel des deux jouait le rôle principal dans la cristallisation. Des mesures prises sur des cristaux du Tirol m'avaient conduit à l'opinion que c'était la forme de la chaux carbonatée qui devait être considérée comme le type géométrique auquel se rapportait le mélange. A la vérité, ces mesures ne pou-

---

(1) Nouveau système de Minéralogie, Paris, 1819, p. 293 et 294.

vaient être qu'approximatives par une suite des petites imperfections des cristaux dont il s'agit ; mais la présence de la chaux carbonatée me paraissait suppléer à ce qui leur manquait pour être décisives par elles-mêmes.

Cette opinion attira à ma méthode, de la part de ceux qui voyaient le résultat d'une véritable combinaison dans ce que j'avais pris pour un simple mélange, le reproche d'assigner à deux substances très distinguées par leur nature une même forme primitive qui n'était pas une limite.

Long-temps après, M. le docteur Wollaston, ayant mesuré à l'aide du goniomètre à réflexion les angles du rhomboïde qui appartient au spath magnésien, annonça qu'il avait trouvé pour la plus grande inclinaison de leurs faces 106ᵈ 15′. Ce savant en conclut que la véritable opinion était celle d'après laquelle le mélange des deux carbonates aurait lieu en sens inverse de celui que je supposais, c'est-à-dire que celui qui avait dominé la cristallisation était le carbonate de magnésie, dont la forme primitive était le rhomboïde caractérisé par l'angle qui vient d'être cité.

Ce résultat tendait à justifier ma méthode aux yeux de ceux qui continuaient d'admettre ici une espèce particulière. L'exception disparaissait dans la mesure de 106ᵈ 15′, comparée à celle de 104ᵈ 28′ que m'avait offerte le rhomboïde calcaire. J'entrepris de vérifier le résultat du célèbre physicien anglais,

et je fis d'abord réflexion que la différence entre les deux angles, même dans l'hypothèse où le second serait de $105^d 5'$, ainsi que le pensait le même savant, excédait de beaucoup les limites des erreurs que l'on pouvait commettre en se servant du goniomètre ordinaire. Je remarquai ensuite que les fragmens rhomboïdaux de spath magnésien, obtenus par la division mécanique (1), avaient communément leurs faces altérées par des défauts de niveau occasionnés par les petites portions de lames qui étaient restées adhérentes à ces mêmes faces d'une manière presque imperceptible. En choisissant, M. de Monteiro et moi, des rhomboïdes exempts autant qu'il était possible de cette imperfection, nous sommes parvenus à des mesures qui ne devaient pas être éloignées de la précision, et l'angle qu'elles nous ont donné a toujours été sensiblement beaucoup plus petit que 106^d, en même temps qu'il touchait de près celui de $104^d \frac{1}{2}$.

Les considérations que je vais ajouter achèveront, je l'espère, de motiver la conséquenee qui se déduit des indications données par la mesure mécanique. L'une est fondée sur l'identité du système de cristallisation relatif au spath magnésien, avec celui dont la chaux carbonatée porte l'empreinte. Le premier, indépendamment du rhomboïde primitif,

(1) Les mesures de M. Wollaston ont été prises sur de pareils fragmens.

offre les résultats des lois d'où dépendent le rhomboïde inverse, le contrastant, l'équiaxe, les pans et les bases du prisme hexaèdre régulier, le dodécaèdre dont l'expression est $\overset{\frac{3}{2}}{D}$, résultats qui tous reparaissent dans une bonne partie des variétés que présente la chaux carbonatée. De ces mêmes lois, les unes existent solitairement, et les autres sont combinées deux à deux de manière à produire des formes secondaires qui se retrouvent aussi parmi celles des cristaux calcaires. D'après ce qui a été dit plus haut, au sujet des systèmes de cristallisation (p. 422), cet accord qui naît de l'ensemble des formes est lié à la condition d'une égalité parfaite entre les angles des deux rhomboïdes. C'est, pour ainsi dire, l'unisson, qui n'est pas susceptible de plus ou de moins.

Une autre considération qui n'a pas moins de force que la précédente, est tirée de la réfraction. En divisant mécaniquement un morceau de spath magnésien du Saint-Gothard, j'en ai extrait une petite lame rhomboïdale transparente, qui n'avait que 2 millimètres (près d'une ligne) d'épaisseur. L'image d'un cheveu placé sous cette lame, parallèlement à la grande diagonale du rhombe avec lequel elle était en contact, a été sensiblement doublée. On apercevait même, à la vue simple, la distinction des deux lignes produites par la réfraction, et à l'aide de la loupe, on voyait entre elles un intervalle très marqué.

Or, le spath d'Islande est le seul des corps reconnus pour être doués de la double réfraction qui, à l'exception du soufre, double fortement les images vues à travers deux faces primitives opposées et parallèles (1), et la petitesse du fragment employé à l'observation de cette propriété contribuait encore à en faire ressortir l'énergie. Il faudrait faire une supposition forcée, pour accorder par une nouvelle exception à la magnésie carbonatée la forte réfraction qui a lieu dans le cas présent, tandis que la chaux carbonatée se trouve là comme pour la réclamer. Maintenant, les belles recherches de M. Malus ont prouvé que la forme des molécules et la structure des cristaux avaient une grande influence sur la réfraction; mais on serait forcé de dire, en admettant l'hypothèse d'un double rhomboïde, que la forme et la structure seraient celles du carbonate de magnésie, tandis que la réfraction serait celle de la chaux carbonatée, ce qui aurait l'air d'une véritable inconséquence.

La conclusion qui me semble découler de tout ce qui précède, est que la diversité entre les indications des mesures mécaniques n'est qu'apparente, et doit s'évanouir devant les résultats des lois de la structure et de la lumière réfractée.

---

(1) *Voyez*, dans la troisième édition du Traité de Physique, l'article qui a pour titre : *Des limites relatives à la double réfraction, qui existent dans la structure des cristaux*, t. II, p. 363 et suiv.

6. *Chaux anhydro-sulfatée épitrihalite, c'est-à-dire,* avec addition de trois sels. *Polyhalite de Stromeyer.*

Les formes relatives aux exemples que j'ai cités précédemment étaient de celles qui sont susceptibles d'une détermination précise. J'espère que la discussion qui va suivre sera jugée doublement remarquable, soit en elle-même, par l'intérêt que mérite d'exciter la question sur laquelle elle roule, soit en ce que la géométrie des cristaux, qui seule pouvait servir à résoudre cette même question, semblait n'avoir aucune prise sur la substance qui en est le sujet, dans l'état où celle-ci s'est offerte jusqu'à présent à l'observation.

Cette substance, que l'on trouve à Ischel, ville de la Haute-Autriche, aux environs de Salzbourg, où elle est engagée dans des couches de sel gemme, se présente sous la forme de masses tantôt fibreuses, tantôt compactes, dont la couleur est le rouge obscur. Elle fut prise d'abord pour une variété de chaux sulfatée ordinaire; mais M. Werner trouva qu'elle avait beaucoup plus de rapport avec la chaux anhydro-sulfatée à laquelle il la réunit sous le nom d'anhydrite fibreuse (1). Ce rapprochement a été

(1) Anhydrite est le synonyme d'*anhydro-sulfaté*, dans la méthode de Werner.

adopté par MM. Karsten, Mohs et d'autres minéralogistes (1).

Dans la suite, M. Stromeyer, dont l'habileté est bien connue, ayant fait l'analyse de la même substance, en retira quatre sulfates différens, savoir, le sulfate anhydre de chaux dont on la croyait uniquement composée, le sulfate de chaux avec eau de cristallisation, connu sous le nom de gypse, le sulfate de potasse et le sulfate anhydre de magnésie avec un peu de muriate de soude et d'oxide de fer (2). Le résultat inattendu de cette analyse fit concevoir de la substance qui l'avait fourni une idée entièrement opposée à celle qu'avait suggérée à M. Werner l'observation de ses caractères minéralogiques. On regarda l'ensemble des quatre sulfates comme le produit d'un même jeu d'affinités, et on allégua la conformité de l'analyse avec le principe des proportions définies, comme la preuve qu'ils

---

(1) Je ne connaissais pas encore la substance dont il s'agit, à l'époque où j'ai publié mon Tableau comparatif.

(2) Voici le résultat de cette analyse :

Sulfate de chaux combiné avec l'eau	28,2548
Sulfate anhydre de chaux	22,4216
Sulfate anhydre de magnésie	20,0347
Sulfate de potasse	27,7037
Muriate de soude	0,1910
Oxide rouge de fer	0,3376
	98,9434

Je ne sache pas qu'aucun auteur ait cité le sulfate anhydre

n'étaient pas mêlés mécaniquement ou accidentellement les uns avec les autres, mais unis chimiquement de manière à former une combinaison réelle, une nouvelle espèce distinguée de toutes celles de la même classe, et l'on adopta le nom de polyhalite, c'est-à-dire, *abondant en sels*, sous lequel M. Stromeyer l'avait désignée. L'auteur du mémoire qui a été publié sur ce sujet, dans le Journal de Physique (1), ajoute qu'il semble convenable à M. Stromeyer de considérer, au moins momentanément, le minéral dont il s'agit comme une espèce particulière de sel de potasse. Je vais prouver que, même dans l'état actuel de nos connaissances, ce minéral doit conserver le rang que lui avait assigné le célèbre professeur de Freyberg, comme n'étant autre chose qu'un mélange d'anhydrite et de trois autres sulfates, auquel elle imprime son caractère géométrique.

Je remarquerai d'abord que ce qui a été dit plus haut de l'accord entre la composition des quatre sulfates et le principe des proportions définies, est

---

de magnésie, soit comme produit par la nature, soit comme obtenu par les procédés chimiques. Son existence, dans le cas présent, paraît avoir été commandée par la nécessité de répartir entre le sulfate de chaux (gypse) et le sulfate de potasse toute la quantité d'eau contenue dans le minéral, pour satisfaire au principe des proportions définies.

(1) T. XCI, novembre 1820, p. 398 et suiv. Cet auteur ne s'est pas nommé.

plutôt favorable que contraire à l'opinion qu'ils ne soient unis que par voie de mélange. Car, dans cette hypothèse, ils doivent être représentés par leurs molécules intégrantes, dont les formes dépendent d'un arrangement déterminé de molécules élémentaires invariables, quant à leurs qualités et à leurs quantités relatives, ce qui est dire en d'autres termes, que la manière d'être des molécules intégrantes doit s'accorder avec le principe des proportions définies.

Maintenant, la forme primitive de l'anhydrite, telle qu'elle a été décrite plus haut, est celle d'un prisme droit rectangulaire, divisible diagonalement par des plans qui nécessairement font des angles inégaux avec les faces latérales. La forme de la chaux sulfatée dont nous avons donné aussi la description est celle d'un prisme droit qui a pour base un parallélogramme obliquangle. La forme de la potasse sulfatée est un rhomboïde un peu aigu. Quant à la magnésie hydro-sulfatée, sa forme ne pourrait être déterminée qu'autant que l'existence du sel auquel elle appartiendrait serait bien prouvée ; mais dans ce cas, elle différerait nécessairement de celles des trois autres sulfates, soit qu'elle fût ou non une limite, puisqu'aucun des trois sulfates dont il s'agit n'offrirait son analogue. D'une autre part, les formes de ces sulfates contrastent tellement entre elles par leur seul aspect, que si l'une d'elles caractérise la substance que nous considérons ici, on la reconnaîtra, pour ainsi dire, du premier coup d'œil.

Or, on trouve des morceaux de cette substance dont une partie est à l'état que j'ai désigné sous le nom de *fibro-laminaire*, en sorte qu'elle a vers la division mécanique une tendance qui perce à travers le tissu fibreux. A l'aide de cette opération, j'ai fait sortir d'un des morceaux des prismes droits quadrangulaires d'une forme assez nettement prononcée, pour qu'en les regardant attentivement il fût facile de juger que leurs pans étaient sensiblement perpendiculaires entre eux, et les bases perpendiculaires à l'axe. De plus, ces prismes offraient des indices très marqués de deux joints naturels, parallèles à des plans menés par les diagonales, et en faisant mouvoir un de ces prismes autour de son axe, on pouvait encore s'apercevoir que chacun de ces joints était inégalement incliné sur les deux pans adjacens.

Pour vérifier ces aperçus, j'ai fixé sur un même support un cristal primitif d'anhydrite pure et une des prismes dont j'ai parlé, et en tâtonnant leurs positions respectives, de manière à faire coïncider, s'il était possible, leurs pans et leurs bases sur des plans parallèles, je suis arrivé à un terme où les reflets de la lumière d'une bougie étaient renvoyés simultanément à mon œil par les faces correspondantes des deux prismes, ce qui indiquait leur similitude. Le même accord avait lieu entre les reflets qui partaient des joints situés diagonalement. Ce moyen pris en lui-même n'est pas rigoureux ; mais il suffit, dans

le cas présent, pour démontrer que la forme des prismes retirés de la substance fibro-laminaire ne peut être autre que celle de l'anhydrite. J'ajouterai que deux des pans opposés entre eux sont plus éclatans que les deux autres, et que les joints qui leur correspondent ont aussi plus de netteté, ce qui offre une nouvelle analogie entre les prismes dont il s'agit et ceux d'anhydrite pure.

Je dois dire encore que plusieurs des masses qui appartiennent à la substance fibreuse, renferment de petits cristaux qui ont tous les caractères de l'anhydrite, dans l'état de pureté. D'autres morceaux sont traversés par des lames de chaux sulfatée transparente et nacrée, qui évidemment n'est altérée par la présence d'aucune matière étrangère. Ces deux espèces de corps dont la substance fibreuse est entremêlée d'une manière sensible, représentent, pour ainsi dire, en grand ce qui s'est passé pendant sa formation, où des particules imperceptibles des quatre sulfates s'interposaient les unes entre les autres.

Ainsi la substance qui vient de nous occuper, offre sous tous les rapports une nouvelle preuve de la justesse du principe que j'ai énoncé plus haut, savoir, que toutes les fois que plusieurs composés sont unis par voie de mélange, un d'eux imprime sa forme à l'ensemble, et que c'est lui qui doit déterminer l'espèce à laquelle appartient le mélange.

La quantité d'anhydrite que contient ce mélange,

dans le rapport d'environ 22 sur 100, ce qui fait plus de $\frac{1}{5}$ de la totalité, ne paraîtra pas insuffisante pour maîtriser la forme de l'ensemble. Elle est de beaucoup supérieure à celle qui dans d'autres cas a été regardée comme exerçant la même fonction, et en particulier à celle de la strontiane carbonatée que l'on a retirée de certains arragonites, où elle n'allait pas au-delà de $\frac{1}{25}$, et à laquelle cependant plusieurs chimistes avaient d'abord attribué un pouvoir de cristallisation capable d'imprimer la forme de cette même substance aux cristaux d'arragonite. M. Stromeyer lui-même penchait vers cette opinion (1). Une autre conséquence à laquelle conduisent le même exemple et tous ceux qui ont précédé, est que, dans une multitude de cas, on s'expose à faire dire à la Chimie ce qu'elle n'aurait pas dit, si la Cristallographie n'intervient pas pour lui servir d'interprète.

VII. *Observations sur l'influence qu'exercent souvent les principes dont une substance minérale est mélangée pour contribuer à la régularité de ses formes cristallines.*

18. J'ai différé jusqu'ici de parler d'une circonstance qui rend encore plus remarquable cette sorte

(1) Journal de Physique, t. LXXIX, p. 414. *Voyez* aussi (Mémoires du Muséum d'Hist. nat., t. III, pag. 287) les preuves que les formes de la strontiane carbonatée et de l'arragonite appartiennent à deux systèmes très différens.

de prérogative dont jouit un des composans unis par voie de mélange, de faire prendre à l'ensemble l'empreinte de sa propre forme. A en juger par les apparences qui s'offriraient à l'esprit, si le résultat n'était connu d'avance, on serait porté à croire que les molécules du composant dont il s'agit, gênées et contrariées dans leur tendance à se réunir, par les obstacles que leur opposaient celles des autres composans, n'auraient pu produire des cristaux aussi réguliers que ceux qui s'offriraient dans l'état de pureté. Cependant l'observation prouve que souvent ils ne perdent rien à la comparaison avec ces derniers, et quelquefois même l'emportent sur eux par le fini de leur forme, et ceci confirme la remarque faite par le célèbre Dolomieu, à l'égard de plusieurs substances minérales, savoir, que l'addition d'un principe accidentel qui semblerait devoir écarter la cristallisation de son but, tendait au contraire, dans certaines circonstances, à la ramener vers la régularité.

J'ai déjà parlé des formes très prononcées et très régulières que présentent les cristaux connus sous le nom de grès cristallisé de Fontainebleau, et dont les composans sont le quarz réduit en grains de sable, et la chaux carbonatée qui a servi de ciment à ces grains et les a forcés de se prêter à sa tendance pour produire le rhomboïde de la variété inverse. Il est rare de trouver des cristaux purs de cette variété dont l'aspect annonce le même degré de perfection.

Le fer oxidulé pur et celui que j'ai nommé *titani-*

fère présentent l'un et l'autre des cristaux également réguliers de l'octaèdre primitif et de l'octaèdre émarginé; mais le dodécaèdre rhomboïdal qui appartient au second est exempt des stries qui, dans tous les morceaux que j'ai observés, sillonnent la surface de son analogue à l'état de pureté, suivant des directions parallèles aux grandes diagonales des rhombes.

Je reviens aux cristaux d'axinite, pour remarquer que les violets sont presque toujours déformés par des cannelures qui s'étendent sur leur base parallèlement à deux côtés opposés, et se multiplient encore davantage sur les faces latérales, tandis que les cristaux verts ont leurs angles vifs et leurs faces exactement de niveau. Dans les premiers, la couleur est produite par une très petite quantité de manganèse qui laisse subsister la transparence. La couleur verte et l'opacité des seconds proviennent d'un mélange beaucoup plus abondant d'un composant accidentel, qui est le talc chlorite.

Le même composant s'introduit dans les cristaux verts de feld-spath imitatif que j'ai décrits plus haut, et qu'il ramène à la régularité dont la matière du feld-spath abandonnée à elle-même s'est écartée dans d'autres cristaux blanchâtres et chargés de stries, particulièrement sur leurs bases, au point de les rendre curvilignes. C'est encore à la présence du talc chlorite dans les cristaux de chaux carbonatée métastatique de la même couleur, qui ont été découverts au Saint-Gothard, dans la dolomie, qu'est

due la perfection avec laquelle la cristallisation a élaboré ces corps si intéressans par leurs propriétés. Celui que renferme ma collection et qui est isolé, a un autre genre de mérite à mes yeux, comme étant un présent de M. Lardy, professeur de Minéralogie d'un mérite très distingué, dans l'établissement formé à Lausane par les soins éclairés de M. De Laharpe, qui a si bien justifié le choix que l'empereur de toutes les Russies avait fait de lui pour diriger son éducation.

Si l'on parcourt une suite de cristaux de quarz hyalin prismé apportés de différens pays, tels que la Hongrie, la Sibérie, le département de l'Isère, on ne pourra voir sans surprise à quel point la forme qui fait ici la fonction de type diffère d'elle-même dans les divers individus, et combien d'espèces d'irrégularités ont concouru à ses déguisemens. Les faces terminales surtout varient tellement dans leurs étendues respectives, que leur aspect écarte toute idée d'une pyramide; et pour me borner à un seul exemple, dans une grande partie des cristaux de l'Isère, une des faces dont il s'agit anticipe tellement sur les cinq autres, qu'on serait tenté de prendre ces cristaux pour des prismes terminés par une face oblique.

Plus le quarz est pur et limpide, moins il semble avoir de tendance vers la symétrie. Les irrégularités commencent à devenir moins sensibles dans les cristaux violets et transparens, connus sous le nom

d'améthyste, et dans les jaunes et les bruns dont les uns ont été appelés *topazes* d'*Inde* et les autres *topazes enfumées ;* et tout à coup elles s'évanouissent entièrement dans ces cristaux opaques et d'un rouge obscur que j'ai désignés par le nom de *quarz hématoïde,* et dont les lois de la structure ont fait un modèle de fini et de précision. Le contraste qu'ils offrent avec les précédens est l'effet du fer oligiste rouge, interposé entre leurs molécules, et qui est analogue à celui dont se compose une partie des concrétions nommées *hématites*, et les cristaux de la même substance que l'on trouve dans l'île d'Elbe, à Framont dans les Vosges, et dans les basaltes de plusieurs volcans.

Je ne citerai plus qu'un exemple que je tirerai des émeraudes du Pérou, que l'influence du chrome oxidé, auquel ils doivent l'agrément de leur couleur verte, a embellis d'une autre manière aux yeux du cristallographe, en les dérobant à l'action perturbatrice qui a produit sur les faces latérales des émeraudes de Sibérie, où il est remplacé par une légère quantité de fer, ces nombreuses cannelures longitudinales dont une partie des cristaux sont tellement chargés, qu'ils se présentent sous l'aspect d'une variété indéterminable que j'ai nommée *cylindroïde*. M. Werner et ses disciples ont pris ces accidens pour un caractère distinctif, qui, joints à quelques autres du même genre, tels que la couleur d'un jaune verdâtre ou d'un vert bleuâtre, leur

ont fait considérer les émeraudes de Sibérie comme une espèce particulière à laquelle ils ont donné le nom de *beryll*.

Je vais essayer d'expliquer comment des molécules étrangères, associées à celles dont la cristallisation semblait avoir fait choix pour les soumettre seules à son action, ont pu favoriser leur disposition à se réunir conformément aux règles d'une exacte symétrie. Je prendrai pour exemple les cristaux d'axinite dont j'ai parlé.

J'ai fait voir, en parlant de la cause physique des décroissemens, que l'attraction en vertu de laquelle les molécules suspendues dans un liquide s'approchent les unes des autres et se réunissent pour former un cristal, est égale à l'excès de leur attraction réciproque sur celle que le liquide exerce pour les retenir et retarder leur union. Cela posé, concevons que le liquide dans lequel ont été produits les cristaux violets d'axinite n'ait pas eu assez d'action sur les molécules pour les empêcher de prendre, en vertu de leur affinité mutuelle, un mouvement plus accéléré que celui qui s'accordait avec une cristallisation régulière. Il se peut que dans le liquide où les cristaux verts ont pris naissance, les molécules du talc chlorite suspendues dans le même liquide, en unissant leur force à celle des molécules aqueuses, aient en quelque sorte modéré la vitesse des molécules de l'axinite, de manière à régulariser l'effet de leur tendance les unes vers les autres.

Ainsi, l'intervention de ces principes additionnels, que l'analyse laisse passer indistinctement dans ses résultats avec ceux auxquels seuls le type chimique de l'espèce doit son existence, devient au contraire une circonstance heureuse pour la Cristallographie, en contribuant à la perfection et à la netteté des formes qui portent l'empreinte du type géométrique.

VIII. *De quelques résultats de la Cristallographie, qui paraissent opposés au principe des proportions définies.*

19. Parmi les diverses causes de divergence qui existent encore entre la Cristallographie et la Chimie, relativement à la détermination des espèces, il en est une d'autant plus digne d'attention, qu'elle a sa source dans le principe des proportions définies, et que le caractère de précision qu'imprime ce principe aux formules représentatives de l'analyse, semble fournir à la Chimie une arme du même genre que celle qu'avait employée jusqu'alors exclusivement la géométrie des cristaux, et qui lui donnait un avantage marqué sur sa rivale.

Les exemples que je vais citer me serviront à motiver la préférence que je crois encore devoir accorder aux résultats de cette dernière science, dans les cas dont il s'agit ici.

Le premier sera tiré du rapprochement que j'ai fait de la substance que j'avais d'abord nommée *pyc-*

nite, avec la silice fluatée alumineuse (vulgairement topaze). Cette substance, telle qu'on la trouve à Altenberg en Saxe, se présente sous la forme de longs prismes d'un blanc jaunâtre, et quelquefois d'un violet rougeâtre, dont l'aspect écartait tellement l'idée d'une topaze, que tout ce que je crus pouvoir conclure de mes premiers résultats, c'est qu'elle devait être séparée du beryll, auquel M. Werner l'avait réunie, sous le nom de *schorlartiger beryll*. Il n'y avait qu'une observation inattendue qui pût me conduire à une détermination définitive. Elle s'est présentée à l'occasion d'un cristal engagé dans un morceau de graïsen d'Altenberg, que représente la figure 21, et qui appartient à la variété que j'ai nommée *septihexagonale*. Son signe rapporté au noyau prismatique dont on voit la projection fig. 22 (1), est $\underset{r}{{}^{1}G^{1}}\,\underset{M}{M}\,\underset{K}{\overset{1}{B}}\,\underset{\overset{2}{i}}{A}\,\underset{P}{P}$; cette forme rentre presque entièrement dans celle de la variété déciduodécimale (fig. 23), que l'on trouve en Sibérie, et qui a pour signe $\underset{r}{{}^{1}G^{1}}\,\underset{l}{{}^{3}G^{3}}\,\underset{M}{M}\,\underset{n}{\overset{2}{E}}\,\overset{1}{B}\,A\,\overset{1}{B}$. Les joints naturels du cristal dont il s'agit avaient lieu suivant les mêmes directions que ceux des topazes. Il n'en fallait pas davantage pour m'indiquer que ce nom devait être substitué à celui de *pycnite*. Les autres

---

(1) L'adoption de ce prisme, comme forme primitive de la topaze, a été motivée dans l'article relatif à la théorie de l'octaèdre.

caractères vinrent à l'appui de cette indication. J'aperçus dans les fractures de plusieurs des cylindres dont j'ai parlé, des indices très apparens de ce joint naturel si net et si éclatant, situé perpendiculairement à l'axe, qui seul suffirait pour faire reconnaître une topaze. Les fragmens qui approchaient de l'état vitreux rayaient le quarz. Quant à la pesanteur spécifique, celle que m'avait donnée anciennement la pycnite, et qui est de 3,5 et 3,56, ne diffère pas sensiblement de celle de la topaze ordinaire. Enfin, des fragmens choisis parmi les plus durs s'électrisèrent par la chaleur, et acquirent deux pôles, l'un vitré, l'autre résineux, situés à leurs extrémités. L'absence de cette propriété qui n'existe que dans une partie des topazes, n'aurait porté aucune atteinte à la conséquence qui résultait de l'accord des autres caractères, et par une suite nécessaire, la preuve qui se tire de son existence en faveur du rapprochement fondé sur ces caractères, n'en devenait que plus parlante.

Je dois dire, avant d'aller plus loin, que dans mon tableau comparatif, j'ai indiqué non-seulement la réunion de la pycnite avec la topaze, mais encore celle de la substance que MM. Hisinger et Berzelius avaient considérée comme une espèce particulière, et qu'ils nommaient pyrophysalite. Ce n'est que long-temps après cette époque, que M. Berzelius, dans son Nouveau Système de Minéralogie, a fait de cette dernière substance une simple variété

de la topaze; mais il y place dans un rang à part la pycnite, et la différence entre les deux espèces consiste, selon lui, en ce que la topaze renferme une plus grande quantité d'alumine (1).

C'est ici où j'en voulais venir pour établir une proposition qui s'étend à plusieurs autres exemples du même genre. Elle consiste en ce que quand deux minéraux qui ont la même forme de molécule, considérés relativement au résultat de leur analyse, ne diffèrent l'un de l'autre que par le rapport de leurs principes, ou bien la différence disparaîtrait dans de nouvelles analyses, ou bien elle n'est qu'accidentelle, en sorte que dans la réalité ces minéraux appartiennent à une même espèce. Pour mieux me faire entendre, je supposerai que chacun des minéraux ne renferme que deux principes que je désignerai par *a* et par *b*; que dans l'un d'eux la quantité du principe *a* soit plus grande, et que dans l'autre ce soit celle du principe *b* qui l'emporte, et cela dans le même rapport, en sorte que la quantité totale soit égale des deux côtés. Pour que la forme de la molécule reste la même, il faut que la partie du principe *a*, qui est en excès dans le premier minéral, soit, relativement à l'ordre de la structure, l'équivalent de la partie du principe *b* qui de même est en excès dans le second minéral. Or, les molécules de ces principes étant nécessairement différentes par

(1) Nouveau Système de Minéralogie, p. 84.

leurs figures et par leurs manières d'être, ne peuvent se remplacer mutuellement, sous la condition que l'assortiment qui résulte de l'ensemble conserve la même configuration.

D'ailleurs, si l'on considère ce concours d'analogies frappantes que présentent les deux substances, lorsque l'on compare les résultats de leur division mécanique, ceux des lois de décroissement d'où dérivent leurs formes, ceux enfin des propriétés physiques inhérentes à leur nature, on ne pourra se persuader que l'affinité, en réunissant leurs principes composans, ait tracé entre eux une ligne de démarcation que tant d'observations décisives tendent à faire regarder comme nulle.

Je n'ajouterai plus qu'une réflexion. Les différences notables qu'ont offertes les analyses des topazes faites par MM. Klaproth, Bucholz et Vauquelin, semblent indiquer la difficulté d'évaluer exactement la quantité d'acide fluorique contenue dans chacune d'elles. Les nombres qui expriment les rapports de cette quantité au total 100, sont pour les topazes ordinaires, 19, 7 et 5, et pour la pycnite 17, 6 et 4. Il est bien permis de croire que le zéro est la véritable limite de la gradation de différences indiquée par ces nombres.

Ce que je viens de dire de la pycnite s'applique à l'arsenic sulfuré, qui, d'après les résultats de l'analyse, formerait deux espèces distinctes, dont l'une, qui serait le jaune, différerait du rouge par une plus

grande quantité de soufre (1). Cependant, c'est (2) de part et d'autre la même forme de molécule, et quant à la diversité de couleur, outre qu'elle s'explique par la théorie de la lumière, la distinction qu'elle semblerait indiquer entre les deux substances disparaît dans la manière dont elles sont quelquefois associées l'une à l'autre. On voit des lames rouges situées parallèlement à des lames jaunes, en sorte qu'il y a unité de structure.

On trouve encore ici une grande variation dans le rapport des principes donnés par les analyses dont les deux substances ont été le sujet, malgré l'habileté de plusieurs des chimistes qui les ont faites, et il en résulte un nouveau motif de croire que les analyses doivent finir par s'accorder, plutôt que d'attribuer aux molécules du soufre une propriété aussi étrange que celle de remplacer les molécules de l'arsenic dans l'ordre d'une structure que la Cristallographie a démontré être invariable.

Je terminerai par un exemple qui offre l'inverse de ceux qui précèdent, et que je tirerai de la comparaison entre les analyses de la méionite et de l'amphigène faite par M. Arfwedson (3). La première lui a donné 58,7 de silice, 19,95 d'alumine et 21,4 de

(1) Nouveau Système minéralogique, p. 230 et suiv.

(2) *Voyez* les Annales du Muséum d'Hist. nat., t. XVI, p. 19 et suiv.

(3) Berzelius, Nouveau Système minéral., p. 89 et 90.

potasse, et la seconde 56,6 de silice, 23,10 d'alumine et 21,15 de potasse. On voit que la différence consiste dans le rapport de la potasse à la silice, plus grand dans la méionite, et plus petit dans l'amphigène; et quoiqu'il y ait beaucoup d'analyses de substances évidemment identiques, publiées par d'habiles chimistes, qui offrent des diversités moins considérables, l'accord qui règne entre les rapports dont je viens de parler et le principe des proportions définies, a fourni à M. Berzelius deux formules distinctes, dont l'une indique dans la méionite un trisiliciate de potasse uni à un bisiliciate d'alumine, et l'autre dans l'amphigène un bisiliciate d'alumine et de potasse. Or, ici les indications de la forme coïncident avec celles de l'analyse, la molécule de la méionite étant un prisme droit triangulaire, tandis que celle de l'amphigène est le tétraèdre que l'on obtient en combinant la structure du dodécaèdre rhomboïdal avec celle du cube.

La Cristallographie offre donc dans le cas présent une preuve de la distinction des deux espèces, et j'ose dire même d'une manière beaucoup plus tranchée que ne le fait l'analyse, puisque les formes des deux molécules non-seulement ont des dimensions très différentes, mais sont incompatibles dans un même système, par cela seul que l'une est un prisme et l'autre un tétraèdre.

IX. *De la coïncidence des lois de décroissement, dans les variétés qui appartiennent à une même espèce.*

20. Dans tout ce que j'ai dit jusqu'ici de la variation des formes cristallines relatives à une même espèce de minéral, je ne me suis proposé que de lier ces formes, soit entre elles, soit avec une forme primitive qui est leur noyau commun, à l'aide des lois de la structure combinées avec les résultats de la Géométrie et de l'Analyse mathématique; mais cette variation peut devenir l'objet d'un autre genre de recherches, qui est important par le jour qu'il tend à répandre sur les causes dont elle dépend, et que j'ai cru devoir faire entrer dans mon plan, parce que le rapport sous lequel je vais le considérer achèvera de faire ressortir la justesse des applications de la Cristallographie à la détermination des espèces minéralogiques.

L'étude des causes dont je viens de parler, jusqu'alors presque entièrement négligée, a fixé l'attention de M. Beudant, auquel elle a fourni le sujet d'un Mémoire intéressant, qui a obtenu le suffrage de l'Académie royale des Sciences. C'est dans ce Mémoire que j'ai puisé plusieurs des considérations suivantes, auxquelles j'ai seulement donné la direction qui mène au but que je me suis proposé.

En observant la composition des grandes masses minérales qui remplissent dans la nature des espaces

plus ou moins considérables, et que l'on a désignées sous le nom de *roches*, on remarquera d'abord que les cristaux d'une même substance engagés dans une masse qui occupe un même terrain et se rapporte à telle espèce géologique, présentent généralement des formes semblables. Ainsi, les cristaux d'amphibole, dit *trémolite*, disseminés dans la chaux carbonatée magnésifère granulaire (dite dolomie du Saint-Gothard) sont des prismes rhomboïdaux plus ou moins alongés, dont la couleur varie du blanc au gris cendré, et cela par une suite de ce que les parties de la roche auxquelles elles correspondent ont subi elles-mêmes une variation analogue; mais de plus, la même similitude a lieu entre les cristaux engagés dans les masses d'une même roche séparées par de grands intervalles. Si au contraire les masses diffèrent par leur composition, les cristaux d'un même minéral, auquel elles serviront d'enveloppe ou de support, participeront de cette diversité. Ainsi les granites des diverses contrées présentent communément des cristaux de feld-spath de la même forme, au moins à peu près, réunis deux à deux en sens contraire. Dans le département de l'Isère, la même roche qui sert de gangue aux cristaux d'axinite, et qui est un dïorite (grünstein) très abondant en feld-spath, renferme de petits cristaux de cette dernière substance sous la forme de la variété que j'ai nommée feld-spath *quadridécimal* et qu'avaient méconnue les anciens minéralogistes qui l'appelaient *schorl blanc*.

Les arragonites que l'on trouve dans les roches argileuses de différens pays, sont des assemblages de cristaux qui ne varient que par le mode de groupement, et affectent assez constamment des formes prismatiques. Viennent-ils à se montrer dans le fer oxidé? C'est sous la forme de cristaux aciculaires, parmi lesquels ceux qui sont déterminables appartiennent à la variété que j'ai nommée *apotome.*

La forme prismatique est celle qui domine dans les cristaux de chaux carbonatée que renferment les filons métalliques du Hartz. En Angleterre elle est remplacée par la variété métastatique. Le rhomboïde inverse de la même substance se montre presque constamment dans les terrains de calcaire coquillier.

Les exemples de ce genre ne sont pas sans exception. On rencontre aussi, dans des roches très différentes qui appartiennent à des pays très éloignés, des cristaux d'une même substance semblables entre eux par les lois de leur structure et par la forme qui en dérive; et c'est de cette observation que je me propose de tirer une nouvelle preuve des avantages qu'offre la Cristallographie pour la détermination des espèces.

21. Mais avant de l'exposer, je vais m'arrêter un instant sur le fait le plus ordinaire, qui est celui de la variation des cristaux originaires d'une même substance, qui ont été produits dans des roches d'espèce différente. Une des causes principales de cette variation est le mélange des matières hétérogènes,

que la substance qui la présente s'est associées pendant sa formation ainsi que je l'ai expliqué plus haut. Ces molécules qui étaient ici de telle nature et ailleurs d'une nature différente, suivant la diversité des matières qui les avaient fournies, ont dû modifier, tantôt d'une manière et tantôt de l'autre, les formes cristallines du minéral dans lequel elles se sont introduites. C'est ce que je vais essayer d'éclaircir à l'aide d'une observation fondée sur ce qu'offrent quelquefois les différentes parties d'une même roche, et d'après laquelle on pourra juger, à plus forte raison, de ce qui s'est passé dans des roches séparées. Je me bornerai à un exemple qui me paraît convenir d'autant mieux au cas dont il s'agit ici, que les corps qui le présentent ont été visiblement produits d'un même jet.

Je le tirerai de la cristallisation de l'axinite. J'ai parlé plus haut d'une différence qui existe entre les cristaux verts de cette substance, qui se trouvent dans le département de l'Isère et ceux d'une couleur violette. Elle consiste en ce que la surface de ces derniers est chargée de stries et de cannelures qui en altèrent le niveau, tandis que celle des autres est parfaitement lisse et unie. J'ai fait voir que cette diversité provenait de l'influence que les molécules du talc chlorite avaient exercée sur celles de l'axinite, dont elles avaient favorisé la tendance vers un arrangement régulier. Or la forme des cristaux verts est en même temps plus simple, et n'offre aucune trace

des facettes additionnelles qui modifient celle des cristaux violets; d'où il suit que ces deux formes sont placées à deux endroits différens sur le tableau des signes représentatifs qui se rapportent aux cristaux d'axinite. Quelquefois ceux qui offrent les deux modifications sont groupés sur deux faces opposées d'un même morceau, en sorte que si, après l'avoir pris par la partie que recouvrent les cristaux violets, on vient à le retourner, on est surpris de voir la cristallisation si peu semblable à elle-même dans des corps qui s'identifient par leurs élémens, et se touchent de si près par leurs positions.

22. Je passe maintenant à la comparaison des formes secondaires d'une même espèce, sous le point de vue dont j'ai parlé plus haut, et je choisirai pour exemples les substances qui ont offert un défaut d'accord entre les résultats de l'analyse chimique et ceux de la géométrie des cristaux.

1. *Pyroxène.*

Depuis que le pyroxène a été séparé de l'amphibole, de la tourmaline, de l'axinite, de l'épidote, etc., auxquels Romé de l'Isle (1), le baron de Born (2), et d'autres minéralogistes l'avaient

(1) Cristallogr., tome II, page 344 et suivantes.

(2) Catalogue méthodique et raisonné de la collection des Fossiles de mademoiselle Eléonore de Raab, t. I, p. 158 et suivantes.

associé sous le nom commun de *schorl*, on a découvert successivement, dans divers pays, des substances qui en diffèrent par leurs caractères extérieurs, mais qui m'ont paru n'en être que de simples variétés, d'après les applications des lois de la structure à leurs formes cristallines. Ces substances, au nombre de six, sont la sahlite ou malacolite, et la coccolithe, que M. d'Andrada a décrites le premier, et qui faisaient partie de la riche récolte qu'a procurée à ce savant célèbre son voyage en Suède et en Norwége (1); la baïkalite, ainsi nommée par les minéralogistes de Russie, à cause de son gissement près du lac Baïkal (2); la mussite et l'alalite dont nous devons la connaissance à M. de Bonvoisin, qui les avait trouvées en Piémont dans les vallées de la Mussa et d'Ala (3);

---

(1) *Voyez* le Journal de Physique, t. II, p. 239 et suiv.

(2) Je dois avertir que, pendant plusieurs années, on a débité ici, sous ce nom de *baïkalite*, une variété d'amphibole aciculaire blanc-jaunâtre (tremolith, W.). Je me suis aperçu de la méprise, en examinant des cristaux de la véritable baïkalite, qui m'ont été envoyés par M. Heuland, et que j'ai reconnus pour appartenir au pyroxène.

(3) Le premier article que j'ai imprimé sur ces deux substances avait pour but de prouver qu'elles devaient être réunies au pyroxène. (Annales du Muséum d'Histoire nat., tome XI, page 77, et Journal des Mines, tome XXIII, p. 145.)

Cet article avait été précédé d'une note insérée dans ce dernier Journal, tome XX, page 65, par M. Tonnelier, où

enfin la fassaïte découverte, il y a environ trois ans, dans la vallée de Fassa en Tyrol, ce qui lui a fait donner, par M. Werner, le nom que je viens de citer, auquel d'autres minéralogistes ont substitué celui de *pyrgom* (1).

Les premiers observateurs de ces diverses substances n'avaient pas hésité à en faire autant d'espèces particulières. Il est même très probable que l'idée du pyroxène ne s'était offerte à aucun d'eux, tant ces substances lui ressemblent peu par les caractères qui parlent aux yeux, tels surtout que le ton de couleur et l'aspect général de la forme. Il n'y avait pas même lieu à imaginer ici un de ces passages d'une espèce à l'autre, que l'on trouve indiqués dans plusieurs traités, et les résultats des découvertes récentes, en s'introduisant dans celle dont le pyroxène est le type, auraient pu ramener la confusion que ses anciennes alliances avaient répandue autour de lui.

---

il expose l'opinion que j'avais émise dans une de mes leçons publiques, à laquelle il avait assisté, savoir : que la mussite et l'alalite formaient deux variétés d'une espèce particulière à laquelle j'avais donné le nom de *diopside*. L'article dont j'ai parlé d'abord ne me paraît laisser aucun doute sur la justesse de la détermination que j'ai bientôt substituée à celle qui résultait des observations faites sur le seul cristal que j'eusse à ma disposition, et qui n'était pas susceptible de se prêter à des mesures précises.

(1) *Voyez* le tome III des Mémoires du Muséum d'Histoire naturelle, page 120 et suivantes.

Dans l'état actuel de la science, on s'accorde assez généralement à partager les différens corps dont j'ai parlé, en trois séries relatives à autant d'espèces, dont l'une est le pyroxène (augit) auquel on a réuni la coccolithe; la seconde la sahlite à laquelle se rattachent la baïkalite et le pyrgom, d'après les indications des caractères extérieurs, et le diopside qui comprend la mussite et l'alalite. Je me règlerai sur cette distribution dans tout ce qui va suivre.

23. Les ressemblances qui ont lieu entre les formes secondaires que présentent certaines variétés qui sont communes aux trois séries, donnent une nouvelle force à la preuve qui se tire de l'identité de forme primitive, en faveur de l'unité d'espèce. La variété périoctaèdre (fig. 25) (1) existe parmi les sahlites d'un gris verdâtre, que l'on trouve en Norwège, et reparaît dans les pyroxènes noirs du

(1) Je joins ici le signe de cette variété et ceux des cinq autres dont je vais parler. La figure 24 représente le noyau.

1. Pyroxène périoctaèdre. $M\ {}^{1}H^{1}\ {}^{1}G^{1}\ P.$
$M\ r\ l\ P$

2. Equivalent. $M^{2}H^{2}\ {}^{1}H^{1}\ {}^{1}G^{1}\ P.$
$M\ f\ r\ l\ P$

3. Binotriunitaire. $M\ {}^{2}H^{2}\ {}^{1}H^{1}\ {}^{1}G^{1}\ E^{1}\ {}^{1}E\ P.$
$M\ f\ r\ l\ s$

4. Trioctonal. $M\ {}^{1}H^{1}\ {}^{1}G^{1}\ E^{3}\ {}^{3}E\ E^{1}\ {}^{1}E\ P\ \overset{2}{A}.$
$M\ r\ l\ z\ o\ s\ P\ n$

5. Sténonome. $M\ {}^{1}H^{1}\ {}^{1}G^{1}\ {}^{3}E\ P\ E^{1}\ {}^{1}E\ A\ {}^{3}A^{3}.$
$M\ r\ l\ o\ P\ s\ \overset{1}{t}\ u$

6. Octovigésimal. $M\ {}^{1}H^{1}\ {}^{1}G^{1}\ {}^{3}E\ E^{1}\ {}^{1}E\ P\ A\ ({}^{1}A^{1}B^{1}G^{5})\ {}^{3}A^{3}.$
$M\ r\ l\ c\ s\ P\ \overset{1}{t}\ k\ u$

même pays, ainsi que dans les sahlites d'un vert noirâtre de Pargas en Finlande, que j'ai citées plus haut. J'ai dans ma collection deux cristaux qui offrent la variété équivalente (fig. 26), dont l'un est une sahlite d'un gris verdâtre, qui vient du Groenland, et le second un pyroxène noir de Norwège. Un troisième, qui est un diopside d'un blanc verdâtre, du Piémont, et que je nomme *pyroxène binotri-unitaire*, ne diffère des deux autres, que par l'addition des facettes *s*, *s* (fig. 27), qui sont petites et ne modifient que légèrement la forme de l'équivalente. En comparant les signes des variétés trioctonales (fig. 28), sténonome (fig. 29), et octovigésimale (fig. 30), dont les deux premières résultent du concours de huit lois de décroissement, et la troisième en offre une de plus, on peut remarquer que six de ces lois sont communes à la trioctonale et à la sténonome, et que l'octovigésimale n'est distinguée de la sténonome que par l'intervention des facettes *k* qui lui sont particulières. On observe ces variétés dans trois cristaux de ma collection, dont l'un est un pyroxène noir qui m'a été envoyé de la Guadeloupe; le second un pyroxène vert obscur, d'un volume considérable, de la vallée de Brozzo, en Piémont, et le troisième un diopside légèrement verdâtre, d'une belle transparence, de la vallée d'Ala, dans le même pays. La variété analogique, dont j'ai donné une description détaillée, dans l'article relatif au prisme rhomboïdal oblique, ne s'écarte des autres, par son aspect géo-

métrique, que pour reproduire sur la pyramide qui la termine, l'angle que font entre eux les pans de la forme primitive. Cette reproduction dépend d'un certain rapport qui, jusqu'ici, n'existe que dans le pyroxène, entre les dimensions de la coupe principale, et rend ainsi la variété qui le présente inséparable du pyroxène; et parce que ses caractères la placent dans la série de la sahlite, elle offre une nouvelle preuve de l'identité de la sahlite et du pyroxène.

Dans toutes les formes que j'ai citées comme étant communes aux différentes séries, les inclinaisons respectives des faces sont exactement les mêmes. Les diversités ne tombent que sur les figures et sur les dimensions des mêmes faces, dont quelques-unes sont très petites sur tel cristal de sahlite ou de diopside, tandis que leurs analogues, sur un cristal de pyroxène, ont pris une étendue considérable, ou réciproquement. On ne peut douter que ces diversités ne dépendent d'une cause étrangère, telle que le mélange d'une matière hétérogène qui a modifié le résultat de l'attraction réciproque des molécules, sans l'altérer dans ce qu'il a de constant et d'essentiel; et ainsi, dans l'hypothèse d'une différence d'espèce, tandis que la cause purement accidentelle dont il s'agit, aurait exercé son influence sur la réunion des molécules intégrantes, la cristallisation se serait dérobée à une autre influence qui aurait paru devoir agir avec beaucoup plus de force sur les lois de la

structure, je veux dire celle des principes composans qui, étant comme étrangers les uns aux autres dans les deux espèces, se seraient néanmoins prêtés à l'identité de forme, ce qui offrirait un paradoxe très difficile à expliquer.

J'ajouterai une autre considération, qui fait ressortir encore davantage le paradoxe. Lorsque la forme commune est une limite, les variations des lois de structure ne tombent que sur un seul bord ou un seul angle, parce que le même décroissement qui agit sur ce bord ou sur cet angle, se répète sur tous les autres qui lui sont identiques. Il en résulte que les actions des décroissemens n'ayant à parcourir qu'un espace très resserré, on conçoit comment elles peuvent coïncider dans la production d'une même forme commune à deux minéraux d'espèce différente. Mais dans les formes qui, comme celle du pyroxène, de l'amphibole, de l'épidote, s'écartent des limites dont je viens de parler, le nombre des bords et des angles qui ne sont pas identiques, étant plus ou moins considérable, cette condition diminue de beaucoup la possibilité des coïncidences par rapport aux lois de décroissement qui agissent pour produire deux formes secondaires, et l'on conçoit difficilement que ces coïncidences puissent avoir lieu, dans l'hypothèse présente, relativement à deux ensembles de lois de décroissement, qui, en agissant sur deux espèces de molécules intégrantes dont les affinités réciproques auraient dû se ressentir de la

différence de leurs élémens, se seraient en quelque sorte concertées pour se rencontrer dans tous les sens.

2. *Amphibole.*

24. L'amphibole, dont les formes cristallines sont en général beaucoup moins variées que celles du pyroxène, n'en offre que trois ou quatre auxquelles puisse s'appliquer une comparaison du même genre que celle qui a eu l'autre minéral pour objet. Ces formes sont celles de la variété bisunitaire (fig. 32), de la triunitaire (fig. 33), qui ne diffère de la précédente que par l'addition des faces *s*, de la dodécaèdre (fig. 34), et de l'imitative (fig. 35). Leurs signes, rapportés à la forme primitive (fig. 31), sont,

$$M\,{}^{1}G^{1}\overset{1}{E}, \quad M\,{}^{1}H^{1}\,{}^{1}G^{1}\overset{1}{E}, \quad M\,{}^{1}G^{1}P\overset{\frac{1}{2}}{B}, \quad M\,{}^{1}G^{1}\overset{1}{E}A.$$
$$M\ x\ l \qquad M\ s\ x\ l \qquad M\ x\ P\ r \qquad M\ x\ l\ \overset{1}{y}$$

Les lois de décroissement d'où dépendent ces variétés sont du nombre des plus simples, et de celles qui se rencontrent le plus ordinairement, en sorte que leur concours dans des corps dont on a fait des espèces différentes, n'offre par lui-même qu'un faible motif en faveur de la réunion de ces corps dans une même espèce. Mais les lois dont il s'agit empruntent un caractère spécial d'une propriété remarquable dont elles décèlent l'existence dans les mêmes corps, et cet avantage compense, au moins en grande partie, ce qu'elles perdent à être en si petit nombre et si

communes. Cette propriété consiste en ce que parmi les lois dont il s'agit, celles qui agissent sur les angles et sur les bords de la base de la forme primitive, conduisent à des résultats qui offrent la répétition des mêmes faces situées en sens contraire, avec des inclinaisons égales. Ces lois se rapportent aux combinaisons binaires $\overset{1}{E}\overset{\frac{1}{2}}{B}$ et $P\underset{1}{A}$. Ces sortes de répétitions n'ont lieu dans aucun des autres prismes rhomboïdaux connus jusqu'ici, à l'exception du pyroxène, qui est d'ailleurs très distingué de l'amphibole par sa forme primitive et par l'ensemble de son système de cristallisation.

Les substances dont je me propose ici d'établir le rapprochement ont été partagées en trois espèces, dont l'une est la horn-blende (amphibole), la seconde le strahlstein ou l'actinote, et la troisième la trémolite ou la grammatite.

Examinons maintenant la manière dont les lois de décroissement que j'ai citées sont coordonnées par rapport aux variétés comprises dans les trois espèces.

Les amphiboles du cap de Gate, qui s'offrent comme les types des cristaux répandus dans les terrains volcaniques, se montrent sous la forme de la variété dodécaèdre (fig. 34), tantôt simple et tantôt modifiée par des hémitropies dont j'ai donné plus haut l'explication. Il existe à Pargas, en Finlande, des cristaux de la même substance, d'un noir foncé, engagés dans une chaux carbonatée laminaire blan-

châtre. Leur forme, qui est celle de la variété bisunitaire (fig. 32), a aussi son sommet composé de trois faces, dont deux *l*, *l*, présentent la répétition en sens contraire des faces *r*, *r* de la précédente (fig. 34), séparées par la face P.

La même chose a lieu par rapport aux cristaux de Strahlstein, que l'on trouve dans les filons métalliques de la Norwége.

Cette même forme reparaît sur les trémolites du Saint-Gothard, dont la gangue est une dolomie, et dans certains individus elle passe à la forme de la triunitaire, qui ne la modifie que légèrement. Ainsi, voilà le strahlstein et la trémolite qui s'identifient d'une part avec les amphiboles de Pargas, par la coïncidence des mêmes lois de décroissement, et avec ceux du cap de Gate, malgré la diversité des décroissemens, qui, en suivant une autre marche, ont ramené les mêmes faces situées en sens contraire.

On trouve dans le Groenland des cristaux que leur couleur d'un gris verdâtre, jointe à un éclat nacré, doit faire ranger parmi les trémolites. Leur forme, qui est celle de la variété imitative (fig. 35), et qui a pour signe $\mathrm{M}'\mathrm{G}'\overset{1}{\mathrm{E}}\mathrm{A}$, semble
$\mathrm{M}\ x\ l\ \overset{1}{y}$
offrir la contre-épreuve de la variété dodécaèdre, à laquelle appartiennent les cristaux du cap de Gate. Les faces *l*, *l*, naissent d'un décroissement qui a lieu, non plus sur les bords supérieurs, mais sur les angles

latéraux, comme dans les cristaux de Pargas, et qui s'annonce aux yeux par les stries dont ces faces sont sillonnées dans des directions parallèles à la diagonale oblique de la base du prisme rhomboïdal. La face *y* est la répétition en sens contraire de cette même base. Le cristal de ma collection qui offre cette intéressante variété, faisait partie d'une suite d'échantillons que M. Giesecke a eu la bonté de choisir, pour m'en faire présent, dans la récolte doublement précieuse par la rareté et par la multitude des objets, que lui a procurée son voyage dans le Groenland, dont il a parcouru les différentes parties pendant huit années consécutives, avec l'œil d'un excellent observateur, et avec ce courage que l'amour de la science est seul capable d'inspirer et de soutenir.

On ne croira pas aisément que les actions de ces lois, qui semblent s'être concertées pour donner naissance, par leur diversité même, à des analogies et à des ressemblances si parlantes, se soient partagées entre des corps distingués par leur nature. Il est visible que ceux auxquels elle sert de lien commun sont inséparables les uns des autres. Parmi les cristaux que j'ai cités, il en est que l'on pourrait tout aussi bien rapporter à telle série qu'à telle autre. Plusieurs de ceux que l'on trouve en Norwége, et qui sont d'un noir nuancé de verdâtre, ne diffèrent pas à cet égard de quelques autres qui ont été placés dans l'espèce de la horn-blende. La variété imitative du Groenland, participe des caractères extérieurs des

trémolites et de certaines variétés du strahlstein. J'ai été quelquefois témoin de l'embarras où se trouvaient des minéralogistes auxquels on montrait des cristaux isolés de leur gangue. Ils rapportaient, par exemple, au strahlstein, des trémolites d'un vert clair, que l'on rencontre quelquefois au Saint-Gothard. Mais si on leur en montrait de semblables engagées dans la dolomie, ils les reconnaissaient à leur gangue pour des trémolites. C'était le caractère empirique qui les nommait. Au reste, cette incertitude, loin de préjudicier aux conséquences que j'ai déduites des résultats de la Cristallographie, leur donne une nouvelle force. C'est une raison de plus pour nier l'existence d'une ligne de démarcation qui se fait chercher par ceux mêmes qui l'ont tracée.

3. *Tourmaline*.

25. Les divers cristaux de tourmaline qui, depuis un certain nombre d'années, ont été découverts au Tyrol, en Espagne, au Brésil, en Sibérie et dans les États-Unis, ont eu le même sort que ceux de pyroxène, que l'on a distingués sous les noms de *sahlite*, de *coccolite*, de *baïkalite*, etc. Les premiers observateurs, trompés par la diversité d'aspect sous laquelle se cachait le caractère géométrique des formes, leur ont fait prendre de fausses directions, qui les éloignaient de leur véritable point de ralliement.

Ce sont principalement les modifications tirées

des couleurs qui ont paru indiquer ici quatre espèces différentes. L'une était la tourmaline de Sibérie, que l'on a nommée *sibérite* et *rubellite*. Une seconde était la tourmaline bleue d'Utö en Suède, que d'Andrada, auquel nous en devons la connaissance, appela *indicolite*. L'origine de la troisième espèce remonte à la tourmaline verte du Brésil. On lui associa toutes les autres tourmalines qui réunissaient à un certain degré de transparence le bleu verdâtre, le vert jaunâtre ou l'orangé brunâtre, et l'on réserva pour cette espèce le nom de *tourmaline*. Enfin, on désigna par celui de *schorl commun, gemeiner Schorl*, la quatrième espèce composée de toutes les tourmalines noires et opaques.

Plusieurs auteurs rapprochent aujourd'hui ces différens cristaux dans une même espèce, qu'ils ont seulement partagée en deux ou trois sous-espèces, d'après le même caractère dont on s'était servi pour les isoler entièrement les unes des autres. Mais les descriptions particulières qu'ils en ont données laissent subsister des traces des anciennes distinctions, que l'état actuel de nos connaissances doit faire évanouir. C'est ce que prouvera le tableau que je vais tracer de l'ensemble de toutes ces tourmalines, d'après des considérations qui, je l'espère, paraîtront neuves, soit par la manière dont elles seront présentées, soit en elles-mêmes. Ces considérations me paraissent d'autant plus importantes, que la Chimie, contre son ordinaire, semble avoir été d'intelligence

avec les caractères extérieurs, pour établir ici des points de séparation, et que c'est principalement à ses résultats que je dois comparer ceux de la Cristallographie, pour remplir le but de cet article.

Je remarque d'abord que parmi les divers cristaux de tourmaline que j'ai eus entre les mains, il n'en est aucun sur lequel les faces du rhomboïde primitif (fig. 36) ne se montrent, avec la seule différence que tantôt on les voit toutes les six, et tantôt on n'en voit que trois situées autour d'un même sommet. La surface latérale est presque constamment composée de neuf pans, dont six résultent du décroissement $\overset{1}{D}$, et trois du décroissement $\overset{a}{e}$. Il est rare qu'il n'existe que les six premières, ou que les secondes se répètent, de manière que le prisme soit dodécaèdre, ce qui rétablit la symétrie sur la surface latérale; mais les formes des sommets continuent d'y déroger, ainsi que l'exige la vertu électrique. L'ensemble de ces diverses faces, surtout de celles des sommets, communes aux différens cristaux de tourmaline, annonce qu'ils ont été, pour ainsi dire, exécutés d'après un même dessin, composé des traits les plus caractéristiques de l'espèce à laquelle ils appartiennent. Les unes se rapportent au type géométrique, et les autres offrent l'empreinte qu'une propriété physique très remarquable a laissée de son influence sur la cristallisation.

La forme qui résulte de l'assortiment dont je viens de parler, était plus ou moins modifiée sur tous les

cristaux que j'ai vus, par des facettes additionnelles qui, loin de nuire à sa prédominance, la faisaient ressortir davantage. Les diversités qui en résultaient avaient un autre effet, qui était de mettre une parfaite ressemblance entre des cristaux qui, d'après leurs couleurs, auraient appartenu, dans les anciennes méthodes, à des espèces distinctes; ainsi, la variété équidifférente raccourcie, que représente la fig. 37, et dont le signe rapporté au rhomboïde primitif (fig. 36) est, $\overset{1}{\underset{s}{D}}\,\overset{2}{\underset{l'}{e}}\,\overset{2.0}{E}\,\underset{P}{P}\,\underset{p}{p}\,\underset{\overset{1}{n}}{B}\,\overset{}{\underset{1.0}{b}}$ (1), existe parmi des cristaux transparens d'un jaune verdâtre que l'on trouve dans l'île de Ceylan, et j'ai dans ma collection deux cristaux opaques et d'un noir foncé, qui en offrent la forme dans toute sa perfection. C'est le schorl qui se confond avec la tourmaline dans un même résultat de cristallisation.

Je n'ai observé jusqu'ici que des cristaux noirs de Madagascar et du Groenland, qui offrissent la forme complète de la variété isogone (fig. 39), dont le signe est $\overset{1}{\underset{s}{D}}\,\overset{2}{\underset{l}{E}}\,\overset{2.0}{e}\,\underset{P}{P}\,\underset{p}{p}\,{}^{1}\underset{o}{E}{}^{1\,01}e^{1.0}$. Mais les faces de celui de ses sommets qui en montre six se retrouvent sur des cristaux qui appartiennent les uns à la tourmaline verte du Brésil, et les autres à celle de Ceylan, d'une couleur brune.

(1) C'est une sous-variété de celle dont on voit la projection (fig. 38) sous les dimensions des cristaux ordinaires.

Ces cristaux ne sont pourvus que du sommet qui est terminé par les six faces indiquées ; et comme il est le siége du pôle vitré, on doit présumer que l'autre sommet, s'il existait, n'offrirait que les trois faces primitives, comme devant être plus simple que le premier ; les formes alors en diraient davantage. Mais déjà elles en disent assez dans leur état actuel, pour solliciter la réunion du schorl avec la tourmaline.

Je n'ai pu encore me procurer que des portions de cristaux de sibérite qui n'étaient terminées que d'un côté. Toutes avaient leur surface latérale composée des neuf pans ordinaires. Mais les formes des sommets intacts différaient entre elles. Dans les unes, elles offraient tantôt les trois faces primitives seulement, et tantôt neuf faces, dont trois étaient primitives, et les six autres disposées autour des précédentes, résultaient du décroissement $\overset{1}{D}$. J'ai cru pouvoir faire en quelque sorte la synthèse des cristaux dont ces formes incomplètes seraient comme les élémens, en combinant les positions des pôles électriques avec celles des sommets qui existent solitairement sur ces formes.

J'avais remarqué que ceux de ces sommets qui n'avaient qu'une face perpendiculaire à l'axe donnaient des signes d'électricité résineuse, et que ceux qui était terminés par plusieurs faces obliques manifestaient l'électricité vitrée. Il résulte de ces observations, que si l'on réunit par la pensée les portions

de cristaux terminés par un seul plan, avec celles qui offrent plusieurs faces, de manière à en composer des polyèdres complets, les positions des sommets, dans chacun d'eux, auront la même relation avec celles des pôles électriques que dans les tourmalines ordinaires, et l'analogie sera d'autant plus marquée, que ce sera le sommet simple, et même le plus simple possible, qui manifestera l'électricité résineuse, ce qui a lieu généralement dans les tourmalines.

J'ai dans ma collection un morceau qui confirme cette manière de deviner en quelque sorte ce que l'observation ne nous apprend pas. On voit sur ce morceau divers cristaux engagés par leur partie inférieure dans la roche environnante, et dont l'autre, qui est saillante, offre tantôt le sommet de la variété quinquévigésimale (fig. 40), qui, sur la figure, est tourné vers le haut, et tantôt le sommet opposé. Son signe est

$$\underset{s}{\overset{1}{D}}\,\underset{l}{\overset{2}{E}}\,\underset{l'}{\overset{2}{e}}\,P^{\cdot o}\,\underset{p}{p}\,\underset{\substack{1\\ n}}{B}\,\underset{1.0}{b}\,\underset{\substack{1\\ k}}{A}\,\underset{1.0}{a}\,\underset{\substack{4\\ g}}{A}\,\underset{4.0}{a}\;{}^{o\cdot 1}E^{1.0}\,{}^{1}\underset{o}{e}{}^{1}.$$

Il est bien naturel de penser que si la cristallisation avait joui de toute sa liberté, les cristaux complets qu'elle aurait produits auraient offert la coexistence des deux sommets qui se montrent séparément sur les parties saillantes dont j'ai parlé.

Je reviens à la sibérite, dont j'ai observé deux formes que je crois pouvoir regarder comme com-

plètes, d'après l'hypothèse précédente. L'une est celle de la variété trédécimale (fig. 41), dont le signe est $\underset{s}{\overset{1}{\mathrm{D}}}\,\underset{l}{\overset{2}{\mathrm{E}}}\,\overset{2.0}{e}\,\underset{\mathrm{P}}{\mathrm{P}}p^{\cdot\circ}\,\underset{1.0}{\mathrm{A}}\,\underset{k}{\underset{1}{a}}$, et l'autre celle de la variété nonodécimale (fig. 42), qui a pour signe

$$\underset{s}{\overset{1}{\mathrm{D}}}\,\underset{l}{\overset{2}{\mathrm{E}}}\,\overset{2.0}{e}\,\underset{\mathrm{P}}{\mathrm{P}}p^{\cdot\circ}\,\underset{t}{\overset{2}{\mathrm{D}}}\,\overset{2.0}{d}\,\underset{1.0}{\mathrm{A}}\,\underset{k'}{\underset{1}{a}}.$$

La face *k'* qui termine la partie inférieure de ces variétés, n'existe solitairement sur aucune des autres tourmalines. Mais elle se retrouve sur un des sommets de la variété sexdécimale (fig. 44), dont on rencontre au Saint-Gothard des cristaux d'un vert clair, et sur un de ceux de la variété quinquévigésimale (fig. 40), dont j'ai parlé plus haut, et qui appartient au schorl. Le sommet supérieur de la même variété de sibérite, qui n'offre que trois faces primitives, fait partie du type commun à toutes les tourmalines. Quant aux faces *t*, *t*, de la variété nonodécimale (fig. 42), j'en ai reconnu les analogues sur une tourmaline transparente d'un vert foncé, qui venait du Brésil. C'est celle que j'ai nommée *didodécaèdre*, et que représente la figure 43. Son signe est

$$\underset{s}{\overset{1}{\mathrm{D}}}\,\underset{l}{\overset{2}{\mathrm{E}}}\,\overset{2.0}{e}\,\underset{\mathrm{P}p}{\mathrm{P}p}\,\underset{o}{{}^{1}\mathrm{E}^{1\,0.1}}\,e^{1.0}\,\underset{t}{\overset{2}{\mathrm{D}}}\,\overset{2.0}{d}.$$

La variété surcomposée (fig. 47) qui se rapporte à la tourmaline verte du Brésil, est remarquable à

plusieurs égards et mérite d'occuper ici une place, quoique je ne l'aie encore vue qu'avec un seul sommet, que représente la partie supérieure de la figure, l'autre n'étant qu'hypothétique. Son signe est

$$\underset{s}{\overset{1}{D}}\ \underset{l}{\overset{2}{e}}\ \underset{l'}{\overset{2}{E}}\ \underset{o}{({}^{1}E^{1}\ {}^{0.1}e^{1}.{}^{0})}\ \underset{r}{\overset{3}{e}}\ \overset{3.0}{e}\ \underset{p}{P\,p}\ \underset{x}{({}^{2}E^{2}\ {}^{0.2}e^{2.0})}\ \underset{x}{\overset{\frac{1}{2}}{e}}\ \underset{k}{(\underset{1}{A}\ \underset{1.0}{a})}$$

Les faces du rhomboïde primitif se combinent avec celles d'un rhomboïde secondaire désignées par *z*, qui en offrent la répétition, en vertu du décroissement $\overset{\frac{1}{2}}{e}$. La cristallisation ne s'est pas bornée à montrer le type de l'espèce sur cette variété comme sur toutes les autres, elle y a joint encore la copie fidèle de cette forme originale. D'une autre part, la même variété a de l'analogie par les faces du même sommet avec les formes de cinq autres, savoir, la trédécimale (fig. 41) dont j'ai déjà parlé, et qui est une sibérite, la sexdécimale (fig. 44) qui a pour signe $\underset{s}{\overset{1}{D}}\ \underset{P}{P}\ \underset{o}{(E^{1}\ {}^{1}E\ e^{1.0}\ {}^{0.1}e)}\ \underset{p}{p}\ \underset{k}{(\underset{1}{a}\ \underset{1.0}{A})}$, et que j'ai observée parmi les tourmalines d'un vert clair du Saint-Gothard, l'isogone (fig. 39) que nous avons vue être commune à deux espèces différentes, et de plus, la nono-septimale (fig. 45) et l'équivalente (fig. 46 qui se rangent parmi les schorls noirs. Le signe de la première est $\underset{s}{\overset{1}{D}}\ \underset{l}{\overset{2}{E}}\ \overset{2.0}{e}\ \underset{P}{P}\ \underset{p}{p}\ \underset{k}{(\underset{1}{A}\ \underset{1.0}{a})}$, et celui de la seconde

$$\overset{1}{\underset{s}{D}}\overset{2}{\underset{l}{E}}\overset{2}{\underset{l'}{e}}\underset{P}{P}\underset{p}{p}\,{}^{1}\underset{o}{E}{}^{1\,0.1}e^{1.0}.$$

Cette sorte de commerce que les lois de la structure établissent entre les corps que je viens de citer, ne paraît pas se concilier avec une diversité de composition.

Je n'ai pas compris l'indicolite dans le parallèle précédent, parce qu'on ne l'a pas encore observée sous des formes déterminables. Le rapprochement que j'en ai fait depuis long-temps avec la tourmaline (1) était fondé sur le résultat de sa division mécanique et sur sa propriété électrique. Le caractère qui se déduit du premier résultat est surtout sensible dans les petits cristaux cylindroïdes que j ai observés, et que l'on trouve à Utô, où ils accompagnent l'indicolite aciculaire d'un bleu foncé.

26. Rien n'est plus digne d'attention que ce qu'on observe aux Etats-Unis, dans la province de Massachusets, où la manière dont les cristaux qui ont la plus grande analogie avec ceux des quatre espèces s'allient ensemble, offre un fait non moins curieux qu'instructif. On voit sur un même fragment de granite des cristaux violets semblables à la variété cylindroïde de rubellite, d'autres qu'on prendrait, à leur couleur verte, pour des tourmalines du Brésil, d'autres encore, en aiguilles groupées, tantôt d'un bleu de ciel, tantôt d'un bleu noirâtre, comme

(1) Annales du Muséum d'Hist. nat., t. I, p. 257 et suiv.

dans les variétés d'indicolite, et enfin des schorls d'un noir parfait. Ces différens corps s'unissent deux à deux, de manière à n'en former qu'un seul. Ici, un cylindre de sibérite est entouré par une tourmaline verte, qui lui sert comme d'étui. Là, c'est le schorl noir qui est la matière du cylindre, et l'enveloppe a été fournie par la tourmaline violette. Un peu plus loin, un semblable cylindre est emboîté dans un groupe d'aiguilles d'indicolite. Les joints naturels qui naissent dans la partie cylindrique se prolongent dans celle dont elle est entourée. Par une suite de cette uniformité de structure, les deux parties ont leurs pôles vitrés ou résineux tournés du même côté, ainsi que je m'en suis assuré par l'expérience; et ce qui est remarquable, c'est que si l'on prend différens cristaux qui se soient formés séparément sur un même morceau, et dont les axes soient parallèles ou à peu près, l'expérience fait voir qu'ils ont tous également leurs pôles de même nom tournés dans le même sens. Ainsi tout, jusqu'aux relations que j'ai appelées de *rencontre*, conspire à démontrer l'impossibilité de séparer des corps que le travail de la nature a unis par des liens si nombreux et si étroits.

Les formes des cristaux que je viens de citer sont de celles que l'on nomme *indéterminables*, à l'exception de quelques-unes qui offrent des indices du prisme à neuf pans et du rhomboïde primitif. Mais ce qui est concluant, c'est que l'on trouve, dans certaines parties du même granit, des cristaux noirs,

qui ont environ 45 millimètres (2 pouces) de diamètre, et sur lesquels on démêle, à travers les stries qui sillonnent leur surface latérale, les deux pans du prisme ordinaire. Ils n'ont qu'un sommet, qui offre d'une manière très prononcée les trois faces primitives. Il est visible que ces cristaux sont identiques avec ceux de la même couleur engagés dans les groupemens dont j'ai parlé; mais ces derniers ne font qu'un avec les cristaux violets, verts ou bleus, dont ils sont inséparables. Nouvelle raison pour les considérer tous comme des variétés d'une espèce unique.

La découverte importante de ces tourmalines est due à M. Ezra Weeks, auquel elle assigne un rang distingué parmi les savans des Etats-Unis, dont les recherches dirigées par un zèle aussi éclairé qu'actif ont fait sortir d'un sol qui était resté si long-temps intact, diverses substances les unes jusqu'alors inconnues, les autres relatives à de nouvelles variétés, dont l'étude nous a procuré une connaissance plus parfaite des espèces auxquelles elles appartiennent.

Avant de terminer ce qui concerne les formes des tourmalines, je ne crois pas inutile de faire remarquer la tendance qu'a eue la cristallisation, pour diversifier les couleurs des variétés de cette substance que l'on trouve dans un même terrain. J'ai des sibérites qui, étant vues par réflexion, paraissent d'un brun noirâtre, mais qui, placées entre l'œil et la lumière, offrent des parties transparentes dont la

couleur est d'un vert qui se rapproche de celui de la tourmaline du Brésil.

J'ai indiqué plus haut une sibérite dont la partie supérieure est transparente et incolore. J'en ai une autre qui offre le même aspect dans les parties situées vers les extrémités, le milieu seul est occupé par une matière noirâtre. Le terrain où l'on trouve ces sibérites et les autres que j'ai d'abord citées, renferme aussi des cristaux noirs qui ne peuvent se rapporter qu'au schorl.

La sibérite en cristaux aciculaires d'un violet foncé a reparu à Utô, en Suède, à côté de l'indicolite qui jusqu'alors semblait avoir son domicile à part dans cette contrée.

Les cristaux de tourmaline violette de Rosena sont accompagnés à certains endroits de cristaux verdâtres de la même substance, qui n'offrent aucune trace de violet.

Au Saint-Gothard, on trouve des tourmalines blanches, et d'autres d'un vert clair, dans différentes parties d'une même roche, qui est la dolomie, et ailleurs des schorls noirs sont engagés dans des cristaux de quarz ou de feld-spath dit adulaire.

On ne connaissait au Brésil que les tourmalines les unes vertes et les autres d'un vert bleuâtre. On a rapporté récemment de ce pays des cristaux cylindroïdes de la même substance qui sont d'un vert pâle, avec d'autres d'un vert jaunâtre, et des morceaux taillés dont la couleur est d'un rouge vif, qui

approche de celui de la variété de corindon qu'on nomme *rubis oriental*. On les a donnés ici comme tourmalines, et ce nom est vérifié par la propriété qu'ils ont de devenir électriques à l'aide de la chaleur.

Il faut joindre à ces observations celles que j'ai citées relativement aux quatre variétés diversement colorées qui s'associent l'une à l'autre d'une manière si remarquable, sur un même morceau de granite de la province de Massachusetts.

On n'avait pas encore observé, dans l'origine, toutes ces relations de position dont je viens de parler; mais, dans l'état actuel de nos connaissances, les distinctions tirées des couleurs et que semblaient faire ressortir les distances entre les pays où l'on trouvait les corps des quatre espèces et les diversités des circonstances géologiques qui en formaient comme l'alentour, n'ont plus rien que de vague et d'insignifiant, lorsque c'est le même caractère dont on s'était servi pour séparer ces corps, qui nous les montre en contact les uns avec les autres.

27. Je reviens un instant sur la propriété qu'ont les tourmalines de devenir électriques par l'action de la chaleur. J'ai déjà parlé d'une corrélation entre les pôles qu'elle détermine et la configuration des sommets dans lesquels résident ces pôles. Elle consiste en ce que l'un d'eux a subi une ou plusieurs lois de décroissement dont l'effet a été nul sur le sommet opposé. Jusqu'ici c'est le plus simple qui a manifesté

l'électricité résineuse. Les tourmalines dont les sommets contrastent le plus fortement par cette exception à la loi de symétrie, sont celles de Sibérie, sur lesquelles le sommet dans lequel réside le pôle résineux n'offre qu'une seule face perpendiculaire à l'axe. La propriété dont il s'agit est beaucoup plus générale dans les tourmalines que dans les topazes et les autres corps qui la partagent, et où elle disparaît dans quelques-uns de ceux qui jouissent de la transparence. Parmi les tourmalines, la plupart même de celles qui sont noires et opaques, telles qu'on en trouve à Madagascar, dans le Groenland et le Massachusetts où quelques-unes ont jusqu'à 45 millimètres (environ 2 pouces d'épaisseur), m'ont donné des signes très sensibles d'électricité. Mais les grosses tourmalines du Devonshire, où la couleur noire est jointe aussi à l'opacité, ont résisté à l'expérience, d'où l'on doit conclure, ce me semble, que c'est la présence de quelque matière étrangère interposée entre leurs molécules intégrantes, qui s'est opposée à l'exercice de la propriété dont il s'agit; et ce qui semble le prouver, c'est que j'ai observé une tourmaline semblable à celles dont je viens de parler, et dont la forme, qui était celle de l'isogone dérogeait à la symétrie, sans qu'il m'ait été possible d'en tirer aucun signe de vertu électrique.

La Cristallographie seule m'a fourni des considérations qui m'ont paru être d'une grande force, en faveur du rapprochement des variétés, soit de py-

roxène, soit d'amphibole, dont on avait fait plusieurs espèces. Les mêmes considérations se renouvellent ici à l'égard des variétés de tourmaline, et de plus, la Physique vient se placer à côté de la Cristallographie, munie d'une propriété doublement remarquable, soit par elle-même, soit en ce qu'elle semble s'être concertée avec l'action de l'affinité qui a réuni les molécules de la tourmaline, pour représenter les actions contraires des deux fluides électriques par la différence entre les formes des sommets qui manifestent ces actions.

J'ajoute que les corps susceptibles de devenir électriques par la chaleur, qui appartiennent à d'autres espèces, comme à la magnésie boratée, à l'axinite, à la mésotype, à la prehnite, au zinc oxidé et au titane silicéo-calcaire, ont des formes primitives qu différent très sensiblement les unes des autres par leurs angles et par le rapport de leurs dimensions. La tourmaline est la seule qui ait pour type un rhomboïde, et les incidences des faces de ce rhomboïde, dont la plus grande est d'environ $133^d\frac{1}{2}$, le placent à une grande distance de ceux que présentent d'autres espèces, telles que la chaux carbonatée, le corindon, la chabasie, la dioptase, etc. Cependant les analyses, si elles ne laissaient rien à désirer, indiqueraient ici trois ou quatre rhomboïdes très voisins les uns des autres, et dont la différence serait si légère, qu'elle échapperait à tous nos moyens d'observation, ce qui n'est nullement probable; et si

l'on joint à cette considération celle qui se tire de l'action électrique combinée avec les formes des cristaux, on ne pourra que s'étonner des suppositions forcées par lesquelles il faudrait passer, pour arriver des résultats de la Géométrie et de la Physique à ceux de la Chimie.

X. *Des minéraux dont les formes sont indéterminables.*

28. Les cristaux qui, par la régularité et par la netteté de leurs formes, se prêtent à une détermination précise, sont comme l'élite des corps qu'embrasse l'espèce considérée dans toute son étendue. Eux seuls en présentent le tableau fidèle; mais la perfection qui distingue cette élite, subit, d'un individu à l'autre, des altérations qui, d'abord légères, finissent par oblitérer les traits caractéristiques de la forme. Au-delà de ce terme, la série continue par les variétés que l'on nomme *indéterminables*. Les arêtes des cristaux s'émoussent, leurs faces s'infléchissent, leurs prismes s'alongent et deviennent plus ou moins déliés; le minéral prend alors le nom d'*aciculaire*. Ailleurs, il n'offre plus que des assortimens de lames d'une certaine étendue, qui ne montrent à l'extérieur aucune configuration régulière, ce que l'on désigne par le nom de *laminaire*. On peut encore, dans ce cas, obtenir des indices de la forme primitive, à l'aide des joints naturels mis à découvert par la division mécanique. Dans les

termes suivans, le minéral ne présente que des assemblages confus de lamelles qui se croisent dans tous les sens, ce qui s'exprime par le nom de *lamellaire*, ou de grains dont la structure n'a été qu'ébauchée, d'où est venu le nom de *granulaire*; et le dernier terme de la série est celui qui a lieu, lorsque les parties de la masse sont si étroitement liées entre elles, que l'œil ne les distingue plus. On donne alors au minéral le nom de *compacte*.

Pour suppléer autant qu'il est possible à l'absence de la forme dans ces sortes de cas, on a recours surtout aux propriétés physiques et chimiques, telles que la pesanteur spécifique, la dureté, la vertu électrique, le magnétisme, ou l'action des acides, celle du chalumeau, etc. Ces propriétés qui pour la plupart sont inhérentes à la nature des corps qui les manifestent, et que partagent les variétés déterminables avec celles qui ne le sont pas, marquent à ces dernières les places qui les attendaient à la suite des autres dans l'espèce à laquelle elles appartiennent.

A ces propriétés qui nous servent, pour ainsi dire, à interroger les minéraux, se joignent les indications tirées des caractères à l'aide desquels nous étudions leur physionomie, et qui s'offrent comme d'eux-mêmes à nos organes, telles que le genre d'éclat, l'aspect de la cassure, la couleur, lorsqu'elle dépend de la réflexion immédiate des rayons lumineux sur la surface du minéral, comme dans les substances métalliques.

Il n'entre pas dans mon plan d'exposer les moyens à employer dans les applications de ces divers caractères à la formation des espèces. Mais je crois devoir insister sur l'usage de ceux qui sont du ressort de la Physique, à la recherche desquels j'ai donné l'attention particulière qu'ils méritent par eux-mêmes, et qu'excitait encore davantage le regret de voir combien cette recherche a été négligée par les auteurs qui ont écrit sur la Minéralogie. J'en ai cité, dans mon Traité, un certain nombre dont je dois la découverte à mes propres expériences, et j'espère qu'on me saura gré d'ajouter ici les indications d'une partie de ceux que j'ai puisés depuis dans la même source. Il en est quelques-uns qui peuvent passer pour n'être que de surabondance, mais qui me paraissent devoir intéresser par l'avantage qu'ils ont d'augmenter la somme de nos connaissances, relativement à la physique des minéraux. Je rangerai ces différens caractères sous les titres des espèces auxquelles ils se rapportent (1).

29. *Chaux carbonatée.* Ce minéral avait déjà deux côtés différens qui le rendaient très remarquable. La cristallisation en a fait le type de la plus

(1) Parmi ceux que je vais exposer, il en est plusieurs qui se trouvent épars dans différens mémoires déjà publiés, et que j'ai cru devoir réunir à ceux qui sont inédits, en faveur des personnes qui n'auraient pas connaissance de ces mémoires.

nombreuse série de formes variées que l'on connaisse, et dont plusieurs se distinguent par leurs propriétés géométriques. La Physique l'a choisi comme celui de tous les corps doués de la double réfraction qui se prête le mieux à l'observation de ce phénomène, et au développement de la théorie dont il est l'objet. Une nouvelle découverte qui lui doit son origine lui a donné un surcroît d'intérêt sous le rapport de la même science, par la propriété qu'il a de devenir électrique vitreusement, à l'aide de la pression entre deux doigts ou même d'un simple contact, et qui agit sur lui avec beaucoup plus d'énergie que sur les autres corps dans lesquels elle a reparu. Dans une expérience faite avec un des rhomboïdes qui portent le nom de *spath d'Islande*, il n'a fini de donner des signes d'électricité qu'au bout de onze jours, et l'on n'est pas moins surpris de ce que, si on l'a plongé dans l'eau après l'avoir pressé, il en sort sans cesser d'être électrique.

30. *Arragonite.* Un petit fragment de cristal prismatique ou aciculaire de ce minéral, présenté à la flamme d'une bougie, au moyen d'une pince, se divise en parcelles blanches qui sont lancées autour de cette flamme. Un fragment de chaux carbonatée reste intact dans le même cas. L'effet dont je viens de parler a lieu surtout avec des corps d'une épaisseur un peu sensible. Les aiguilles déliées et les fragmens de masses fibreuses blanchissent seulement et deviennent friables sans explosion.

31. *Chaux sulfatée, chaux fluatée et baryte sulfatée.* La chaux sulfatée est la seule de ces trois substances dont les lames transparentes soient susceptibles d'acquérir, par la pression entre deux doigts, une électricité qui est vitrée. Cette propriété disparaît dans les deux autres substances.

A l'égard de la chaux fluatée, on sait que sa poussière mise dans l'acide sulfurique légèrement chauffé, donne lieu au dégagement d'une vapeur blanche, qui a la propriété de corroder le verre. M. de Monteiro a tiré un parti avantageux de ce caractère, à l'occasion de la découverte intéressante qu'il a faite de la chaux fluatée dans des fragmens de roche rejetés par les explosions du Vésuve, et l'on me saura gré d'avoir inséré ici la description du procédé également simple et instructif qu'il a employé pour l'épreuve du même caractère, telle qu'on la trouve dans l'excellent Mémoire qu'il a publié sur ce sujet (1).

On met dans un verre de montre une pincée de poussière de chaux fluatée, sur laquelle on verse de l'acide sulfurique. On couvre ce verre avec un autre dont les bords s'adaptent exactement aux siens, et dont on a eu soin de bien mouiller la surface intérieure, puis on expose ce petit appareil à une douce chaleur, en le plaçant, par exemple, sur de la cendre chaude. L'acide fluorique se dégage de la pierre, sous

(1) Journal des Mines, t. XXXII, n° 189, p. 171 et suiv.

la forme de grosses bulles, en pétillant et en répandant des vapeurs blanches et épaisses, que l'on voit circuler dans la concavité du verre qui fait l'office de couvercle. A la longue, il se forme, particulièrement sur la même concavité, un dépôt qui, dans les parties les plus humectées, prend la forme de petits mamelons d'un blanc de neige, composés d'une substance capillaire et comme effleurie, et dans les autres parties, présente l'aspect d'une croûte mince et unie d'une matière également blanche dans son intérieur. Quand on enlève le couvercle, on sent l'odeur forte et piquante de l'acide fluorique. L'opération terminée, les deux verres de montre se trouvent dépolis, surtout l'inférieur, vers le fond de sa concavité qu'avait occupé la matière soumise à l'expérience.

32. *Strontiane carbonatée.* Un fragment de cette substance plongé dans l'acide nitrique à froid et sans addition d'eau, y subit une dissolution accompagnée d'une effervescence qui s'arrête à un certain terme, et laisse au fond de la liqueur un résidu blanc et pâteux (1). Si l'on plonge un papier dans la partie qui surnage ce résidu, et qu'après l'avoir laissé sécher on l'allume, on le voit brûler en répandant une flamme purpurine. On peut rendre cet effet plus sensible et plus durable à l'aide du procédé suivant.

---

(1) Il peut arriver que la dissolution s'achève lorsqu'on a mêlé de l'eau à l'acide ; et cela n'a pas toujours lieu.

On survide la même partie de la liqueur dans une cuiller de platine, jusqu'à ce qu'elle en occupe à peu près les deux tiers. On verse de l'alkohol pardessus, et l'on agite le tout avec le bout d'une allumette. Cela fait, on porte un papier enflammé sur la liqueur, qui s'enflamme à l'instant, et de laquelle sortent bientôt des jets successifs d'un rouge pourpré.

Je reprends ici ce caractère dont j'ai parlé dans mon Traité, pour avertir qu'il n'appartient pas exclusivement à la strontiane carbonatée, comme on l'avait cru. Je l'ai retrouvé dans la chaux carbonatée et dans l'arragonite. Ce qui peut empêcher de confondre la strontiane carbonatée avec ces deux substances, c'est le résidu pâteux que laisse sa dissolution. D'une autre part, ce caractère lui est commun avec la baryte carbonatée; mais la flamme produite par celle-ci dans l'expérience dont j'ai parlé, ne se colore pas en rouge pourpré. Seulement, il s'en échappe quelquefois des lueurs légèrement rougeâtres, qui ne reparaissent plus, tandis que la flamme dure encore.

33. *Silice fluatée alumineuse ou topaze.* J'ai déjà cité un caractère distinctif très saillant de cette substance, qui consiste en ce que, parmi ses joints naturels, celui qui est perpendiculaire à l'axe de la forme primitive est très net et très éclatant. La topaze frottée à l'endroit de ce joint acquiert une électricité vitrée qui est très sensible, et qui con-

tinue d'agir, pendant un temps plus ou moins considérable, sur l'aiguille métallique qui sert d'électroscope. J'ai une lame détachée d'une topaze incolore du Brésil, qui, par un temps favorable, n'a cessé qu'au bout de sept jours de donner des signes de la vertu électrique que le frottement lui avait communiquée.

34. *Soude muriatée ou sel gemme.* Je me suis conformé, dans mon Traité, à l'opinion qui était alors généralement reçue, et qui s'est maintenue depuis chez tous les auteurs, savoir, que le sel gemme décrépitait, et même fortement, sur des charbons ardens. On était si persuadé de son identité, sous tous les rapports, avec celui qui est employé à nos usages, et dont la décrépitation par le feu est connue de tout le monde, que le minéralogiste à qui il serait venu dans l'idée de lui faire subir la même action, aurait jugé superflu de répéter une expérience si vulgaire. Cette considération ne m'a pas arrêté; et voici le résultat auquel j'ai été conduit en soumettant à la même expérience le sel de Willicska, celui de Cardona, celui de Bex, celui d'Arabie, etc., et en employant successivement des morceaux qui offraient les variétés que j'ai désignées par les noms de *laminaire*, de *lamellaire*, de *granulaire* et de *fibreuse*. Les fragmens de sel gemme mis sur des charbons ardens s'y conservent sans décrépiter, même lorsqu'on anime le feu à l'aide d'un soufflet. Si l'on prend un des

mêmes fragmens avec une petite pince de platine, et qu'on l'expose à la flamme d'une bougie, il y reste de même, sans faire explosion, et au bout d'un instant, on le voit subir une fusion aqueuse, et s'arrondir sous la forme d'un globule qui s'attache à la pince. Pendant cette opération, la flamme éprouve de légers renflemens. La raison de cette différence entre les résultats donnés par les deux sels, provient de ce que celui qui a été obtenu par l'évaporation de l'eau de la mer, renferme une petite quantité d'eau qui s'y trouve en excès, et qui, réduite en vapeur, occasionne l'explosion que l'on a désignée par le nom de *décrépitation*. Au contraire, le sel gemme qui ne contient que son eau dite *de cristallisation* n'éprouve qu'une simple fusion produite par le dégagement de cette eau.

35. *Euclase*. Ce minéral me paraît devoir être placé au second rang à la suite du spath d'Islande, dans la série des corps susceptibles d'acquérir l'électricité vitrée, à l'aide de la pression. Une lame détachée d'un de ses cristaux, que j'avais électrisé par ce moyen, n'a cessé d'agir qu'au bout de vingt-quatre heures sur la petite aiguille d'épreuve.

Il est assez rare que les substances minérales, à l'état de cristallisation, se prêtent à l'observation de la double réfraction. La plupart des fragmens de cristaux d'euclase sont tout préparés pour montrer ce phénomène. Il suffit qu'ils offrent un des joints naturels parallèles à l'axe, qui sont d'une si grande

netteté et s'obtiennent si facilement, et qu'il soit resté une ou plusieurs faces obliques sur la partie du sommet opposée à ce joint. En regardant une épingle à travers une de ces faces et le joint naturel dont j'ai parlé, on voit très distinctement deux images de cette épingle, et l'expérience peut être mise au nombre de celles qui font spectacle, lorsqu'on emploie, au lieu d'épingle, la flamme d'une bougie placée à une certaine distance dans l'obscurité, et dont les deux images sont ornées des plus belles couleurs de l'Iris.

36. *Tourmaline*. Les cristaux de cette substance commencent à donner des signes de l'électricité produite par la chaleur, à une température beaucoup plus basse que celle qui a été indiquée par les différens auteurs. C'est en cherchant le degré auquel répondait l'effet initial de leur vertu électrique, que j'ai découvert une circonstance qui m'a paru très remarquable. Elle consiste en ce que cette vertu renaît dans un des degrés inférieurs à celui dont je viens de parler, de manière qu'il en résulte un renversement dans les pôles de la tourmaline, c'est-à-dire que celui de l'électricité vitrée réside dans le sommet qui, à un terme plus élevé, manifeste l'électricité résineuse, et réciproquement. Ce dernier effet est le seul qui jusqu'ici ait été observé, parce qu'on faisait d'abord subir à la tourmaline le degré de chaleur capable de le produire immédiatement. On n'obtient même pas toujours le premier dès le com-

mencement. Mais la tourmaline y revient, lorsqu'après l'avoir fait chauffer assez fortement pour qu'elle agisse à l'ordinaire, on la laisse refroidir peu à peu, tandis qu'elle est en présence d'un petit électroscope. Quelquefois les deux pôles sont d'abord à la fois vitrés ou résineux, parce que l'un est plus tardif que l'autre dans son passage à l'état opposé; mais il finit toujours par y arriver. J'ai vu, dans certains cas, les deux effets se succéder rapidement, à mesure que j'exposais la tourmaline pendant un petit instant à l'action de la chaleur, et qu'ensuite je la tenais pendant le même temps à plusieurs pieds de distance du brasier, pour la présenter de nouveau à l'électroscope. Je donne le nom d'*électricité extraordinaire* à celle que manifeste la tourmaline avant d'avoir atteint le point neutre, où son action disparaît pour renaître ensuite et être remplacée par l'action contraire; et j'appelle *électricité ordinaire* celle qui naît de cette dernière action (1).

Je dois dire, en général, que les expériences de ce genre sont délicates et exigent une certaine habitude pour être faites avec succès. Aussi ne les considéré-je ici que sous le rapport de la Physique dont elles agrandissent le domaine par des faits curieux et dignes d'attention. Mais on sera toujours sûr, en

(1) *Voyez* pour un plus ample développement des effets dont je viens de parler, la troisième édition du Traité de Physique, t. I, p. 503 et suiv.

augmentant la chaleur, de mettre en évidence les caractères qui se tirent de l'électricité prodnite par ce moyen pour la distinction des tourmalines.

37. *Népheline*. La poussière de ce minéral se résout en une gelée d'un blanc légèrement jaunâtre dans l'acide nitrique que l'on a fait chauffer. Si l'on plonge dans cet acide à froid un cristal transparent de la même substance, il y devient seulement nébuleux par une suite de la tendance à se convertir en gelée. C'est ce caractère qui m'avait suggéré le nom de *népheline*. L'autre, qui ne s'est présenté que plusieurs années après, peut servir à distinguer la même substance de la méïonite, lorsqu'elles sont l'une et l'autre à l'état granulaire dans les roches rejetées par les explosions du Vésuve.

38. *Magnésie hydratée*. Ce minéral, que l'on trouve à New-Jersey aux Etats-Unis, est composé de lames dont la surface est d'un blanc nacré, et qui ont une grande analogie, par leur aspect, avec celles du talc auquel j'ai donné le nom de *talc nacré;* mais la vertu électrique fournit un moyen sûr de l'en distinguer. Pour y parvenir, on détache d'un morceau de magnésie hydratée une lame de 5 ou 6 millimètres de largeur, et l'on attache cette lame, avec de la cire ordinaire, à l'extrémité d'un bâton de cire d'Espagne. Après l'avoir ensuite frottée à plusieurs reprises, on la présente à la petite aiguille d'épreuve électrisée vitreusement, qui est aussitôt repoussée. En se servant d'une lame de talc,

on a l'effet contraire. L'aiguille est attirée, et si l'on approche le talc d'une autre aiguille électrisée résineusement, il y a répulsion.

39. *Bitume élastique.* Il acquiert, soit à l'aide du frottement, soit à l'aide de la pression entre deux doigts, une électricité résineuse très sensible. De plus, il a cela de particulier, qu'on peut le rendre électrique, en le comprimant entre deux corps durs, tels que deux pièces de monnaie. Ayant placé l'une d'elles sur une table, on pose par-dessus le fragment de bitume destiné pour l'expérience, et l'on se sert de l'autre pièce pour le comprimer, puis on la retire subitement. Comme ce bitume est très flexible, la réaction mutuelle de ses molécules, et le jeu qui en résulte, pendant qu'il se rétablit dans son premier état, produit un effet analogue à celui qui a lieu par la pression d'un autre corps flexible, tel que le doigt.

40. *Cuivre hydro-siliceux. Schlackiges eisenschüssiges kupfergrün de Werner; variété du cuivre carbonaté vert, selon d'autres.* Un fragment plongé dans l'acide nitrique perd sa couleur et devient blanc et translucide au bout d'un temps plus ou moins considérable. Ce caractère distingue le minéral dont il s'agit ici du cuivre dioptase, qui dans le même cas conserve sa couleur verte sans altération. Je reviendrai plus bas sur la comparaison de ces deux substances qui ont été aussi confondues l'une avec l'autre, d'après leurs caractères, et qui se rapprochent encore

par les résultats des analyses qui en ont été faites, et je tirerai de ceux de la Cristallographie la preuve qu'elles sont incompatibles dans une même espèce.

41. *Fer phosphaté.* Les substances dans lesquelles l'oxide de fer est combiné avec un acide ou quelque autre principe, ne sont pas susceptibles d'agir sur l'aiguille aimantée, au moins lorsqu'elle est dans sa direction naturelle; mais elles l'attirent sensiblement, lorsqu'elle a été mise dans l'état d'équilibre à l'aide du double magnétisme (1). Cet effet, comme je l'ai déjà remarqué ailleurs, paraît dû à l'action de quelques molécules ferrugineuses qui ont échappé à la combinaison. Quoi qu'il en soit, il peut être employé, conjointement avec un autre caractère, comme celui qui se tire de la couleur, pour faire reconnaître certaines mines de fer. C'est ce que j'ai vérifié en particulier par rapport au fer phosphaté, dont la couleur est le bleu plus ou moins foncé. J'ai soumis à l'expérience des cristaux et des lames de celui que l'on trouve en France dans le département du Puy-de-Dôme, ou en Angleterre dans le Derbyshire, ou aux environs de Philadelphie dans les Etats-Unis, ou dans l'Ile de France, des aiguilles de celui de Bodemnais en Bavière, des masses compactes ou terreuses dont les unes venaient de New-York, d'autres

(1) *Voyez* la description de l'expérience relative à l'espèce de magnétisme que je nomme ainsi. Traité de Physique, troisième édition, t. II, p. 111 et suiv.

du Mont-Caucase, d'autres des environs de Nantes où cette substance est engagée dans un granite, et d'autres enfin de divers endroits d'Allemagne. Tous les morceaux ont donné des signes plus ou moins marqués de magnétisme.

42. *Zinc oxidé.* Les cristaux de ce minéral que l'on trouve à Limbourg, dans les environs d'Aix-la-Chapelle, les morceaux de la variété aciculaire du Brisgaw, et en général tous ceux qui offrent des indices du travail de la cristallisation, partagent les propriétés électriques des tourmalines, et en particulier celle qui produit le renversement de pôles dont j'ai parlé plus haut. Mais la relation qui a lieu dans le zinc oxidé, entre la succession des deux électricités, l'une extraordinaire et l'autre ordinaire, et la marche de la température, ajoute encore à ce que le phénomène a par lui-même de curieux et d'intéressant. On a exposé dans un article particulier (1), rédigé d'après mes observations, la manière dont j'ai été conduit à découvrir que le zinc oxidé n'avait pas besoin d'être présenté à l'action du feu pour donner des signes de la vertu électrique, et que l'influence habituelle de la température suffisait seule pour faire naître en lui cette vertu. J'avais même remarqué qu'il la manifestait encore dans un moment où le thermomètre dit de Réaumur, était à 6 degrés au-dessous du zéro; mais je n'avais pas déterminé les

(1) Journal des Mines, 38e vol., p. 319.

positions qu'avaient alors ses deux pôles électriques. C'est à l'occasion du froid rigoureux qui a régné pendant l'hiver de 1818, que j'ai repris mes expériences, et que le 16 janvier ayant d'abord placé un petit morceau de la substance dont il s'agit sur une fenêtre où était un thermomètre qui indiquait 11 degrés au-dessous du zéro de Réaumur, puis l'ayant présenté à la petite aiguille mise dans l'état électrique, j'observai qu'il agissait sensiblement sur elle, et cela de manière qu'il se trouvait dans l'état d'électricité extraordinaire, c'est-à-dire que le pôle qui jusqu'alors avait donné des signes d'électricité vitrée, manifestait la résineuse, et réciproquement. Je portai ensuite le morceau dans une chambre où le thermomètre était à environ 4 degrés au-dessus du zéro, et en continuant de le soumettre à l'expérience, je m'aperçus que sa vertu électrique s'affaiblissait continuellement, en sorte que quand il eut pris la température de l'air environnant, elle devint nulle. Je l'approchai par degrés d'une cheminée où l'on avait allumé du feu, jusqu'à ce qu'il n'en fût plus éloigné que d'environ un mètre ou trois pieds. Bientôt les actions de ses pôles se renouvelèrent, mais en sens inverse de celui qui avait eu lieu dans l'expérience précédente. Je mis enfin le morceau en contact, pendant une ou deux minutes, avec un charbon ardent; il perdit de nouveau sa vertu polaire, et ne la recouvra que quand, après l'avoir retiré, je l'eus laissé pendant un instant sur une table. Elle était la

même que celle qui avait précédé la dernière action de la chaleur, c'est-à-dire, celle de l'électricité ordinaire.

43. *Zinc carbonaté.* Le papier imbibé d'une dissolution un peu forte de sa poussière par l'acide nitrique, et présenté, après la dessication, à la distance d'environ 3 décimètres (ou un pied) d'un brasier, s'allume spontanément. Cet effet a également lieu, soit que le morceau destiné pour l'expérience ait été dans l'état de cristallisation, ou dans celui de concrétion. Le nitrate de zinc dont le papier est imbibé a une si grande tendance vers la combustion, que l'action du calorique répandu dans l'air qui avoisine le feu suffit pour la déterminer.

44. *Arsenic sulfuré.* Sa variété appelée *bacillaire* a beaucoup d'analogie, par son aspect, avec celle de plomb chromaté qui porte le même nom. La poussière de l'une et de l'autre est d'une couleur qui tire sur l'orangé. Mais l'arsenic sulfuré est distingué du plomb chromaté, en ce qu'un fragment des mêmes cristaux, tenu entre deux doigts, et frotté sur un drap pendant un instant, s'électrise résineusement, au lieu qu'un fragment de cristal de plomb chromaté a besoin d'être isolé pour acquérir la même vertu.

45. *Manganèse sulfuré.* Sa couleur, qui est noirâtre lorsqu'il a été exposé à l'air pendant un certain temps, passe au gris métallique par l'action de la lime. Celle de sa poussière est d'un vert obscur.

Tel est l'exposé succinct des nouveaux résultats auxquels m'a conduit l'étude de ces caractères, qui se vérifient par des épreuves ou des observations simples et faciles, et dont la plupart semblent nous donner de nouveaux organes, pour pénétrer dans les propriétés les plus intimes des corps. Il est utile de les multiplier relativement à chaque substance, soit parce qu'ils empruntent une nouvelle force de leur réunion, soit pour qu'à l'endroit où l'un devient équivoque, ceux qui restent se présentent pour le remplacer. Il en est dont l'usage est limité à telle espèce en particulier. D'autres en plus grand nombre sont communs à des espèces différentes. Le point essentiel est qu'ils soient combinés de manière que chaque ensemble appartienne exclusivement à la substance dont il est destiné à donner le signalement.

XI. *Histoire abrégée des progrès de la Cristallographie depuis environ* 30 *ans.*

46. Qu'il me soit permis, avant de terminer cette partie de mon Ouvrage, de remonter à l'époque où j'ai composé mon Traité, et de mesurer la distance entre le point d'où la science est partie et le terme où elle est arrivée, pour mettre ceux qui me liront, à portée de mieux apprécier les services qu'elle me paraît avoir rendus à la Minéralogie. Ma collection, qui n'était pas éloignée de sa naissance, se ressentait de la rareté dont étaient parmi nous les cristaux réguliers et nettement prononcés, et une partie de

ceux qu'elle renfermait se refusaient, par leurs imperfections, à la précision des mesures mécaniques. Je vais cependant citer divers exemples des résultats définitifs auxquels je suis parvenu, avec ces moyens bornés, et cela dans des circonstances où la Cristallographie, soit en s'aidant de la Chimie, soit en opérant sur des substances qu'elle avait laissées intactes, a pu se suffire à elle-même.

L'arragonite s'identifie encore aujourd'hui avec la chaux carbonatée dans les résultats de l'analyse chimique, qui n'a pu jusqu'ici saisir la cause d'une distinction si bien prouvée par l'accord des propriétés physiques avec la géométrie des cristaux (1). On peut appliquer à la comparaison de l'octaèdre rectangulaire, qui est la forme primitive de ce minéral, avec le rhomboïde qui est celle de la chaux carbonatée, le raisonnement que j'ai fait, dans un autre article, à l'égard de deux formes dont les parties identiques diffèrent par leur nombre et par leurs positions respectives; d'où l'on doit conclure qu'elles sont incompatibles dans un même système de cristallisation.

Long-temps avant que l'analyse de la variété de chaux phosphatée que l'on trouve en Espagne, et que l'on avait appelée *chrysolite*, eût fait recon-

(1) Traité de Minér., t. IV, p. 345 et suiv. Tableau comparatif, p. 130 et suiv. *Voyez* aussi ce qui a été dit plus haut, p. 418.

naître à mon célèbre collègue M. Vauquelin son identité de nature avec celle qui portait le nom d'*apatite*, j'avais déterminé, par la Cristallographie, la molécule intégrante de l'une et de l'autre, et j'avais été conduit à la même forme, et précisément aux mêmes dimensions. Mais plusieurs années s'étant écoulées entre mes deux déterminations, je les publiai isolément sous les noms des substances qui les avaient fournies. Ce fut à l'occasion de l'analyse dont je viens de parler, que je m'aperçus que j'avais manqué le moment de les comparer, et de tirer de cette comparaison une conséquence qui se serait offerte comme d'elle-même. Au reste, c'était peut-être une circonstance heureuse pour la Cristallographie, que cet accord entre deux déterminations prises comme à l'insu l'une de l'autre, sans qu'on pût me soupçonner de les avoir concertées (1).

Le zircon de Norwège, qui a pour gangue une siénite, avait d'abord été réuni à la vésuvienne (idocrase de ma méthode). L'examen de sa structure et de ses autres caractères l'a ramené dans sa véritable espèce sous le nom de *zircon soustractif* (2). Ce n'est que depuis l'impression de mon Traité qu'il a été analysé par le célèbre Klaproth, qui a reconnu la justesse du rapprochement déjà indiqué par la Cristallographie.

---

(1) Traité de Minér., t. II, p. 243.

(2) Traité de Minér., t. II, p. 475. Tabl. comp., p. 154.

La géométrie des cristaux avait d'abord paru s'être trop pressée d'annoncer la réunion du béryll et de l'émeraude, et cela d'autant plus, que la Chimie, en lui contestant la justesse de ses résultats, semblait les éclipser par l'éclat que répandait la découverte de la glucyne, qui s'était montrée pour la première fois parmi les principes du béryll. Une nouvelle analyse de l'émeraude a fait évanouir l'objection en doublant le mérite de la découverte.

L'examen de quelques fragmens d'euclase pris parmi les cristaux de cette substance que Dombey avait rapportés récemment du Pérou, et l'application des lois de la structure à la forme de l'un de ces cristaux, indiquèrent une espèce distinguée de toutes celles qui étaient connues (1). Mon célèbre collègue M. Vauquelin, ayant analysé, quelque temps après, un fragment de la même substance, y retrouva la glucyne jointe aux deux autres principes de l'émeraude. Mais le poids du fragment n'étant que de 36 grains, on ne pouvait rien conclure du rapport entre les quantités relatives de ces principes, outre que l'analyse avait laissé un déficit d'environ 30 parties sur 100. Un travail ultérieur que j'ai entrepris l'année dernière sur la cristallisation de l'euclase a donné un nouveau développement à ma première détermination, et l'analyse de cette substance répétée par le célèbre Berzelius, a fixé le rapport de ses élémens,

(1) Traité de Minér., t. II, p. 534 et suiv.

qui achève de la faire ressortir à côté de l'émeraude (1).

Romé de l'Isle, qui le premier a décrit la méionite, la confondait, d'après l'aspect général de sa forme, avec l'idocrase qu'elle accompagne dans les roches rejetées par le Vésuve. Celle-ci était l'hyacinthe brune, et l'autre l'hyacinthe blanche de la Somma. On ne connaissait encore aucune analyse de la même substance, à l'époque où j'ai publié mon Tableau comparatif. Cependant j'avais reconnu dès le commencement que sa forme primitive, qui est un prisme à base carrée, avait des dimensions toutes particulières, dont le rapport déterminait la forme surbaissée que présente sa pyramide terminale, et qui m'a suggéré le nom de *méionite* (2).

Romé de l'Isle et plusieurs autres minéralogistes avaient associé, sous le nom de *schorl*, plus de douze substances qui n'avaient rien de commun que ce même nom. La Cristallographie a beaucoup contribué à débrouiller la confusion qui naissait du rapprochement de ces êtres si mal assortis (3). Elle a rendu le schorl blanc du Dauphiné au feldspath, dont il est une variété que j'ai appelée *feldspath quadridécimal*.

---

(1) *Voyez* plus haut l'Exposé de mes nouvelles observations sur la structure de l'euclase.

(2) Traité de Minér., t. II, page 586 et suiv.

(3) Traité de Minér., t. III, p. 67.

D'autres substances ont été prendre leurs places particulières sous autant de noms différens : celle qui était comme le schorl par excellence, sous celui d'*amphibole*; le schorl volcanique, sous celui de *pyroxène*; le schorl violet, sous celui d'*axinite*; le schorl vert du Dauphiné, sous celui d'*épidote*; le schorl bleu, sous celui d'*anatase*, etc. Si tout n'est pas rentré dans l'ordre, comme d'un premier jet, c'est que les observations qui devaient achever de le rétablir manquaient encore. Ainsi, je m'étais borné à séparer des autres schorls la pycnite qui était le schorl blanc d'Altenberg, en même temps que je l'avais éloignée du béryll, dont elle n'était qu'une variété dans le système de M. Werner. Le dernier pas, qui était le plus important, dépendait du moment où devait se montrer le cristal, dont l'aspect a fait naître chez moi l'idée inattendue de la topaze, que la Géométrie a justifiée.

Les cristaux d'épidote découverts en Norwége, dont quelques-uns ont plusieurs centimètres d'épaisseur, semblaient emprunter de leurs dimensions et de l'aspect de leurs formes des caractères si particuliers, que les premiers observateurs ne balancèrent pas à en faire une espèce distincte sous le nom d'*akanticone* ou d'*akanticonite*, auquel M. Karsten a substitué celui d'*arendalite*. La Géométrie a prouvé qu'abstraction faite de leur volume, ils ne différaient des cristaux déjà connus de la même substance, que par les résultats des décroissemens qui, en agissant

sur des molécules de la même forme, avaient donné naissance à de nouvelles variétés, dont une qui offre la combinaison de douze lois simultanées, en a pris le nom d'*épidote dodécanome* (1).

Dans l'analyse qui avait été faite de la mésotype, une quantité de $\frac{17}{100}$ de soude avait échappé, et cette omission rapprochait le résultat de l'analyse dont il s'agit de celui qu'avait offert la stilbite. A l'égard de la chabasie et de l'analcime, leurs principes composans étaient encore inconnus, et dans tous les traités qui avaient paru jusqu'alors on confondait les quatre substances sous le nom de *zéolithe.* Je les séparai d'après la comparaison de leurs formes primitives. Celle de l'analcime était le cube, et celle de la chabasie était un rhomboïde, deux espèces de solides dont la différence s'annonçait à l'œil par le seul contraste des systèmes de cristallisation. La stilbite et la mésotype portaient l'empreinte de deux formes prismatiques, dont les bases étaient perpendiculaires à l'axe. Mais, pour ne parler ici que des dimensions de la coupe transversale, l'égalité de celles qui appartenaient à la mésotype devenait sensible par cela seul que les joints naturels parallèles aux pans avaient le même genre et le même degré d'éclat, tandis que dans la stilbite leur inégalité se reconnaissait aux diversités de l'éclat qui était nacré et plus vif dans le

(1) Traité de Minéralogie, t. III, p. 112 et suiv.

sens de la plus petite, et simplement vitreux et plus faible dans le sens de la plus longue. La détermination des lois de décroissement d'où dépendaient les formes secondaires ne fut que le développement et la confirmation de ce que m'avait appris la simple observation des formes et des joints naturels, dirigée par la loi de symétrie.

La diallage, l'hypersthène, le péridot, etc., auraient pu me fournir de nouveaux exemples que je passe sous silence, pour en citer quelques-uns de ceux qui se rapportent à des substances métalliques.

Les cristaux de fer oligiste que l'on trouve à l'île d'Elbe, à Framont dans les Vosges et parmi les matières volcaniques de différens pays, se présentent au premier coup-d'œil sous des formes qui paraissent si étrangères les unes à l'égard des autres, par l'ensemble des traits généraux dont se compose ce qu'on appelle le *facies*, que l'on croit y voir les empreintes de trois systèmes différens de cristallisation. Romé de l'Isle, trompé par leur diversité d'aspect, les considérait comme des modifications de trois formes dominantes. Il s'était conformé à l'opinion de Stenon, d'après laquelle les cristaux de l'île d'Elbe étaient des cubes modifiés par des facettes accidentelles. Les cristaux de Framont dérivaient d'un dodécaèdre bipyramidal. Ceux des volcans s'assimilaient à des segmens d'octaèdre régulier, tels qu'on en rencontre parmi les cristaux de spinelle. J'avais d'abord partagé la même illusion, relativement à la forme primi-

tive des cristaux de l'île d'Elbe. J'ai exposé dans mon Traité les deux principales considérations qui ont servi à me détromper, et dont l'une était fondée sur la loi de symétrie à laquelle le cube aurait ici dérogé en faisant la fonction de rhomboïde, et l'autre se tirait des lois de la structure, dont quelques-unes étaient inadmissibles par leur complication dans l'hypothèse d'un cube (1).

Bientôt toutes les difficultés s'évanouirent, et la forme rhomboïdale substituée à celle du cube, à l'aide d'une correction d'environ 3^d faite aux incidences des faces primitives, devint un point de ralliement pour toutes les autres formes, qui vinrent comme d'elles-mêmes se ranger autour de lui.

La Physique sollicitait un autre genre de recherches, relativement à la vertu magnétique du fer oligiste qui, suivant l'opinion commune, n'agissait que par attraction sur l'aiguille aimantée, à la manière du fer ordinaire. Wallerius prétendait même qu'elle était nulle (2); je reconnus que la plupart des cristaux de fer oligiste étaient de véritables aimans. Il ne fallait, pour s'en apercevoir, que remplacer l'aiguille ou le barreau d'acier dont on se servait ordinairement, et que l'on avait disposés pour manquer l'expérience en les aimantant fortement, par une petite aiguille d'une faible vertu, dont l'action s'exerçât sur les

(1) Traité de Minér., t. IV, p. 49 et suiv.

(2) Systema miner., édit. 1778, p. 239.

fluides renfermés dans les deux pôles du cristal, sans y produire des mouvemens capables de changer la répulsion en attraction (1).

Les cristaux de fer sulfuré m'avaient fourni le sujet d'une des applications les plus intéressantes de la théorie relative aux lois de la structure. J'avais démontré que les formes des variétés dodécaèdre et icosaèdre n'étaient point, comme on l'avait cru, celles des solides auxquels les géomètres ont donné les mêmes noms, et que ces dernières étaient exclues de la géométrie de la nature, comme n'étant susceptibles d'être produites par aucune loi de décroissement. Mais le cube du fer sulfuré paraissait à son tour donner l'exclusion à des formes réellement existantes que j'avais été surpris de rencontrer parmi celles des cristaux ordinaires du même minéral. Elles se rapportaient à deux octaèdres différens, l'un composé de deux pyramides très surbaissées, l'autre dans lequel les pyramides plus alongées avaient un rectangle pour base commune. Ces corps offrant d'ailleurs des indices de ces espèces de groupemens ou d'assemblages de plusieurs cristaux qui paraissent se pénétrer, j'avais éludé la difficulté en les plaçant parmi ceux dont les formes étaient indéterminables. Dans la suite, mon embarras ne fit qu'augmenter par l'observation de divers autres cristaux qui venaient de différens pays, et qui offraient d'une ma-

(1) Traité de Minér., p. 34.

nière très prononcée des formes analogues à celles des octaèdres que je viens de citer. Ma persévérance à les étudier m'a conduit à cette conséquence, qu'il existe une seconde espèce de fer sulfuré, confondue de tout temps avec la première, et qui a pour forme primitive un prisme rhomboïdal oblique dont les pans sont inclinés entre eux de 106^{d}36' et 73^{d}24' (1). Ce prisme passe à un octaèdre rhomboïdal en vertu d'un décroissement sur les bords de sa base, et à un octaèdre rectangulaire, à l'aide d'un décroissement sur les angles de la même base. J'ai donné à cette espèce le nom de *fer sulfuré blanc*, qui n'est que provisoire, en attendant que sa composition soit mieux connue. Les cristaux du même fer ont une forte tendance à produire des groupemens très singuliers, dont les parties composantes, qui peuvent être considérées comme des segmens de la forme primitive, s'arrangent circulairement autour d'un centre commun, en formant des angles rentrans à la naissance de leur jonction.

C'est à cette même espèce qu'appartiennent une grande partie des corps que j'avais désignés sous le nom de *fer sulfuré radié*, et que l'on trouve ordinairement dans des carrières de craie. On sait que

---

(1) Le rapport entre les deux demi-diagonales g et p de la base est celui des nombres 3 et $\sqrt{5}$; dans la même hypothèse l'expression de la hauteur du prisme est $\sqrt{12}$. *Voyez* le Journal des Mines, t. XXX, n° 178, p. 241 et suiv.

ces pyrites étant ouvertes, s'effleurissent promptement en fer sulfaté, et la même disposition a également lieu, par rapport aux autres variétés de fer sulfuré blanc, surtout aux endroits où leurs cristaux s'alongent inférieurement en même temps qu'ils s'amincissent, en passant à la forme aciculaire.

Jusqu'ici l'analyse chimique n'a indiqué aucune différence sensible entre les quantités relatives de fer et de soufre, dans les corps qui se rapportent aux deux espèces. Un célèbre chimiste (1) à qui je venais de montrer, dans ma collection, la suite des variétés de fer sulfuré blanc que j'ai acquises, les appelait les *arragonites des substances métalliques.*

Cuivre dioptase et cuivre hydro-siliceux. Les détails dans lesquels je vais entrer sur la comparaison de ces deux substances seront ici d'autant mieux placés, qu'indépendamment de leur liaison avec le sujet que je traite, ils n'ont pas encore été consignés ailleurs.

Le cuivre dioptase avait été pris pour une émeraude, lorsque l'examen de sa structure me fit reconnaître qu'il formait une espèce particulière que je nommai simplement *dioptase*. La conjecture que je me permis d'ajouter, que ce minéral pourrait bien un jour être placé dans le genre du cuivre, était

---

(1) M. Smitson-Tennant, dont la mort prématurée a enlevé à l'Angleterre un des savans les plus distingués parmi ceux dont elle s'honore.

vraie en elle-même, quoique motivée sur le résultat d'une analyse inexacte (1).

M. Lowitz, savant chimiste de Pétersbourg, en a publié une autre, qui paraît mériter d'autant plus de confiance, que la matière ne lui manquait pas, et la suite fera voir l'utilité de l'attention qu'il a eue de décrire les cristaux sur lesquels il a opéré (2).

La seconde substance, que je nomme *cuivre hydrosiliceux*, appartient au Kupfergrün de M. Werner, appelé aussi *kiesel-malachit*. M. Vauquelin en a soumis plusieurs échantillons à l'analyse, dont les uns, qui avaient l'aspect résineux, se rapportaient à la sous-espèce désignée par l'épithète de *schlackiges*, et les autres dont l'aspect était terreux, à la sous-espèce dite *erdiges*. Les principes composans retirés de ces deux sous-espèces étaient le cuivre, la silice et l'eau. La conséquence qui a été déduite des résultats de l'analyse, est que le minéral dont il s'agit renferme une certaine quantité d'eau

---

(1) Traité de Minéral., t. III, p. 136 et suiv. Le poids de la matière employée à cette analyse n'était que d'environ trois grains et demi.

(2) Nova Acta Petrop., t. XIII, p. 349. Voici le résultat de l'analyse dont il s'agit.

Cuivre oxidé	55
Silice	33
Eau	12
	100

combinée avec le cuivre, et unie à une quantité de silice qui a été regardée comme accidentelle, attendu qu'elle a varié depuis 25 parties jusqu'à 60 sur 100 (1).

Dans la suite, MM. Klaproth et John ayant repris l'analyse du kiesel-malachit, ont obtenu des résultats qui ont paru indiquer que la silice était intimement combinée dans ce minéral avec l'eau et le cuivre. C'est du moins ce que conjecture M. Berzelius, qui se fonde principalement sur le résultat auquel est parvenu M. John (2).

Ce résultat est voisin de celui qu'a offert à M. Lowitz l'analyse de la dioptase. Depuis long-temps, M. Meder, directeur des fonderies de Pétersbourg, avait émis l'opinion que le kupfergrün en était une variété amorphe (3). Plusieurs minéralogistes d'Allemagne et d'Angleterre ont adopté cette opinion, et un savant de ce dernier pays, en me remettant

---

(1) Annales du Muséum d'Hist. nat., t. , p. 345 et suiv.

(2) Ce résultat est le suivant :

Cuivre oxidé	49,63
Silice	28,37
Eau	17,5
Acide carbonique	3
Chaux sulfatée	1,5
	100,00

(3) Estner, Traité de Minér.

un échantillon de la variété résinite, me la désigna sous le nom de *cuivre dioptasique*.

La comparaison récente que j'ai faite des deux substances, sous le point de vue de la Cristallographie, me paraît démontrer que la ligne de séparation tracée entre elles est ineffaçable.

Le cuivre dioptase a pour forme primitive, ainsi que je l'ai annoncé dans mon Traité, un rhomboïde obtus (fig. 48), dans lequel l'inclinaison de deux faces vers un même sommet est de $123^{d}\,58'$. Ce rhomboïde passe à la forme du dodécaèdre que représente la figure 49, en vertu des deux décroissemens exprimés par le signe

$$\underset{s}{\overset{1}{D}}\,E^{1}\underset{r}{\,}{}^{1}E.$$

J'ai maintenant dans ma collection des cristaux de cuivre hydro-siliceux trouvés en Sibérie près de Caterinbourg, dont les uns sont des prismes hexaèdres (fig. 51) de plusieurs centimètres de longueur, et les autres offrent, sous des dimensions beaucoup plus petites, les formes de ces mêmes prismes, modifiées par des facettes *d*, *d'* (fig. 52) qui sont très nettes, et qui naissent sur les arêtes à la rencontre des bases P (fig. 51) et des pans *r*. La forme primitive, indiquée par le résultat de la division mécanique, est semblable au prisme droit rhomboïdal (fig. 50) donné par le prolongement des pans M, M (fig. 51), jusqu'à faire disparaître les pans *r*. La théorie in-

37..

dique pour le rapport entre les deux demi-diagonales g et p de la coupe transversale ou de la base, celui de 4 à $\sqrt{10}$; dans la même hypothèse, la hauteur H a le nombre 2 pour expression. L'incidence de M sur M est de $103^{d}20'$.

Je donne le nom de *cuivre hydro-siliceux perihexaèdre* à la variété représentée fig. 51, dont le signe est

$$\underset{P}{P}\underset{M}{M}^{1}\underset{r}{H}^{1}.$$

L'incidence de M sur $r = 141^{d}40'$.

L'autre variété (fig. 52), que je nomme *cuivre hydro-siliceux bisunitaire*, a pour signe $\underset{M}{M}^{1}\underset{r}{H}^{1}\underset{d}{\overset{1}{A}}$. L'incidence de d sur $r = 122^{d}19'$, et celle de M sur $d = 114^{d}48'$.

Je suis redevable des cristaux en prismes hexaèdres dont j'ai parlé d'abord, aux bontés de M. Crichton, premier médecin de S.M. l'empereur de toutes les Russies. La haute réputation qu'il s'est acquise par la manière dont il a justifié ce titre honorable, me dispenserait de tout éloge, si un motif personnel ne m'avertissait d'ajouter ici à l'hommage de ma reconnaissance celui que sollicite encore de moi l'occasion que j'ai eu d'admirer le goût très éclairé de M. Crichton pour la Chimie et pour la Minéralogie, pendant le séjour qu'il a fait récemment dans cette ville (1).

---

(1) Ce savant avait reconnu la véritable nature des cristaux dont il s'agit. Mon célèbre collègue, M. Vauquelin, a bien

Les petits cristaux de la variété bis-unitaire sont des présens de M. Roussel, et ce n'est pas la seule preuve qu'il m'ait donnée de sa générosité (1).

Le nom de *dioptase* que j'ai donné à la substance dont j'ai parlé précédemment n'était que provisoire. Il faisait allusion aux reflets que renvoient les joints de ses cristaux dodécaèdres à travers le rhomboïde secondaire qui en fait partie. La Chimie ne nous a pas encore donné le nom méthodique qui doit le remplacer. M. Berzelius, dans son Nouveau Système (2), a rangé le minéral dont il s'agit immédiatement avant le cuivre hydraté, sous ce même nom de *dioptase*, sans indiquer la formule représentative de sa composition. Il serait à désirer que les analyses des deux substances fussent répétées comparativement par une même main avec la plus grande précision possible. Mais dès maintenant leur distinction est d'autant mieux prouvée par la Cristallographie, que les deux formes primitives ne peuvent s'allier dans un même système de cristallisation, par cela seul que

---

voulu, à ma prière, essayer un fragment détaché d'un des mêmes cristaux, et son résultat a confirmé le jugement que M. Crichton en avait porté.

(1) M. Roussel, propriétaire d'une nombreuse et belle collection d'échantillons de minéraux, destinée pour le commerce, réunit à des connaissances dont un simple amateur s'honorerait, une honnêteté qui lui concilie l'estime de tous ceux avec lesquels il a des relations.

(2) Page 202.

l'une est un rhomboïde et l'autre un prisme droit, en sorte que les mesures des angles sont ici de surabondance, et que l'on peut, sans craindre de se tromper, s'en rapporter au jugement de l'œil.

Il ne reste qu'un petit nombre d'espèces dont les formes primitives n'aient pas encore été déterminées, ou ne l'aient été qu'imparfaitement. Des substances dont la structure n'avait été qu'entrevue, ont reparu dans de nouveaux terrains sous des traits et avec des caractères qui les rendaient plus accessibles à l'observation et à la théorie; telles sont l'hypersthène, l'anthophyllite, la diallage, le fer phosphaté, etc. Le temps achèvera de remplir les vides que la Cristallographie a laissés dans ses applications aux formes cristallines. Les découvertes qui ont été faites depuis quelques années, sont de sûrs garans de ce qu'on a droit d'attendre encore à l'avenir du zèle aussi actif qu'éclairé des voyageurs qui parcourent le globe, pour procurer à ceux qui cultivent la Minéralogie les moyens d'en faire une étude plus approfondie, et d'en présenter, dans leurs ouvrages, un tableau plus fidèle et plus complet.

QUATRIÈME PARTIE.

MÉTHODE POUR REPRÉSENTER EN PROJECTION LES FORMES DES CRISTAUX.

Notions préliminaires.

1. SUPPOSONS un solide situé dans l'espace, en présence d'un spectateur, et un plan transparent placé entre l'un et l'autre; concevons de plus que de tous les points du solide il parte autant de rayons qui traversent le plan en convergeant vers un point commun qui corresponde au centre de la prunelle de l'œil du spectateur, et que chacun des mêmes rayons laisse son empreinte sur le plan; l'ensemble de toutes les empreintes formera ce qu'on appelle la *perspective du solide.*

On est parvenu à tracer sur une toile ou sur un fonds quelconque une image d'un solide dont la forme est donnée, semblable à celle qu'offrirait la perspective, sous des positions déterminées du solide, du plan transparent et de l'œil. Ces sortes d'images, surtout lorsqu'on y ajoute la distinction des ombres et de la lumière, et qu'on les revêt des couleurs assor-

ties à celles de l'objet, font illusion au point que l'œil est tenté de les prendre pour la réalité, et il est facile de concevoir la cause de cette illusion. Car, imaginons que l'objet de la vision soit la perspective elle-même, produite par les traces que les rayons auraient laissées de leur passage en traversant le plan transparent situé entre l'œil et l'objet; concevons de plus que le plan devienne tout à coup opaque, et que les empreintes des rayons continuent d'y subsister. De nouveaux rayons, en partant de ces diverses empreintes, arriveront à l'œil dans le même ordre que les premiers qui partaient immédiatement du solide, et ainsi l'image en se transportant sur la rétine s'y dessinera sous des traits analogues à ceux qu'aurait fait naître la présence de l'original, et un simple plan offrira l'apparence d'un objet en relief dont toutes les parties sembleront se détacher de ce plan, pour prendre dans l'espace des positions adaptées à la forme de cet objet.

Maintenant, si l'on imagine qu'un œil placé devant une perspective s'éloigne à l'infini, alors tous les rayons dont les empreintes formaient cette perspective, deviendront parallèles, et l'image produite sur le plan transparent prendra le nom de *projection*. On suppose que le mouvement en vertu duquel l'œil s'éloigne de ce plan, ait lieu dans la direction du rayon qui fait la fonction d'axe à l'égard de tous les autres, c'est-à-dire de celui qui passe par le centre du solide; et parce que l'on peut faire varier à l'infini

la position de l'œil, et par une suite nécessaire la direction de l'axe dont il s'agit, il en résulte que l'on est le maître de supposer des directions quelconques aux rayons qui produisent l'image, pourvu qu'ils soient parallèles entre eux. C'est à ce genre d'empreintes que se rapporte la méthode que l'on a adoptée pour les constructions destinées à représenter les formes cristallines.

L'hypothèse d'une distance infinie entre l'œil et le plan transparent étant purement imaginaire, on sent que l'aspect d'une projection qui ne peut être vue qu'à une distance finie, doit détruire une grande partie de l'illusion que fait naître celui d'une perspective qui permet toujours à l'œil de se placer dans la position où le point de concours des rayons coïnciderait avec le centre de la prunelle. Mais nous verrons que cet inconvénient de la projection est racheté par des avantages qui ont décidé de la préférence en sa faveur pour le dessin des cristaux, parce qu'elle facilite l'étude de leurs formes.

Je ne dois pas omettre que comme nous ne considérons ici que des solides terminés par des faces planes, il suffit, au moins dans les cas ordinaires, de supposer que de tous les points de leurs diverses arêtes, il parte des rayons qui se dirigent vers l'œil. L'ensemble de tous ces points donnera la projection du solide dessinée au simple trait. De plus, parmi les diverses faces de ce même solide, les unes sont situées en avant, les autres par derrière. On marquera

les premières par des lignes pleines et les autres par des lignes ponctuées.

Avant d'exposer les règles auxquelles est soumise, dans la pratique, la méthode de tracer les figures des cristaux, je vais donner une idée générale de la marche qu'elle suit pour arriver à son but. Je commence par mettre la forme primitive successivement en projection horizontale et en projection verticale. La première est celle qui est produite par des lignes abaissées perpendiculairement des extrémités de toutes les arêtes du solide sur un plan horizontal, avec la condition que les points où ces perpendiculaires rencontrent le plan dont il s'agit, soient joints deux à deux par des droites qui correspondent aux arêtes. Par exemple, la projection horizontale d'un cube dont deux faces opposées seraient parallèles au plan de projection est un carré. Dans le cas présent, tous les points des arêtes longitudinales se recouvrent mutuellement, en sorte que la projection de chacune se réduit à un simple point. Les deux bases se recouvrent de même, de manière que la projection de la base inférieure se confond avec celle de la base supérieure qui, seule, produit le carré auquel se réduit la projection totale du cube. La projection verticale est tracée d'après les mêmes conditions, avec cette différence, que le plan de projection est situé verticalement.

La projection horizontale sert comme de guide pour arriver à la projection verticale. J'indiquerai

bientôt ce qui reste à faire pour remplir complètement la condition que l'image qui devient l'objet de la vision se présente sous l'aspect le plus propre à satisfaire l'œil de l'observateur.

Je n'ai parlé que des projections horizontale et verticale des formes primitives qui, à raison de leur simplicité, se prêtent aisément à ce genre d'opération. On a la même facilité pour tracer les projections de la plupart des formes secondaires, qui ne résultent que d'une loi de décroissement. Mais si l'on voulait employer la même méthode à l'égard de celles qui sont surchargées de facettes secondaires inclinées en différens sens, on se trouverait entraîné dans une opération très longue et très difficile. Il y a beaucoup plus d'avantage à tracer d'abord la figure du noyau. Ensuite on construit sur ce noyau les faces additionnelles, en y faisant des sections parallèles à ces mêmes faces, d'après les lois de décroissement dont elles dépendent, ce qui donne leurs intersections mutuelles, et l'on en déduit le dessin de la variété proposée, en traçant séparément sur le même papier des parallèles aux intersections dont il s'agit. Tout ceci s'éclaircira à l'aide des exemples que je donnerai plus bas de la manière d'appliquer la méthode aux formes secondaires.

Il y a une autre méthode praticable dans un certain nombre de cas, et à la fois plus simple et plus susceptible encore d'exactitude que la précédente. Elle consiste à faire usage des propriétés géométriques

pour faire subir à la projection du noyau une transformation d'où naisse la figure qui est le but de l'opération.

On peut encore, dans certains cas, construire immédiatement les faces additionnelles autour du noyau, de manière que sa projection soit engagée dans celle de la forme secondaire sous la même position respective que celle qui résulte de l'ordre de la structure.

Je reviens un instant à la comparaison de la projection avec la perspective, relativement aux formes cristallines. Dans la perspective, les rayons partis d'une face qui a ses côtés parallèles deux à deux, telle qu'un carré, un rhombe, un hexagone régulier ou symétrique, forment une pyramide dont la base coïncide avec la même face, et dont le sommet est dans l'œil du spectateur. Alors les lignes qui sont parallèles sur le cristal ne peuvent l'être dans la perspective que sous certaines conditions, comme lorsque les faces auxquelles appartiennent ces lignes sont parallèles au plan idéal. Dans la projection, les lignes qui sont parallèles sur le cristal conservent constamment leur parallélisme, à cause de la forme prismatique que prend l'ensemble des rayons partis d'une même face. La différence est sensible à la seule inspection des figures 1 et 2, pl. 74, dont la première offre la perspective d'un prisme hexaèdre régulier, et la deuxième sa projection. Parmi les six pans du prisme en perspective, ceux qui sont désignés l'un

par *gff'g'*, *bcc'b'*, sont les seuls qui aient leurs côtés parallèles deux à deux. Mais le pan *dff'd'*, par exemple, n'a que deux côtés parallèles, savoir: *dd'* et *ff'*; les deux autres *df*, *f'd'*, sont très sensiblement inclinés entre eux. La même observation s'applique aux pans *cdd'c'*, *abb'a'*, *agg'a'*. Chacune des bases hexagonales, par exemple la base inférieure, n'a non plus que deux côtés parallèles, savoir: *b'c'* et *g'f'*. Mais *a'b'*, *d'f'* d'une part, et *a'g'*, *c'd'* de l'autre, sont visiblement inclinés entre eux. Il n'en est pas de même des côtés qui correspondent aux précédens sur la projection du prisme (fig. 2), et qui tous remplissent la condition du parallélisme. Il en résulte cet avantage, que l'aspect géométrique de la projection est beaucoup plus conforme que celui de la perspective à l'idée que conçoit le cristallographe du solide qui est le sujet de l'une et de l'autre, et au résultat des mesures mécaniques prises immédiatement sur ce solide.

Quant aux angles que font entre eux les côtés des faces, ils éprouvent, dans la projection comme dans la perspective, des variations qui sont une suite nécessaire de l'obliquité de ces faces, à l'égard du plan idéal, mais qui, en général, sont plus sensibles dans la perspective. Ainsi l'angle *fdd'* (fig. 1 et 2), qui est droit sur le solide, se change ici en angle aigu et tel que le donnerait la vue immédiate du solide lui-même. On peut faire une observation analogue en se servant du modèle en bois d'un rhomboïde

obtus, par exemple de celui qui représente la forme primitive de la chaux carbonatée. On le placera d'abord vis-à-vis de l'œil, de manière que son axe soit vertical, et que le rayon visuel coïncide avec une de ses sections principales. On le fera ensuite tourner doucement d'un côté ou de l'autre, par exemple vers la droite, et il y aura un terme où l'angle supérieur de la face située du même côté paraîtra droit. Au-delà de ce terme, il paraîtra aigu, et toujours de plus en plus, en sorte que ses deux côtés finiront par se confondre sur une même ligne lorsque le rayon visuel se trouvera sur le plan de la face dont il s'agit.

Problèmes dont le but est de faciliter les applications de la méthode.

2. La plupart des dimensions des formes primitives ont pour expressions des quantités radicales. Une de ces dimensions, telle que la diagonale horizontale d'un rhomboïde, est censée avoir sa grandeur naturelle dans la projection horizontale, et il en est de même d'une autre dimension, telle que l'axe du rhomboïde à l'égard de la projection verticale. La première étant prise arbitrairement, on cherche la seconde, d'après le rapport entre l'une et l'autre. Un moyen simple de la déterminer est celui qu'offre le problème suivant.

Etant donné une ligne représentée par $\sqrt{a}$, trou-

ver une seconde ligne qui soit à la précédente comme $\sqrt{x} : \sqrt{a}$.

Soit *ab* (fig. 3) la ligne égale à $\sqrt{a}$. Je la prolonge d'une quantité *bd* égale à $\frac{x}{a}\sqrt{a}$; ayant décrit sur *ad* une demi-circonférence de cercle, j'élève au point *b* la perpendiculaire *bc* jusqu'à ce qu'elle la rencontre; cette perpendiculaire est la ligne cherchée.

Car $ab : bc :: bc : bd$, ou $\sqrt{a} : bc :: bc : \frac{x}{a}\sqrt{a}$.

Donc $(bc)^2 = \frac{x}{a}\sqrt{a} \times \sqrt{a} = x$.

Donc $bc = \sqrt{x}$.

Soit par exemple *ab* ou $\sqrt{a} = \sqrt{5}$, et $x = \sqrt{3}$. On aura $x = \frac{3}{5}\sqrt{a}$.

Dans les applications de la méthode, on est souvent obligé de calculer les inclinaisons de certaines lignes, telles que des arêtes, d'après les lois de décroissement qui produisent les faces auxquelles appartiennent ces lignes. Je vais donner un exemple de cette espèce de calcul, relativement à une variété de topaze dont je tracerai dans la suite la projection, et je généraliserai la solution du problème au moyen d'une formule applicable à tous les cas analogues.

Soit *aleg* (fig. 4) la base d'un prisme rhomboïdal, et *nc*, *lk*, *di*, *ts* les directions d'un décroissement intermédiaire sur les angles *a*, *e*. L'effet de ce décroissement sera de produire une pyramide quadrangulaire, dont la base aura ses côtés alignés dans le

sens des mêmes directions, et dont les arêtes obliques coïncideront avec des plans menés par le sommet et par les diagonales *ae*, *gl*. Il y a des cas où l'on est conduit à tracer les projections de ces arêtes, et pour cela il est nécessaire de connaître les côtés des triangles mensurateurs rapportés aux plans dont on vient de parler, ce qui exige que l'on détermine la distance en largeur entre chaque lame de superposition et la suivante prise dans le sens de l'une et l'autre diagonale. Voici comme on peut résoudre ce problème.

Soit *aleg* (fig. 5) la même base que fig. 4. Supposons que le rectangle *acxn* (fig. 5) soit semblable à la base d'une molécule soustractive formée de la réunion de plusieurs molécules intégrantes, et que le rectangle *cfmx* égal au premier représente la base de la molécule soustractive adjacente à la précédente; la diagonale *nc* sera dirigée comme la ligne de départ du décroissement, dans l'hypothèse d'une rangée soustraite, en sorte que *ab* représentera la distance entre chaque lame et la suivante dans le sens de la diagonale *ae*. Si je mène l'autre diagonale *fx*, il est évident que la distance entre *cn* et *fx* sera égale à *ab*; et si par le point *f* je mène *fo* parallèle à la diagonale *lg*, elle représentera la distance entre chaque lame et la suivante prise dans le sens de cette diagonale.

De plus, si je complète le petit rhombe *acrt*, il représentera la base d'une des molécules simples qui

composent la molécule soustractive. Soient x et y les nombres d'arêtes de molécules simples contenues dans an et ac, et soit g la demi-diagonale d'une molécule simple prise dans le sens de ae, et p celle de la même molécule prise dans le sens de lg, auquel cas nous aurons $ar=2gy$, et $at=2py$. Il s'agit d'avoir les expressions de ab et fo en fonctions de g, p, x, y.

Pour ab. Les triangles semblables crz, cxn donnent $cr : rz :: cx : nx$, et à cause de $cr=ac=y$, et de $cx=an=x$, $y : rz :: x : y$; donc $rz=\frac{y^2}{x}$.

D'une autre part, les triangles semblables abc, zbr donnent, $ac : rz :: ab : br$,

ou $y : \frac{y^2}{x} :: ab : br$, ou $x : y :: ab : br=ar-ab$.

Donc $$x : y :: ab : 2gy-ab;$$
$$2gxy-ab.x=ab.y;$$
$$ab.x+ab.y=2gxy.$$

Donc $$ab=\frac{2gxy}{x+y}=2gy\times\frac{x}{x+y}.$$

Pour of. Les triangles semblables cro, rxf donnent

$$fr : or :: rx : cr,$$

ou $$fr : or :: x-y : y;$$
$$2py : or :: x-y : y;$$

$$or=(2py)\frac{y}{x-y};$$

$$of=fr+or=2py+2py\times\frac{y}{x-y}$$

$$=\frac{(x-y)(2py)+y\times 2py}{x-y}=2py\times\frac{x}{x-y}.$$

Les valeurs de *ab* et de *of* donneront les côtés des triangles mensurateurs dans le sens de la largeur; en les combinant avec la valeur de la hauteur *h* de la molécule, on aura les côtés dans le sens de la hauteur, et les côtés obliques donneront des parallèles aux arêtes obliques de la pyramide.

Considérations générales sur la manière de tracer les projections.

Pour en venir maintenant aux applications de la méthode, concevons que le rectangle *orr'o'* (fig. 6) représente le plan de projection horizontale, et que *or* soit la section de ce plan avec le plan vertical. Ce dernier est indiqué ici par le rectangle *orr''o''*, qui est de niveau avec le plan horizontal; en sorte que pour se le représenter dans sa vraie position, on doit concevoir qu'il se relève en tournant sur la ligne *or*, jusqu'à ce qu'il soit perpendiculaire au plan *orr'o'*. Mais nous verrons que la coïncidence des deux plans en un seul ne change rien au résultat qui aurait lieu si les deux plans étaient à angle droit l'un sur l'autre.

Le corps que l'on se propose de représenter est supposé être situé à une certaine hauteur, au-dessus du plan de projection horizontale, vis-à-vis celui de projection verticale. On imagine un troisième plan qui est transparent, dont la ligne *o'r'* est la section avec le plan horizontal sur lequel il est perpendiculaire. Je donne à ce plan le nom de *plan idéal*. On

suppose que des rayons parallèles partis des différens points du solide passent à travers ce plan, en y laissant chacun leur empreinte, et le but de l'opération est de tracer une copie fidèle de l'image produite par la somme de ces empreintes. Mais cette copie étant un dessin au simple trait, n'est composée, comme je l'ai déjà dit, que des lignes qui terminent les différentes faces du solide, et dont les unes qui appartiennent aux faces antérieures doivent être pleines, et les autres qui se rapportent aux faces de la partie opposée doivent être ponctuées. Je rappellerai ici ce que j'ai dit en comparant l'effet de la projection avec celui de la perspective; savoir, que dans l'une et l'autre l'image produit sur l'œil une impression semblable à celle qui naîtrait de la vue immédiate de l'objet, avec cette différence que dans le cas de la perspective l'œil est placé à une distance finie du plan idéal, au lieu que dans le cas de la projection, il est censé en être éloigné à une distance infinie.

Ce que j'appelle copier l'image que l'on suppose exister sur le plan idéal, dans ce second cas, n'est autre chose que la transporter sur le plan vertical où elle devient visible pour l'œil. Pour y parvenir, il ne s'agit que de prolonger au-delà du plan idéal les rayons que le solide lui envoie des différens points de ses arêtes, et de marquer leurs points de rencontre sur le plan vertical; car ces rayons étant parallèles entre eux, et les deux plans l'étant également, il est

évident que les images qui naissent de leurs empreintes sur ces mêmes plans sont égales et semblables. Pour arriver au but proposé, on commence par faire deux opérations que j'ai déjà indiquées. La première consiste à mettre le solide en projection horizontale, et la seconde à le mettre en projection verticale. Le résultat de cette seconde projection est la copie de l'image produite sur le plan idéal, lorsque les rayons que lui envoie le solide lui sont perpendiculaires. Mais lorsque celui-ci a des faces horizontales ou verticales, il arrive que tous les points de quelques-unes de ces faces se confondent sur l'image, de manière qu'elles sont représentées par de simples lignes. Pour éviter cet inconvénient, qui est en quelque sorte, à l'égard de l'œil, une source de méprises, on fait une troisième opération qui suppose dans l'œil un changement de position, en vertu duquel les rayons prennent des positions inclinées au plan vertical, dont l'effet est de dégager les unes des autres les parties qui étant auparavant sur la direction d'un même rayon visuel, se recouvraient dans la projection.

Je vais maintenant donner une idée de la marche progressive de la méthode, telle que je viens de l'indiquer, en prenant pour exemple le rhomboïde primitif de la chaux carbonatée.

Supposons ce rhomboïde situé de manière que son axe soit dirigé verticalement, et que l'une de ses coupes principales coïncide avec un plan perpendi-

culaire au plan idéal. Il est aisé de voir que sa projection horizontale sera l'hexagone 36 (fig. 6), dans lequel les trois rhombes 5671, 7231, 5431 seront les projections de ceux qui appartiennent au sommet supérieur, et les trois rhombes 6728, 2348, 4568, celles des rhombes contigus au sommet inférieur; et la droite 613, dont le prolongement est perpendiculaire sur $o'r'$, sera la projection de la coupe principale désignée ci-dessus.

Maintenant, si je prolonge les lignes 45, 36, 27 jusqu'à la ligne *or*, et ensuite au-delà de celle-ci, les prolongemens 5*e*, 6*g*, 7*h*, étant perpendiculaires sur *or*, les projections verticales des points 4, 5 devront se trouver sur le prolongement 5*e*; celles des points 3, 1, 8, 6 sur le prolongement 6*g*, et celles des points 2, 7 sur le prolongement 7*h*.

Remarquons que les diagonales horizontales qui passent par les points 5 et 7, 7 et 3, 3 et 5, sont ici représentées de grandeur naturelle, et que la même chose doit avoir lieu à l'égard de l'axe du rhomboïde. Cela posé, je prends à volonté sur la ligne 6*g*, un point 8′ que je considère comme l'extrémité inférieure de l'axe, et je détermine la longueur 8′1′ de cet axe d'après le rapport $\sqrt{3}$ à 3 ou 1 : $\sqrt{3}$, qui existe entre la demi-diagonale du rhomboïde et l'axe. Si je divise cet axe en trois parties égales, par deux perpendiculaires $\tau\gamma$ et $\delta\varepsilon$, les points 4′, 5′ seront les projections verticales des points 4, 5; les points 8′, 6′, 3′, 1′ celles des points 8, 6, 3, 1, et les points

2′, 7′ celles des points 2, 7; je mène entre ces différens points pris deux à deux les lignes 4′5′, 5′1′, 1′3′, etc., ce qui me donne les projections verticales 5′6′7′1′, 7′2′3′1′, etc., des rhombes marqués des mêmes lettres sur la projection horizontale, et le problème est résolu.

On voit que tous les angles du rhomboïde tracés sur le plan vertical sont distincts, et si l'on ne se proposait que de mettre ce solide en projection verticale, on pourrait absolument se contenter du résultat de l'opération précédente, quoique l'aspect sous lequel le rhomboïde s'y présente à l'œil ait, si j'ose ainsi parler, une sorte de monotonie. Mais ce rhomboïde est le noyau commun d'une multitude de formes secondaires, qui doivent pouvoir être mises aussi en projection, de manière que leurs différentes parties se détachent les unes des autres, et qu'une surface ne s'y offre pas sous l'apparence d'une simple ligne.

Or, c'est ce qui aura lieu nécessairement à l'égard des faces parallèles à l'axe et de celles qui lui sont perpendiculaires. Par exemple, celles qui sont en même temps parallèles à l'axe et à la coupe principale qui se réduit à une ligne droite 1′, 3′, 6′, 8′, s'assimileront à cette ligne, et parce qu'il en est de même d'un plan qui passe par les trois diagonales horizontales 5′3′, 3′7′, 7′5′, la face perpendiculaire à l'axe qui leur sera parallèle, se réduira aussi à une simple ligne.

Tout ceci va devenir sensible à l'aide de la projection du prisme hexaèdre régulier qui naît des décroissemens $\overset{1}{D}\underset{1}{A}$ rapportés au rhomboïde de la fig. 6. Sa projection horizontale est l'hexagone régulier 36 (fig. 7), dont chaque angle porte deux numéros, parce que les deux bases se confondent sur un même plan. Les six numéros 1, 2, 3, 4, 5, 6 sont censés appartenir à la base supérieure, et les six autres à la base inférieure. En opérant comme pour le rhomboïde, on obtient pour la projection verticale du prisme un simple rectangle 1, 4, 10, 7, dans lequel les lignes 4, 10 et 1, 8 représentent les deux pans parallèles à la ligne 3, 12 prise sur la projection horizontale, et chacune des sous-divisions 1397, 43910 du rectangle représente les projections des deux pans adjacens aux précédens, lesquelles se confondent aussi sur un même plan. L'image du prisme n'est plus visible que par la pensée, et fait naître en quelque sorte pour l'œil une illusion d'optique. Le même inconvénient aura lieu en partie dans toutes les formes secondaires qui auront des faces produites en vertu de l'un ou l'autre des deux décroissemens dont je viens de parler.

On peut faire disparaître cet inconvénient au moins à l'égard des faces parallèles à la coupe principale du rhomboïde primitif, en tournant la projection de celui-ci, comme on le voit (fig. 8), de manière que la ligne 6183, qui représente celle de la coupe prin-

cipale, soit oblique par rapport à la ligne $o'r'$; en poursuivant l'opération de la même manière, on obtient l'image du rhomboïde que représente la figure, et dont l'aspect est beaucoup plus satisfaisant pour l'œil que celui de l'image que l'on voit fig. 6. Dans ce cas, les faces parallèles aux six pans du prisme tracé d'après les deux décroissemens $\overset{1}{D}\underset{1}{A}$ se détacheraient les unes des autres; mais les projections des trois diagonales 57, 73, 35 (fig. 8), étant encore de niveau, les bases s'offriraient, comme dans l'exemple précédent, sous l'aspect d'une simple ligne droite. On parvient à représenter distinctement tous les points de l'objet à l'aide d'une opération ultérieure qui peut avoir lieu de deux manières différentes. La projection verticale prend alors le nom de *projection nivelée* ou de *projection variée*, d'après celle des deux manières dont on a fait choix pour remplir le but proposé.

De la projection nivelée.

Les rayons visuels qui en partant de l'œil placé, par l'hypothèse, à une distance infinie d'un plan idéal, sont censés lui faire apercevoir, sur ce plan, l'image d'un objet dont on a tracé la projection verticale sur un autre plan situé du côté opposé, sont dirigés perpendiculairement vers le plan idéal, et c'est par une suite de cette direction que, dans les exemples que j'ai cités, certaines faces sont situées

de manière que tous leurs points se confondent sur l'image, comme cela aurait lieu sur l'objet lui-même, si le plan idéal n'existait pas. Les rayons visuels étant alors de niveau avec les mêmes faces, n'en laissent voir à l'œil que les bords situés de son côté. Les choses étant dans cet état, pour faire en sorte que les différentes parties de la projection se dégagent les unes des autres et deviennent distinctes, on suppose d'abord que les rayons visuels en restant fixes par leurs extrémités contiguës au solide, se meuvent d'une certaine quantité par leurs extrémités opposées, vers la gauche ou vers la droite, dans des plans horizontaux, en faisant des angles égaux avec leurs premières directions, et qu'ensuite les mêmes extrémités fassent un certain mouvement dans des plans verticaux, en s'écartant sous des angles égaux, de leurs premières directions. Ils parviendront ainsi à un degré d'obliquité qui sera tel, que toutes les parties de la projection seront vues distinctement. Appliquons ces principes au rhomboïde de la chaux carbonatée.

Soit toujours $o'r'$ (fig. 9) la section du plan idéal avec le plan de projection horizontale, et or celle du plan de projection verticale avec ce dernier. Soit de plus 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 la projection horizontale du rhomboïde que l'on suppose tourné de manière que la section principale qui passe par 3, 1, 6 soit dans un plan perpendiculaire au tableau, d'où il suit que la ligne 316 sera elle-même perpendiculaire aux

lignes *or* et *o'r'*. Si l'on imagine maintenant que les projections horizontales des rayons visuels étant d'abord de même perpendiculaires sur *or*, fassent un mouvement vers la droite, il faudra les tracer de manière à leur donner des positions telles que 4*b*, 5*c*, 3*d*, 8*g*, etc. Prolongeons-les ensuite vers la partie opposée, jusqu'à la rencontre de *or* et des points 4, 5, 3, etc. Élevons les lignes 4*i*, 5*k*, 3*f*, etc., perpendiculaires sur *or*. Ayant pris sur la ligne 8*m*, qui répond à 386, laquelle passe par la section principale du rhomboïde, une partie 1, 8 égale à l'axe, et dont les extrémités seront les projections verticales des points marqués des mêmes nombres, divisons-la en trois par les transversales $\tau\gamma$, $\delta\varepsilon$, et plaçons sur les lignes, aux points indiqués par leurs intersections avec les verticales 5*k*, 3*f*, 7*y*, etc., les projections verticales des points 5, 3, 7, 4, 6, 2.

Si l'on traçait immédiatement, d'après les projections de ces points, les faces du rhomboïde, dont l'une est indiquée par 1, 5, 4, 3; une seconde par 1, 5, 6, 7; une troisième par 3, 4, 8, 2, etc., tous les points situés aux angles solides, qui sont les mêmes que les précédens, seraient vus séparément. Mais les trois diagonales situées vers chaque sommet, étant les unes sur la ligne $\tau\gamma$, savoir, 37, 75, 53, et les autres sur la ligne $\delta\varepsilon$, savoir, 42, 26, 64, se recouvriraient dans la projection, ainsi que je l'ai déjà remarqué plus haut, en sorte que les triangles composés de ces diagonales se réduiraient à de simples

lignes. Il en résulterait que dans la projection de la variété prismatique, dont les bases coïncident avec les triangles dont il s'agit, ces bases se réduiraient de même à des lignes. Pour éviter ces coïncidences sur un même plan, on ramène la projection à l'aspect résultant du second mouvement des rayons visuels dans des plans verticaux.

Il est aisé de concevoir qu'en vertu de ce second mouvement, les différens points de la projection se relèvent sur le plan idéal proportionnellement à leurs distances à ce même plan. Mais pour plus grande simplicité, nous supposerons que le plan idéal se soit mu parallèlement à lui-même, pour un instant, en allant de $o'r'$ vers or, jusqu'à ce que le point 3 qui en était le moins éloigné se soit trouvé en contact avec lui, d'où il suit qu'il n'a point changé de place.

Concevons que dans cette hypothèse la ligne oz (fig. 10) représente la quantité dont on veut que le point 6 (fig. 9), qui est le plus éloigné, se soit relevé par l'effet du mouvement vertical des rayons. Ayant mené par les points 6, 5, 7, etc. (fig. 9) de la projection horizontale les droites 66′, 55′, 88′, etc., parallèles à or, coupez ces lignes par une perpendiculaire $\zeta\mu$; puis en partant du point μ, prenez la partie $\mu\nu$ égale à oz (fig. 10); puis relevez les différens points de la projection verticale des quantités indiquées par les lignes comprises entre $\zeta\nu$ et $\zeta\mu$, savoir $\nu\mu$, comme on l'a dit, pour le point 6 qui se

trouvera transporté en 6′; $\pi\sigma$ pour les points 5, 7, dont l'un se trouvera en 5′ et l'autre en 7′, etc.; faites passer des lignes par ces nouveaux points, et vous aurez la projection du rhomboïde telle qu'on la voit fig. 9 et fig. 12 (1).

Concevons maintenant que le plan idéal aille se remettre à sa première place; alors l'image du point 3 se relèvera sur ce plan d'une quantité proportionnelle à la distance entre la ligne 33′ et la ligne $o'r'$; mais en même temps tous les autres points de la projection se relèveront de la même quantité que le point 3. Car soit 3 (fig. 11) ce même point, et soit *hn* la ligne verticale du plan idéal en contact avec lui.

Ayant mené l'horizontale *uz* qui passe par le point 3, et qui est supposée perpendiculaire sur le plan idéal, imaginons que les points 6, 2 (fig. 9) de la projection que nous prenons pour exemple, viennent se placer sur *uz*, en conservant leurs distances à l'égard du plan idéal. Soit 36′ une partie de *hn* égale à *oz* (fig. 10) qui mesure la quantité dont le point 6 a été relevé pendant le mouvement vertical des rayons. La droite 66′ (fig. 11) sera la nouvelle

(1) Dans cette manière d'opérer, la distance entre le point 3 et le plan idéal qui répond à la ligne 33′ est nulle. Les distances entre les points 4 et 2, 8 et 1, 5 et 7, 6 et le plan idéal, sont égales aux lignes $\psi\zeta$, $\varphi\zeta$, $\varpi\zeta$ et $\mu\zeta$; or, ces lignes sont proportionnelles aux lignes $\omega\psi$, $\chi\phi$, $\sigma\pi$, $\mu\nu$; donc ces dernières lignes mesurent les quantités dont les point 4 et 2, 8 et 1, etc., doivent être relevés.

direction du rayon parti du point 6; donc si l'on mène 2, 2′ parallèle à 66′, elle sera la direction correspondante du rayon parti du point 2′. Concevons qu'ensuite le plan idéal s'écarte du point 3, de manière à prendre la position indiquée par $h'n'$; les points 3, 2′, 6′ de l'image se trouveront transportés en 3′, 2″, 6″, et il est évident que leurs distances respectives suivant $h'n'$ seront les mêmes que celles qui avaient lieu suivant hn, c'est-à-dire que $2''3' = 2'3$, et $2''6'' = 2'6'$; d'où l'on conclura que les dimensions de l'image seront encore les mêmes que quand le point 3 était en contact avec le plan idéal (1); en sorte que la manière d'opérer que nous avons adoptée dans l'hypothèse de ce contact, réunit l'exactitude à une plus grande simplicité.

Dans la projection du rhomboïde, les points 5′, 7′ d'une part, et 4′, 2′ de l'autre, continuent d'être à la même hauteur; mais les points 3′, 6′ dont chacun appartient à l'un des triangles formés par les trois diagonales horizontales situées vers un même sommet, sont

---

(1) Si l'on suppose que le plan idéal aille se placer successivement à différentes distances du solide, en restant parallèle à lui-même, il en résultera le même effet que si plusieurs plans parallèles étaient traversés par des rayons qui fussent de même parallèles. Les empreintes des rayons produiraient sur tous ces plans des images égales et semblables entre elles; seulement elles seraient situées plus haut ou plus bas, suivant les diverses distances des plans au solide.

à une hauteur différente; en sorte que les triangles dont il s'agit ne coïncident plus sur un même plan.

On jugera aisément, d'après tout ce qui a été dit, que le but auquel parvient l'opération est de substituer, comme nous l'avons dit, le plan de projection verticale au plan idéal, de manière que l'image tracée sur le premier soit égale et semblable à celle que les empreintes des rayons visuels auraient formée sur le second. Pour mieux concevoir que cela doit être, reprenons la supposition dans laquelle le plan du tableau est contigu à un point du solide, auquel cas la ligne 33′ parallèle à *or* sera la section du plan idéal avec le plan horizontal. Pour que la similitude ait lieu entre la projection et l'image, il suffit que la distance tant dans le sens horizontal que dans le sens vertical entre deux points quelconques de l'une soit la même qu'entre les points correspondans de l'autre. Prenons pour exemple les points 7 et 2. Les points n'', l'' étant les projections horizontales de ces mêmes points 7 et 2 considérés sur l'image, puisque le plan idéal est censé s'élever de la ligne 33′ perpendiculairement au plan horizontal, il en résulte que n'', l'' est égale à la distance entre les deux points de l'image dont nous venons de parler. Mais les projections horizontales des mêmes points pris sur la projection sont les points 7, 2 situés sur la ligne *or*; et puisque la distance $72 = n''l''$, il en résulte que celle qui est entre les points 7′, 2′ de la projection verticale est la même dans le sens horizontal qu'entre les points

correspondans de l'image. Le même raisonnement s'applique à tous les autres points.

Maintenant nous avons supposé que pendant le second mouvement des rayons visuels dans des plans verticaux, le point 6 de l'image s'était relevé d'une quantité égale à $\mu\nu$, et nous avons représenté l'effet de ce mouvement sur la projection, en y relevant le point 6 de la même quantité. Or, les distances entre les points 6, 7 et 2 considérés sur le solide et le plan du tableau étant mesurées par les lignes $m\zeta$, $\pi\zeta$, $\psi\zeta$, et les quantités dont les points 6, 7 et 2 pris sur l'image ont été relevées, étant proportionnelles à ces distances, il en résulte que la première étant égale à $\mu\nu$, les deux autres seront mesurées par $\pi\sigma$ et $\psi\omega$; d'où il suit que la distance, dans le sens vertical, entre les points 2 et 7 de l'image, est égale à l'excès de $\pi\sigma$ sur $\psi\omega$. Mais par la construction, elle se trouve être la même entre les points correspondans de la projection; et en raisonnant de la même manière par rapport à deux autres points quelconques, nous conclurons que la projection est à tous égards une copie fidèle de l'image que les empreintes des rayons visuels auraient fait naître immédiatement sur le plan idéal.

De la projection variée.

Dans cette projection, on remplace le mouvement horizontal des rayons visuels, en tournant la projection horizontale comme on le voit (pl. 77, fig. 13),

de manière que les points qui sur le rhomboïde, dont on suppose toujours l'axe vertical, sont dans un même plan horizontal, tels que 5,3,7 d'une part, et 4,2,6 de l'autre, se trouvent à des distances différentes à l'égard de la ligne *or*. Quant à la manière de tourner la projection dont il s'agit, elle dépend de l'aspect sous lequel on veut que l'image se présente : on ne peut donner aucune règle sur cette opération; c'est l'habitude qui sert de guide à cet égard.

La projection horizontale étant déterminée comme on vient de le dire, on tracera la projection verticale d'après le procédé ordinaire, et il ne restera plus qu'à relever ses différens points d'après une méthode analogue à celle qui a été exposée dans l'article précédent, en déterminant la plus grande quantité $\mu\nu$ du relèvement dans l'hypothèse du contact entre le point 3 du solide et le plan idéal, et en plaçant les divers points de la projection verticale au-dessus de leurs premières positions, conformément aux longueurs des lignes comprises entre $\zeta\mu$ et $\zeta\nu$, savoir; $\mu\nu$ pour le point 6, $\pi\sigma$ pour le point 7, $\pi'\sigma'$ pour le point 5', etc., et l'on aura la projection demandée, telle que la présentent les figures 14 et 15.

La projection variée est celle que j'ai adoptée de préférence, parce qu'elle représente le cristal sous la position que nous donnons naturellement à un objet que nous voulons considérer, savoir, celle où nous le voyons, pour ainsi dire, de front, au lieu que

dans la projection nivelée on est censé le voir de côté, ce qui est moins naturel.

De la projection des formes secondaires.

4. J'ai déjà dit que quand ces formes sont simples, on peut les mettre en projection à l'aide de la méthode employée pour les formes primitives. Une condition essentielle à remplir dans ce cas, est que leurs projections soient en rapport de position avec celle du solide primitif. Or, la chose va, pour ainsi dire, d'elle-même lorsque l'on construit immédiatement autour de ce solide la forme secondaire qui en dérive, de manière qu'elle lui soit circonscrite conformément aux lois de la structure. On peut ensuite en tracer une copie qui la représente séparément. Dans l'exposé des principes de la théorie, j'ai cité, comme exemples, diverses projections qui offrent la réunion de la forme primitive et d'une forme secondaire simple, pour mieux faire concevoir la relation qui existe entre l'une et l'autre. C'est en suivant la même marche, que je vais donner les projections de quelques-unes des formes qui appartiennent à la chaux carbonatée.

Chaux carbonatée métastatique.

Soit *st* (fig. 16) la forme primitive, telle que la représente la figure 15. L'axe de la variété métastatique étant triple de celui du noyau (voyez page 338, t. I),

je prolonge ce dernier, de part et d'autre, d'une quantité égale à lui-même, comme on le voit (fig. 17), où l'on a $s's' = tt' = st$. Des extrémités de l'axe $s't'$, je mène les droites $s'a$, $s'b$, $s'd$, $t'a$, $t'b$, $t'd$, etc., aux extrémités des bords inférieurs du rhomboïde, et l'ensemble de ces droites et des mêmes bords me donne les faces du dodécaèdre proposé.

Chaux carbonatée équiaxe.

La théorie fait voir que les diagonales obliques de ce rhomboïde coïncident sur une même direction avec les bords contigus aux sommets sur le rhomboïde primitif, et que de plus leur longueur est double de celle des mêmes bords. Ayant donc tracé ce rhomboïde, tel que le représente *st* (fig. 18), je prolonge les bords dont il s'agit de manière que l'on ait $sx = 2\,sa$; $se = 2\,sf$, $sh = 2\,sd$, $to = 2\,tn$, $tl = 2\,tg$ et $tz = 2\,tb$, ce qui me donne les six diagonales obliques proposées.

Parmi ces mêmes diagonales, celles qui sont contiguës à l'un des sommets alternent avec celles qui se rapportent au sommet opposé. Il en résulte, par exemple, que l'extrémité *b* (fig. 16 et 18) de la diagonale oblique qui va de *s* en *b*, coïncide en même temps avec le sommet de l'angle inférieur *abd* du rhombe *asdb* auquel appartient cette diagonale, et avec le sommet d'un des angles latéraux *dbt* du rhombe *dbtg* situé vers le sommet opposé. La même corrélation a lieu réciproquement entre l'angle infé-

rieur *bdg* du rhombe *dbtg*, et l'angle latéral *bds* du rhombe *sabd*.

Maintenant, pour avoir les côtés des rhombes de la variété équiaxe (fig. 18), je choisis à volonté l'une des diagonales obliques déjà tracées, telle que *sh* qui est contiguë au sommet supérieur ; je prends vers le sommet inférieur les deux diagonales obliques *tz*, *tl*, dont les extrémités *z*, *l* sont situées de part et d'autre de la diagonale *sh*. D'après ce qui a été dit plus haut, ces extrémités coïncident avec les angles latéraux du rhombe auquel appartient la diagonale *sh*. Je mène *sz* et *hz*, puis *sl* et *hl*; ce qui me donne le rhombe *szhl* dont il s'agit.

Pour avoir celui dont *sx* est la diagonale oblique, je prends vers le sommet inférieur les diagonales obliques *tz*, *to*, dont les extrémités *z*, *o* interceptent *sx*. Je mène *xz* et *sz*, puis *os* et *ox*, qui sont les côtés du rhombe proposé. Le reste de l'opération se déduit aisément de ce qui précède.

Chaux carbonatée inverse.

La marche que l'on doit suivre pour représenter cette variété circonscrite à son noyau rhomboïdal, comme on le voit (fig. 19), s'offre comme d'elle-même, d'après les détails que j'ai donnés, dans la partie analytique (t. I, p. 359), sur les résultats généraux de la loi $E^1\,{}^1E$ dont elle dérive. Je me bornerai à rappeler ici qu'en vertu de cette loi, l'axe du solide

secondaire est triple de celui du noyau, et que ses bords supérieurs sont parallèles aux diagonales obliques du même noyau.

Cela posé, ayant tracé la projection du noyau *st* (fig. 19), je prolonge son axe de part et d'autre d'une quantité *ss'* et *tt'* égale à lui-même, ce qui me donne l'axe *s't'* du rhomboïde secondaire. Du sommet *s'*, je mène les droites *s'p*, *s'o*, *s'h*, parallèles aux trois diagonales obliques du noyau, qui vont, l'une de *s* en *g*, la seconde de *s* en *b*, la troisième de *s* en *y*, et limitées par les droites *t'p*, *t'o*, *t'h*, menées du sommet *t'* par les angles latéraux *g*, *b*, *y*, situés vers le sommet inférieur du noyau. Les droites *s'p*, *s'o*, *s'h* seront les bords supérieurs des rhombes situés vers le sommet *s'* du rhomboïde secondaire, et les droites *t'p*, *t'o*, *t'h* les diagonales obliques des rhombes situés vers le sommet inférieur. Ensuite, du sommet *t'*, je mène les droites *t'u*, *t'n*, *t'r*, parallèles aux trois diagonales obliques du rhomboïde primitif, qui vont, l'une de *t* en *a*, la seconde de *t* en *l*, la troisième de *t* en *d*, et limitées de même par les droites *s'u*, *s'n*, *s'r*, menées du sommet *s'* par les angles latéraux *a*, *l*, *d*, situés vers le sommet supérieur du noyau. Les droites *t'u*, *t'n*, *t'r* seront les bords supérieurs des rhombes situés vers le sommet *t'* du rhomboïde secondaire, et les droites *s'u*, *s'n*, *s'r* seront les diagonales obliques des rhombes situés vers le sommet *s'*. Il ne s'agira plus ensuite que de tracer les bords *ro*, *rp*, *np*, *gh*, *uh*, *uo*, parallèles aux bords

$s'p$, $s'o$, $s'h$, etc., qui existent déjà sur le rhomboïde, et ainsi des autres, ce qui complètera la projection demandée.

Chaux carbonatée analogique.

La forme de cette variété que représente la figure 20, étant le résultat de trois lois de décroissement, rentre parmi celles dont les projections se déduisent des sections faites dans le noyau, conformément aux indications de ces mêmes lois, ou des propriétés géométriques dont elles jouissent. Je vais employer successivement les deux méthodes, en commençant par la première.

5. Je trace d'abord la projection du noyau telle qu'on la voit (fig. 21), d'après ce qui a été dit plus haut (pag. 596) : cette projection est du genre de celles que j'appelle *variées*. Je lui ai donné de grandes dimensions pour opérer avec plus de facilité et de sûreté.

Je trace ensuite séparément (fig. 22) une projection semblable à la précédente, et située de manière que toutes les lignes marquées des mêmes points soient parallèles de part et d'autre, mais plus petite, qui me servira à son tour de noyau pour la construction des faces secondaires dont la surface du cristal est l'assemblage. Je commence par tracer à l'entour les faces du métastatique. Pour y parvenir, il suffit d'avoir la position de l'une quelconque ξs des arêtes contiguës aux sommets, parce que son intersection

en s avec le prolongement de l'axe $\sigma\gamma$ du noyau me donnera la quantité γs ou $\sigma\psi$ dont cet axe doit être augmenté de chaque côté.

Par les points A, P, R, L et A, B, C, D (fig. 21), je mène les plans APRL, ABCD, de manière que les lignes AP, AB étant parallèles à $\xi'\mu'$ et $\iota'\xi'$, et les lignes LR, CD parallèles aux mêmes côtés, si $P\mu'$ est, par exemple, la moitié de $f'\mu'$, $R\mu'$ soit le $\frac{1}{4}$ de $\sigma'\mu'$, et que de même $A\xi'$ étant $\frac{1}{2}\gamma'\xi'$, $L\xi'$ soit $\frac{1}{4}$ CD. Il est bien clair que les deux plans dont il s'agit seront parallèles à deux faces qui résulteraient d'un décroissement par deux rangées sur les bords inférieurs $\mu'\xi'$, $\iota'\xi'$ du rhomboïde $\gamma'\sigma'$: donc leur intersection $\xi''As''$ sera parallèle à $\xi's'$ que nous supposons être l'arête du métastatique qui va du point ξ' vers l'axe. Donc si l'on mène ξs (fig. 22) parallèle à $\xi''s''$ (fig. 21), γs (fig. 22) sera l'excès de l'axe du dodécaèdre métastatique sur l'axe $\gamma\sigma$ du noyau, du côté du sommet supérieur. Cela posé, je prends sur le prolongement de l'axe en dessous la partie $\sigma\psi = \gamma s$, après quoi je mène des points s, ψ, les lignes $s\mu$, sf, $\psi\mu$, ψf, etc. aux angles latéraux du noyau, et j'ai la projection du dodécaèdre métastatique.

Pour mieux me reconnaître dans les opérations suivantes, je trace une seconde projection (fig. 23) égale et semblable à la première, de manière que les deux axes soient parallèles. Pour avoir les faces c', c (fig. 20), je remarque qu'elles sont tracées d'après la condition, qu'elles se touchent par leurs angles laté-

raux ; d'où il suit que ces angles sont situés au milieu *e*, *d*, *b*, etc. (fig. 22) des lignes μf, $\mu\xi$, $\iota\xi$, etc. Je commence par la face qui répond à *c'* (fig. 20), en menant d'abord la ligne *bd* (fig. 23) qui en sera la diagonale horizontale ; je coupe *bd* en deux également au point *k* ; je fais passer par ce point la ligne *pkg* parallèle à l'axe $s\psi$, et qui sera la diagonale verticale du même trapézoïde, après quoi je mène les lignes *bg*, *dg*, *dp*, *bp*, qui en seront les côtés. J'aurai facilement les autres trapézoïdes par un procédé semblable.

Reste à tracer les trapezoïdes *g*, *g'* (fig. 20) qui appartiennent à l'équiaxe. Commençons par celui de la partie supérieure qu'indique la lettre *g*, et dont il s'agit de trouver les intersections avec les faces adjacentes *r*, *r* du métastatique. Pour y parvenir, je fais passer par le point ξ'' (fig. 21) la droite Gξ''F parallèle à la diagonale $\iota'\mu'$; je mène FE et GN parallèles à $\gamma'\xi'$, et je complète le parallélogramme ENGF qui sera évidemment parallèle à l'arête $\gamma'\xi'$, et également incliné sur les rhombes $\gamma'\xi'\mu'f'$, $\gamma'\xi'\iota'\tau'$; d'où il suit qu'il sera de même parallèle à une face produite en vertu d'un décroissement par une rangée sur l'arête $\gamma'\xi'$, savoir, à la face marquée *g* (fig. 20). Donc, si je trace ξ''N, ξ''E (fig. 21), ces deux lignes seront les intersections du parallélogramme ENGF avec les plans ABCD, APRL qui représentent deux faces du métastatique ; donc, si je mène *gr* (fig. 23) parallèle à ξ''N (fig. 21) et *gc* (fig. 23) parallèle à

$\xi''E$ (fig. 21), elles seront les côtés inférieurs du trapézoïde g (fig. 20). Ayant tracé ensuite la diagonale horizontale cr (fig. 23), je mène par son milieu v la ligne gn jusqu'à la rencontre de l'axe, laquelle sera la diagonale oblique de g (fig. 20); et du point n (fig. 23) je mène nr, nc qui seront les côtés supérieurs du trapézoïde. Pour avoir les deux autres trapézoïdes situés vers le même sommet, je mène co parallèle à la diagonale horizontale eg du trapézoïde $gtez$, et or parallèle à la diagonale horizontale ah du trapézoïde $anhu$; j'ai ainsi les diagonales horizontales des deux trapézoïdes supérieurs que je me propose de tracer, après quoi il est facile d'avoir le reste, en menant des lignes du point n et des points t, n aux extrémités des mêmes diagonales. Ayant les faces de la partie supérieure, il est aisé de tracer celles de la partie inférieure qui est semblable à la première.

6. Je passe à la seconde méthode fondée sur les propriétés géométriques de l'analogique, et pour laquelle les constructions que représente la figure 21 deviennent superflues.

Je sais d'abord que l'axe du dodécaèdre est triple de celui du noyau, et ainsi j'aurai les points s, ψ (fig. 22 et 23), en faisant γs, ou $\sigma\psi=\gamma\sigma$.

Pour les trapézoïdes verticaux, je trouve, à l'aide d'un calcul fort simple, que $g\xi=\frac{1}{4}s\xi$ (fig. 23); $p\xi=\frac{1}{4}\xi\psi$, et ainsi des autres; ce qui me donne les positions des côtés des trapézoïdes dont il s'agit.

Pour les trapézoïdes des sommets, je trouve, par

le calcul, que dans le cas présent où les trapézoïdes verticaux se touchent par leurs angles latéraux, on a *sn* (fig. 23) $=\frac{3}{4}s\gamma$ (fig. 22); de plus, je sais que l'apothème *nv* (fig. 23) du triangle *rnc* est la moitié de l'apothème *gv* du triangle *rgc*; donc, si je fais passer par le tiers *v* de *gn* la ligne *rc* parallèle à la diagonale horizontale *bd* du trapézoïde vertical *gbpd*, j'aurai les positions des angles latéraux du trapézoïde *nrgc*, qu'il me sera facile de tracer, et ainsi des autres. On voit combien cette méthode est préférable à la première toutes les fois qu'on peut l'employer.

Observation sur les projections suivantes.

7. La plupart de ces projections sont de celles qui accompagnent les descriptions de diverses formes cristallines, publiées dans mon Traité de Minéralogie. Mais les figures que j'en donne ici ne sont pas de simples copies. Je les ai tracées en répétant les opérations qui avaient servi à construire les projections dont je viens de parler, en sorte qu'elles sont censées avoir été faites d'un premier jet. Pour remplir ce but, il a fallu reproduire la projection horizontale du noyau dont l'aspect avait disparu dans la projection verticale, et retrouver les quantités dont plusieurs points de cette dernière projection avaient été relevés au-dessus de leur position. Je ferai connaître dans un instant les moyens à l'aide desquels j'ai résolu ces sortes de problèmes dont la

marche offre l'inverse de celle qui a lieu dans les applications ordinaires de la méthode.

Projections de diverses variétés de pyroxène, de baryte sulfatée, etc.

1. *Forme primitive du pyroxène.*

Soit 1′7′ (fig. 26) la projection de cette forme, qui, comme je l'ai dit, est du genre de celles que j'appelle *variées*. Je rappellerai ici que dans le prisme rhomboïdal oblique qui présente cette même forme, le rapport entre les demi-diagonales g, p de la coupe transversale est celui de $\sqrt{1}$ à $\sqrt{13}$, ce qui donne $87^d\ 42'$ pour l'incidence de 2′6′7′3′, 4′8′7′3′, et que désignant par h la dimension 1′5′, limitée par la perpendiculaire menée de 3′ en 5′, on a

$$2p : h :: \sqrt{12} : 1.$$

Cela posé, pour retrouver d'abord la projection horizontale, je mène par les arêtes verticales 2′6′, 3′7′, 1′5′, 4′8′, les droites *ng*, *kh*, *su*, *tx*, et je les coupe par la perpendiculaire *or*, qui sera la section du plan de projection vertical sur celui de projection horizontale. Ayant découpé une carte sous l'angle de $87^d\frac{2}{3}$, je place le sommet de cet angle sur un point 1 (fig. 28) de la ligne *su*, pris à volonté en dessous de *or*, et je fais tourner autour de ce point les deux côtés 1*d*, 1*c* de l'angle, jusqu'à ce que les parties 14, 12 de ces côtés comprises d'une part entre les droites *su*, *tx*, et

d'une autre part entre les droites *su*, *ng*, soient sensiblement égales. Je complète le rhombe 1234, et j'ai la projection horizontale cherchée, laquelle est égale et semblable à la coupe transversale du prisme rhomboïdal. Elle est en même temps celle des deux bases de ce prisme.

Pour avoir ensuite la projection verticale, je prends à volonté sur la ligne *kh*, en dessus de *or*, un point 3 (fig. 27), qui sera l'analogue du point 3′ (fig. 26). Du point 3 (fig. 27) je mène sur la droite *kh* une perpendiculaire 35, qui sera la projection verticale de la diagonale 35 (fig. 28). Cette diagonale est représentée ici de grandeur naturelle, et il doit en être de même des arêtes verticales, dont chacune est désignée par *h*. Je cherche la longueur de *h* d'après le rapport $\sqrt{12}:1$ indiqué plus haut. Je prends en dessous du point 3 (fig. 27) la ligne 37 égale à la longueur dont il s'agit, et au-dessus du point 5 la ligne 51 égale à la même longueur, et ces deux lignes me donnent les arêtes verticales contiguës aux points 3′, 1′ (fig. 26).

Je remarque maintenant que la projection verticale de la coupe transversale se réduit à une simple ligne droite 9, 10, qui passe par le point 3 (fig. 27) perpendiculairement aux lignes *ng*, *tx*. De plus, elle passe par les milieux des arêtes contiguës aux angles latéraux 2′, 4′ (fig. 26) de la base du prisme. Cela posé, je prends en dessus et en dessous de 9 (fig. 27) les lignes 92, 96 égales chacune à la moitié de 37.

Je prends de même en dessus et en dessous de 10 les lignes 10, 4; 10, 8, égales à la même moitié. J'ai ainsi les arêtes verticales 26, 48; ayant déjà les deux autres 37, 51, je trace les rhombes 3214, 7658, qui me donnent les projections verticales des bases du prisme rhomboïdal.

Maintenant, je suppose toujours que les points 3,7 (fig. 27) restent en contact avec le plan idéal, et il s'agit de trouver les quantités dont on a relevé les autres points en traçant la projection que représente la figure 26. Or, si ce mouvement n'avait pas eu lieu, le point 5′ serait resté à l'extrémité 5 de la ligne 3′5 perpendiculaire sur *su*. Donc la quantité dont il a été relevé est mesurée par la ligne 55′ (fig. 26 et 27). Cette quantité sera aussi celle dont a été relevé le point 1′. Je cherche les mouvemens des autres points à l'aide de la construction que l'on voit (fig. 28) et qui est analogue à celles que présentent les figures 9, pl. 76 et 13, pl. 77. Dans celle-ci, $\nu\mu$ (fig. 28, pl. 79) est égale à la ligne 55′ (fig. 26 et 27), et en raisonnant des autres lignes comme de celles qui leur correspondent sur les figures citées, on en conclura que les points 2, 6 (fig. 26) doivent être relevés d'une quantité 22′, ou 66′, égale à $\sigma\pi$ (fig. 28), et les points 4, 8 (fig. 26) d'une quantité 44′ ou 88′, égale à $\omega\psi$ (fig. 28), après quoi il est facile de terminer la projection, qui sera entièrement semblable à celle qui a été prise pour modèle, et que l'on voit (fig. 26).

2. *Pyroxène triunitaire* (fig. 29).

Cette variété, dont la forme primitive est représentée fig. 30, a pour signe $\underset{M}{M}\,\underset{r}{H}\,{}^{1}\underset{l}{G}\,{}^{1}E^{1}\,\underset{s}{}{}^{1}E$. Pour la mettre en projection, je commence par transformer le prisme rhomboïdal primitif en un prisme périoctaèdre, tel qu'on le voit (fig. 31), à l'aide de quatre sections, dont deux sont parallèles à la diagonale qui va de E en E (fig. 30) et à son opposée, et les deux autres parallèles à la diagonale qui va de A en O, et à celle qui lui correspond sur la base inférieure. Le rapport entre les dimensions des pans du prisme octogone peut varier au gré du cristallographe; mais le plus ordinairement, les pans dont l'un répond à *r* (fig. 29) et l'autre lui est parallèle, sont sensiblement plus larges que les autres, ainsi que l'indiquent les figures 29 et 31. J'ai donné au prisme une forme plus alongée que la primitive, et j'ai eu soin de laisser sur chacune de ses bases une ligne *yz*, ou *y'z'*, qui coïncide avec la diagonale oblique de la base du prisme rhomboïdal. Il existe une variété de pyroxène que j'ai nommée *pyroxène périoctaèdre*, et qui offre la forme dont il s'agit, donnée immédiatement par la cristallisation.

Pour arriver maintenant à la projection de la variété triunitaire (fig. 30), il ne s'agit que de couper le prisme octogone (fig. 31) par des plans qui, en partant des lignes *yz*, *y'z'*, aient les mêmes positions

que les faces *s*, *s'* (fig. 33) et leurs opposées ; et parce qu'il suffit d'avoir un des plans dont il s'agit, pour être en état de construire les trois autres, je choisis celui qui répond à la face *s* (fig. 29).

Soit *ag* (fig. 32) la forme primitive déjà représentée (fig. 26 et 30). Je mène le plan *adf* (fig. 32), qui évidemment est parallèle à *s* (fig. 29). Je mène ensuite par le centre *c* de la base et par le point *f* la ligne *cf*, à laquelle se rapporte l'effet du décroissement qui donne la face *s* (fig. 29), relativement à un plan qui passe par la diagonale *ad* (fig. 32) et par l'axe. Je me sers de la figure 34 qui représente le même prisme que fig. 31, et en partant des extrémités de la ligne *zy* (fig. 34), je trace sur les pans *lii'l'*, *dhh'd'*, les lignes *z*λ, *yx*, parallèles à *cf* (fig. 32) (1). Il est visible que le plan qui passe par ces lignes et par *yz* est parallèle à *s* (fig. 29). Je mène λτ (fig. 34), parallèle à *df* (fig. 32), ensuite τ*n* parallèle à *zy*, puis je joins les points *x* et *n* par une droite, et j'ai l'hexagone *yz*λτ*nx*, semblable à celui que désigne *s* (fig. 29), et qui a la même position.

3. *Pyroxène dioctaèdre* (fig. 33).

Son signe est $\underset{M}{M}\ \underset{r}{{}^{1}H^{1}}\ \underset{l}{{}^{1}G^{1}}\ \underset{o}{{}^{3}E}\ \underset{s}{E^{1}\ {}^{1}E}$.

Cette variété diffère de la précédente, par la pré-

(1) Il faut faire ici abstraction du trapèze ιθ*nn'*, qui se rapporte à une autre variété, que je décrirai plus bas.

sence des faces *o*, *o'*. Je choisis la première comme exemple, pour exposer la manière de les construire. Par la ligne *df* (fig. 32) et par le point *h* pris au tiers de *ea*, en partant de *e*, je mène le plan *dfh*, qui sera parallèle à *o* (fig. 33). La ligne *df* (fig. 32) étant commune à ce plan et au plan *dfa*, qui se rapporte à *s* (fig. 33), j'en conclus que la section de *o* sur *s* doit être parallèle à $\lambda\tau$ (fig. 34). Par le point η, je mène $\vartheta\eta$ parallèle à $\lambda\tau$, ce qui me donne la section dont il s'agit. Maintenant, pour avoir l'inclinaison de *o* sur *s* (fig. 33), je mène par un point *z* (fig. 32), pris à volonté sur la demi-diagonale *dc*, la droite *ul*, parallèle à *be*, et qui sera en même temps parallèle à *ib* (fig. 34), puis la droite *lr* (fig. 32) parallèle à *cf*; d'où il suit que le plan *ulr* est parallèle au plan *lii'l'* (fig. 34). Donc, si par le point *n* (fig. 32), où les lignes *df*, *lr* se rencontrent, et par le point *o*, qui de même est à la jonction des lignes *dh*, *lu*, je mène *on*, elle sera l'intersection des plans *ulr*, *dfh*, c'est-à-dire qu'elle sera parallèle à celle des faces *r*, *o* (fig. 33). Donc, si je mène $\vartheta\varepsilon$ (fig. 34) parallèle à *on* (fig. 32); et si je complète le trapèze $\vartheta\varepsilon\mu\eta$ (fig. 34), il aura la même position que la face *o* (fig. 33).

4. *Baryte sulfatée entourée* (fig. 35).

Cette variété n'a été déterminée que depuis la publication de mon Traité de Minéralogie. Pour la mettre en projection, j'adopterai la figure 36, qui a servi de type, relativement aux variétés que j'ai dé-

crites dans le même ouvrage. Je rappellerai que dans le prisme droit rhomboïdal qu'elle représente, le rapport des deux demi-diagonales g et p de la base est celui de $\sqrt{3}$ à $\sqrt{2}$, ce qui donne $101^d 32'$ pour la plus grande inclinaison des pans, et que g est à la hauteur h comme $2 : \sqrt{7}$.

Je me dispenserai d'indiquer la marche à l'aide de laquelle on peut retrouver les projections horizontale et verticale, qui ont déterminé l'aspect sous lequel s'offre ici ce prisme, ainsi que les quantités dont les points qui se recouvraient dans la dernière par une suite de ce que les bases y sont rendues par des lignes droites, ont été relevés au-dessus de leur position. C'est une opération qu'il sera facile de faire par un moyen analogue à celui que j'ai employé par rapport à la projection de la forme primitive du pyroxène.

La variété dont il s'agit ici a pour signe

$$\underset{M}{M}\ \underset{z}{\overset{\frac{1}{2}}{B}}\ \underset{o}{\overset{1}{E}}\ \underset{d}{\overset{2}{A}}\ \underset{P}{P}.$$

Dans le cristal que je me suis proposé de mettre en projection, le noyau est censé avoir subi un alongement dans le sens de la petite diagonale de sa base, c'est-à-dire, de celle qui va de A en A′ (fig. 36). L'effet de cet alongement est sensible dans les dimensions qu'ont prises l'arête *tu* (fig. 35) et son opposée. Voici la manière dont je m'y prends, pour y

avoir égard, en construisant la projection. Soit *ac'* (fig. 37) la forme primitive déjà représentée (fig. 36). Je trace séparément les rectangles *dcc'd'*, *bcc'b'* (fig. 38), semblables et parallèles aux deux faces primitives désignées par les mêmes lettres (fig. 37); ensuite je mène *dp*, *d'z* (fig. 38) parallèles à *ac* (fig. 37), et par le milieu de *dd'*, je mène *tu* parallèle aux deux lignes précédentes, et qui répond à *tu* (fig. 35). Pour avoir maintenant les faces secondaires produites par le décroissement $\overset{2}{A}$ (fig. 36), je mène le plan *dlb* (fig. 37) par le milieu de *cc'*, et comme je n'ai en vue que de conduire l'opération jusqu'au terme où l'on a ce qui suffit pour la continuer, je me borne à répéter la ligne *ld* sur le rectangle *dcc'd'*. Cette ligne est la section d'un plan parallèle à *eslyf* (fig. 35) sur le rectangle dont il s'agit.

Je passe à la face *tiegλu* (fig. 35) qui résulte du décroissement $\overset{1}{E}$ (fig. 36). Pour la construire, je trace le plan *acd'* qui lui est évidemment parallèle. Par le point *t* (fig. 38), je mène la ligne *ti* parallèlement à *d'c* (fig. 37), et ainsi le plan *uti* (fig. 38) est dans le sens de la face dont il s'agit.

Par le point *s* pris à volonté sur la ligne *ld*, je mène *si* parallèle à *cd*, et qui sera aussi parallèle à la ligne de départ du décroissement $\overset{\frac{1}{2}}{B}$, qui doit donner le triangle *ies* (fig. 35). Je remarque que la combinaison de ce décroissement avec celui qui a pour

signe $\overset{1}{E}$ a cette propriété, que la face qui résulte de ce dernier, coupe les deux faces adjacentes produites en vertu de l'autre, et dont l'une naît sur B (fig. 36), et l'autre sur B', de manière que ses intersections avec ces mêmes faces sont parallèles, d'où il suit qu'elles sont perpendiculaires sur *ge* (fig. 55). Je mène par le centre de la base *abcd*, la droite *d'o*, qui sera perpendiculaire sur la diagonale *ac*, et ensuite *ie* (fig. 38) parallèle à *d'o* (fig. 37), et qui aura par conséquent la direction indiquée pour les intersections dont j'ai parlé.

Il s'agit maintenant de compléter le triangle *ies* (fig. 38), dont je ne connais que les côtés *is*, *ie*. Ayant déjà le plan *dlb* (fig. 37) parallèle à celui qui résulte du décroissement $\overset{2}{A}$ (fig. 36) et dont l'intersection avec le rectangle *cdd'c'* (fig. 38) est la ligne *dl*, je mène par les milieux de *ad*, *bc* (fig. 37) le plan *nkc'd'*, qui sera parallèle à la face produite par le décroissement $\overset{\frac{1}{2}}{B}$ (fig. 36), ou, ce qui est la même chose, au triangle *ise* (fig. 35). Il est aisé de voir que la ligne menée par les points *r*, *o* (fig. 37) est l'intersection commune des deux plans *nkc'd'*, *dbl*, d'où il suit que si je mène *se* (fig. 38) parallèle à *ro* (fig. 37), elle sera le troisième côté du triangle. Ensuite par le point *e* (fig. 38), je mène *eg* parallèle à *tu*, et qui sera l'analogue de *eg* (fig. 35), et par le même point (fig. 38) je mène *ef* parallèle à la diagonale *db* (fig. 37), et qui répondra à *ef* (fig. 35);

après quoi il est facile de terminer la projection en poursuivant la marche qui vient d'être tracée.

5. *Emeraude soustractive* (fig. 39).

Le signe de cette variété, rapporté au prisme hexaèdre régulier (fig. 40), qui représente sa forme primitive, est $\underset{M}{M}\underset{P}{P}\underset{u}{\overset{1}{B}}\underset{t}{\overset{2}{B}}\underset{s}{\overset{2}{A}}$. La théorie prouve que la hauteur G de ce prisme est égale au côté B de sa base. Pour arriver à la projection de cette même variété, dont la figure est ici la même que dans mon Traité de Minéralogie, je partirai de la projection horizontale de la forme primitive qu'il s'agit avant tout de retrouver, et qui a été comme le rudiment de l'opération à l'aide de laquelle on a tracé la projection variée du prisme hexaèdre (fig. 41), déjà représenté (fig. 40). Par les arêtes verticales 3′9, 2′8, 1′7, etc. (fig. 41), je mène les droites *ii′*, *kk′*, *ff′*, etc., et je les coupe perpendiculairement par la ligne *or*, qui sera la section du plan vertical sur le plan horizontal. Il est évident que la projection horizontale tracée sur ce dernier plan doit être un hexagone régulier, dont les côtés seront compris entre les droites *gi′*, *hk′*, *nf′*, etc. Ayant mené par le centre *o* de la base supérieure du prisme (fig. 41) pris à l'intersection des diamètres 2′5, 1′4′, la ligne *oo″* parallèle aux lignes *ii′*, *kk′*, *ff′*, etc., je prends à volonté sur la première un point *o′* qui sera le centre de la projection horizontale. Ensuite, de ce

40..

même point et d'une ouverture de compas égale à 3′9 (fig. 41), qui est la hauteur du prisme, je trace une circonférence de cercle (fig. 42), et je mène les six cordes 12, 23, 34, etc., des arcs compris entre les lignes gi', hk', nf', etc. Ces cordes sont les côtés de l'hexagone régulier qui me donne la projection horizontale cherchée.

Je trace la projection verticale qui se réduit au rectangle 39612, dans lequel le côté 39 est égal à 3′9 (fig. 41). Il s'agit maintenant de la mettre sous l'aspect qu'exige la projection variée, telle que l'offre cette dernière figure. Je laisse dans leurs positions les points 4′, 10 (fig. 43) qui sont censés être en contact avec le plan idéal. Pour déterminer les quantités dont les autres points doivent être relevés, il suffit de connaître celle qui se rapporte aux deux points 1, 7, et qui est la plus grande. Du point 4′ (fig. 41) je mène 4′1 perpendiculaire sur la ligne 1′7, dont la partie 11′ interceptée par cette perpendiculaire me donne la quantité cherchée. J'emploie ensuite une construction analogue à celle que l'on voit (fig. 13), en menant la ligne $\mu\zeta$ (fig. 42) perpendiculaire sur 1μ, et la ligne oblique $\zeta\nu$, tellement située que la plus grande distance $\nu\mu$ entre l'une et l'autre est égale à 11′ (fig. 41). Je relève les points 1, 7 (fig. 43) d'une quantité égale à cette distance, et ensuite les autres points conformément aux distances $\sigma\pi$, $\lambda\varphi$, etc. (fig. 42), qui leur correspondent ; en sorte, par exemple, que la distance $\omega\psi$ est la quantité dont

les points 3, 9 (fig. 43) doivent être relevés. Je parviens ainsi à une projection qui est une imitation fidèle de celle que l'on voit fig. 41.

Je passe à l'objet principal de cet article, qui est la projection de la variété soustractive. Parmi les diverses faces qui la terminent, je choisis celles qu'indiquent les lettres *s*, *u*, *u'*, *t*, *t'*, parce qu'il suffit de les avoir tracées pour en déduire les projections de toutes les autres. La figure 44 représente la forme primitive modifiée par l'addition de ces facettes. Je lui ai donné de grandes dimensions pour rendre l'opération plus facile. On voit sur la même figure différentes lignes relatives à la construction que j'ai adoptée, et dont je vais retracer la marche.

Je commence par les faces *t*, *t'* (fig. 39). Le décroissement qui les donne n'ayant pas atteint sa limite, je supposerai que le diamètre de la base P qui reste à découvert, soit les deux tiers de celui du prisme devenu complet par la suppression des faces *t*, *s*, *u*. Ayant tracé le rayon *bo* de la base qui aurait lieu dans l'hypothèse de ce même prisme, je prends les lignes *lx*, *lg*, auxquelles se termine l'effet du décroissement, de manière que *lo* soit les deux tiers de *bo*. Je suppose ensuite, pour plus de simplicité, que la face *s* (fig. 39) ait son origine au point *l* (fig. 44), et je mène la ligne *ly* qui la divise en deux moitiés. Pour déterminer le point *y*, je considère que le triangle *bly* est semblable au triangle mensurateur *εrϑ* (fig. 45), relatif au décroissement $\overset{2}{A}$ qui

donne la face *s* (fig. 39). Désignant par $2b$ la ligne *bo* (fig. 44), qui est la petite diagonale du rhombe *aocb*, et par h la hauteur bb' du prisme, j'aurai

$$bl : by :: \epsilon\nu \text{ (fig. 45)} : \nu\vartheta :: 2p : h.$$

Mais *bo* (fig. 44) $= ab$; et dans l'émeraude $ab = bb'$. Donc $h = 2p$. Donc $by = bl = \frac{1}{3} bo = \frac{1}{3} bb'$.

Je cherche ensuite la position de la ligne *lr* située à la jonction des faces t, t'. Pour la trouver, je suppose *lr* prolongée jusqu'à la rencontre *s* de la hauteur bb'. Si je rapporte au plan qui passe par *bly* l'effet du décroissement $\overset{2}{B}$ qui donne les faces t, t' (fig. 39), et si je trace le triangle mensurateur $\gamma\lambda\mu$ (fig. 46) relatif à ce décroissement ainsi considéré, il est aisé de voir que le triangle *bls* (fig. 44) lui sera semblable; or le signe du décroissement ramené au parallélisme avec les côtés de l'hexagone de la base étant $\overset{2}{B}$, et le nombre de demi-diagonales soustraites dans le sens du plan *bly* étant double du nombre d'arêtes soustraites parallèlement aux côtés de l'hexagone, j'aurai $\gamma\lambda$ (fig. 46) : $\lambda\mu :: 4p : h$.
Donc aussi,

$$bl : bs :: 4p : h.$$

Mais

$$bl = \frac{1}{3} bo = \frac{2}{3} p.$$

Donc $bs = \frac{1}{6} h$, ce qui me donne la position du point *s*, et par suite celle de la ligne *ls*.

Maintenant, *lr* étant la ligne de jonction des faces *t*, *t'* (fig. 39), il s'agit de déterminer le point *r* (fig. 44), où elle rencontre la ligne *ls*. Je remarque que les faces *u*, *u'* (fig. 39) ayant pour signe $\overset{1}{B}$, leur ligne de jonction *rt* doit être située dans le sens d'une face dont le signe serait $\overset{a}{A}$. Donc elle doit être parallèle à *ly* (fig. 44); je mène *nt* qui satisfait à cette condition, et en faisant varier sa distance à *ly*, je détermine sa position de manière que sa partie *tr* soit à peu près égale à la partie *lr* de la ligne *ls*, ainsi que l'exige l'aspect symétrique qu'il convient de donner à la projection. Je mène ensuite *rf* parallèle à *ab*, et j'ai la face *lrfx* qui répond à *t* (fig. 39). A l'aide d'une seconde parallèle *tv* (fig. 44) à la même ligne, j'ai la face *tvfr* qui répond à *u* (fig. 39).

Reste à déterminer l'hexagone *s*. Cette face ayant pour signe $\overset{a}{A}$, il est évident qu'elle est parallèle au plan *aζc* (fig. 44) qui passe par le milieu *ζ* de l'arête *bb'*. Je mène donc *yz* parallèle à *ζa*, et *yh* parallèle à *ζc*, et j'ai les deux côtés inférieurs de l'hexagone. Je considère ensuite que les faces *fezv*, *pmhu*, ayant pour signe $\overset{1}{B}$, leur ligne de jonction, si elle existait, serait parallèle au même hexagone dont le signe est $\overset{a}{A}$. Donc les intersections des deux faces *fezv*, *pmhu*, avec cet hexagone doivent être parallèles à *ly*, qui le coupe en deux moitiés. Ainsi je mène *ez* et *mh* conformément à ce parallélisme, et j'ai les côtés latéraux de l'hexagone. Il ne me reste

qu'à tracer les lignes *el*, *ml*, dont les positions sont données, et l'opération est terminée. Il est facile ensuite de la répéter sur les autres parties de la projection.

6. Cuivre gris dodécaèdre (fig. 48).

Je me bornerai ici à donner la projection du tétraèdre primitif, telle qu'on la trouve dans mon Traité, et que la présente la figure 47; et je m'abstiendrai d'indiquer la méthode à l'aide de laquelle on peut remonter à la projection horizontale dont elle dérive, parce que sa simplicité ajoute à la facilité de déduire cette méthode de ce qui a été dit précédemment par rapport au genre d'opérations dont il s'agit.

La variété dodécaèdre a pour signe $\overset{3}{B}\,{}^{3}B^{3}$. Pour la mettre en projection, je trace le tétraèdre *abch* (fig. 49), le même que figure 47. Je mène les lignes *an*, *cn*, sur le milieu du bord *bh*; d'où il suit qu'elles sont perpendiculaires sur ce bord. Je prends le tiers *nr* de *an*, et le tiers *nz* de *cn*; je mène *cr* qui est l'axe du tétraèdre en prenant *c* pour le sommet, et *az* qui est l'axe, en prenant *a* pour le sommet. Il s'agit ensuite d'avoir l'axe *rs* de la pyramide *habs*, lequel est le prolongement de *cr*, et l'axe *zx* de la pyramide *bhcx*, lequel est le prolongement de *az*.

Puisque $cn = 3nr$, la face *hbs* est parallèle à *cr*, d'après la loi du décroissement; donc l'angle *snc*

(fig. 49 et 50) (1) est égal à l'angle *crn*, c'est-à-dire qu'il est droit. De plus l'angle *cnr* que fait le triangle *ahb* (fig. 49) avec le triangle *chb* est égal au petit angle du rhombe dans lequel $g : p :: \sqrt{2} : 1$. D'où il suit que $cr : nr :: \sqrt{8} : 1$. Soit $cr = \sqrt{8}$;

donc $nr = 1$.

Donc $cr : nr :: nr : rs$,

ou $\sqrt{8} : 1 :: 1 : rs = \sqrt{\tfrac{1}{8}}$.

Donc $cr : rs :: \sqrt{8} : \sqrt{\tfrac{1}{8}} :: 8 : 1$.

Donc pour avoir la hauteur *rs* de la pyramide *habs*, il suffit de prolonger *cr* d'une quantité égale à $\frac{1}{8}$ de sa longueur, après quoi il sera facile de tracer les côtés *sh*, *sa*, *sb* des triangles de la pyramide. On aura la hauteur *zx* de la pyramide *chbx*, en prolongeant de même la ligne *az* d'une quantité égale à $\frac{1}{8}$ de sa longueur, et ainsi pour les autres parties du dodécaèdre.

7. *Cuivre gris apophane* (fig. 51).

Le signe de cette variété est $\underset{P}{P}\,{}^{2}\!\underset{\overset{2}{o}}{A}{}^{2}\,\underset{3}{B}\,{}^{3}\!\underset{t}{B}{}^{3}$. Pour construire sa projection, je trace d'abord celle de la variété précédente, en supposant que l'effet du dé-

(1) Dans cette dernière figure, on a représenté en projection horizontale l'assortiment des lignes *cn*, *ns*, *cs*, *nr*, pour aider l'intelligence.

croissement $\underset{3}{B}{}^{3}B^{3}$ soit incomplet, de manière qu'il reste des triangles *kef*, *igh*, etc. (fig. 52) parallèles aux faces du tétraèdre primitif. Pour ajouter les faces *o*, *o* (fig. 51), j'observe qu'elles appartiennent au dodécaèdre rhomboïdal, dont elles produiraient la surface en se prolongeant jusqu'à s'entrecouper. Supposons la chose faite, et soit *dg* (fig. 52) la ligne sur laquelle se réuniraient les deux faces *luyk*, *l'u'y'k'*. Je mène *gt* (fig. 52) perpendiculaire sur ce triangle, et prolongée jusqu'à la rencontre de *dg*, puis *dt*; la ligne *dg* étant l'arête de jonction de deux rhombes du dodécaèdre, *dt* représentera la perpendiculaire sur l'axe du rhomboïde auquel appartiennent ces rhombes, et *tg* la partie de l'axe qu'elle intercepte; donc $dt : tg :: 2g : \sqrt{3p^2 - g^2} :: \sqrt{8} : 1$. Or, d'après ce qui précède, ce rapport est aussi celui de *nr* à *rs* (fig. 49), d'où je conclus que les faces *l*, *l* (fig. 51) sont situées à l'égard des faces *o*, *o*, comme le sont les facettes comprises entre les rhombes du dodécaèdre émarginé, par rapport à ces mêmes rhombes. Il résulte de là que les faces *o*, *o* sont elles-mêmes des rhombes, et les faces *l*, *l* des rectangles. Ayant déjà *gd*, qui étant la même ligne que *sn* (fig. 49), tombe sur le milieu de la ligne *hb* (fig. 52) à laquelle elle est perpendiculaire, je mène *gm* au milieu de *ah*; ensuite du point *k* je mène *ky* parallèle à *gd*, et *kl* parallèle à *gm*; puis du point *k'* je mène *k'y'* parallèle à *gd*, et *k'l'* parallèle à *gm*;

après quoi je complète les rhombes *kyul*, *k'y'u'l'*, et ainsi des autres rhombes analogues à ceux-ci.

8. *Topaze équidifférente* (fig. 56).

On a vu dans l'article relatif à la théorie de l'octaèdre, que les cristaux de topaze ont une double structure, qui permet d'adopter à volonté, pour forme primitive, un octaèdre rectangulaire (fig. 55), ou un prisme droit rhomboïdal (fig. 53). Cette dernière forme est celle que j'avais indiquée dans mon Traité. Les observations qui se rapportent à l'autre n'ont été faites que long-temps après, et pour ramener celle-ci au prisme rhomboïdal, il faut concevoir que ce prisme subisse les deux décroissemens compris dans le signe $\dot{A}\dot{E}$ (fig. 53). Le premier donne les faces P (fig. 53), et le second les faces P'.

Pour lier ensemble les résultats des applications de la théorie aux deux formes, il a fallu déduire la projection de l'octaèdre de celle du prisme, et je vais d'abord exposer l'opération à l'aide de laquelle se fait le passage de l'une à l'autre.

Soit *bs* (fig. 54) le prisme rhomboïdal déjà représenté (fig. 53). Ayant tracé les diagonales *ht*, *sd* (fig. 54), et *ac*, *br* des bases, je mène par les milieux γ, ζ des arêtes *bd*, *rs* les lignes *lx*, *kz* parallèles à la diagonale *ht*, et par les milieux ε, η des arêtes *ha*, *te*, les lignes *kl*, *xz* parallèles à la diagonale *ds*. Le rectangle *lxzk*, dont les côtés coïncident

avec les lignes précédentes, sera la base commune des deux pyramides qui doivent composer l'octaèdre, et pour avoir les côtés de leurs faces, il ne reste qu'à mener de chacun des angles *l*, *k*, *z*, *x*, deux droites dont l'une aboutisse au centre *o* de la base supérieure, et l'autre au centre *n* de la base inférieure. On aura ainsi l'octaèdre proposé, tel que le représente séparément la figure 55 avec sa notation.

A cette occasion, je ferai ici quelques observations générales relatives aux projections des formes cristallines qui dérivent d'un octaèdre considéré comme forme primitive. Il est d'abord facile de concevoir que la projection horizontale de cet octaèdre, tracée d'après les principes précédemment exposés, sera semblable à la base commune des deux pyramides dont il est censé être l'assemblage, en supposant que les axes de ces pyramides soient situés verticalement. Pour construire ensuite la projection verticale, il suffira de connaître le rapport entre les mêmes axes et l'une des diagonales de la base commune des deux pyramides.

Si l'octaèdre est du genre de celui que représente la figure 56, et dont la position naturelle exige que deux des côtés de la base commune des deux pyramides composantes, savoir, C, C', soient situées horizontalement, et les deux autres G et G' verticalement, la projection horizontale sera semblable à la coupe transversale qui est perpendiculaire aux deux côtés dont je viens de parler, et l'on aura la projection

verticale en combinant une des diagonales de cette coupe avec l'axe mené par les milieux des côtés C, C' parallèlement aux côtés G, G'.

Si l'on prend l'octaèdre pour type des projections relatives aux formes secondaires, on emploiera, par préférence aux signes théoriques, ceux que je nomme *techniques*, et qui indiquent d'une manière simple et facile à concevoir, les sections qui doivent être faites dans l'octaèdre, suivant des plans qui coïncident avec les faces représentées par ces signes.

Mais il est souvent beaucoup plus avantageux de faire dériver les projections des formes secondaires d'un noyau hypothétique qui, dans ces sortes de cas, est un prisme soit rectangulaire, soit rhomboïdal. La topaze est ici dans un cas particulier, en ce que ce prisme, qui serait simplement hypothétique relativement aux autres octaèdres, est donné par l'ordre même de la structure, et par l'assortiment d'une partie des joints naturels que l'on met à découvert, en divisant mécaniquement les cristaux de cette substance minérale.

Je vais confirmer ce qui précède par un exemple dans lequel je substituerai le prisme dont je viens de parler à l'octaèdre représenté (fig. 55), pour en déduire la projection de la variété équidifférente (fig. 57), dont le signe rapporté à ce même prisme, tel qu'on le voit (fig. 53), est

$$\underset{M}{M}\ \underset{l}{{}^{3}G^{3}}\ \underset{o}{\overset{2}{B}}\ \underset{o'}{\overset{2}{b}},\ \underset{x}{(\overset{2}{E}\,B\,{}^{1}B^{2})}\ (\overset{2}{e}\,b^{1}b^{2})^{\circ}.$$

La différence de configuration qui existe entre les deux sommets, par une suite de la propriété électrique, consiste en ce que les faces *x*, *x*, qui se montrent sur le sommet supérieur sont nulles sur son opposé.

Je me dispenserai de l'opération préliminaire dont le but serait de retrouver la projection horizontale du prisme, puis d'en faire dériver la projection verticale, et de relever ensuite cette dernière pour dégager les uns des autres les points qui s'y trouvaient confondus, parce que cette opération ne serait, en quelque sorte, qu'une répétition de plusieurs de celles qui ont précédé.

Soit *hc* (fig. 58) la forme primitive. Je mène par l'arête *st* et par les milieux des arêtes *db*, *ha*, le plan *stgl*, qui sera parallèle à la face *o* (fig. 57). Ensuite je mène par la diagonale *ds* (fig. 58) et par le milieu de l'arête *ah*, le plan *dsl*, qui sera parallèle à la face *n* (fig. 57). Je mène enfin, par l'angle *d* (fig. 58), le plan *dne*, tellement situé que $hn = \frac{1}{3}hs$, et $he = \frac{1}{6}ah$, d'où il suit qu'il est parallèle à la face *x* (fig. 57). Maintenant, les deux plans *stgl*, *sld* s'entrecoupent sur une même ligne *sl*. De plus, il est facile de voir que *en* est parallèle à *sl*. J'en conclus que les trois faces *o*, *n*, *x* (fig. 57) ont leurs intersections parallèles, et c'est ce qui est sensible à la seule inspection des cristaux.

Pour déduire de ce qui précède la projection de la variété dont il s'agit ici, je trace d'abord un prisme

υτπν (fig. 59) dont le signe est $\underset{M}{M^3}\underset{l}{G^3}\underset{P}{P}$, ce qui n'offre aucune difficulté.

Soit *hc* (fig. 60) la forme primitive déjà représentée (fig. 58). Pour déterminer la position de l'arête μλ (fig. 57), j'observe que si je rapporte au plan *sdb* (fig. 60), prolongé convenablement, l'effet du décroissement B, qui donne la face *o* (fig. 57), et si *efg* (fig. 60 *bis*) représente le triangle mensurateur dans la même hypothèse, j'aurai *ef* : *fg* :: 2*ds* : *bd* (fig. 60). Donc, si je mène *bs*, j'aurai la position de l'arête μλ (fig. 57 et 59) qui doit lui être parallèle. Par le point ξ (fig. 59), je mène la ligne ξλ, parallèle à *ls*, et qui, d'après ce qui a été dit plus haut, doit être l'intersection commune des faces *o*, *x* (fig. 57). Je prends à volonté sur la ligne ξυ un point ε, et par ce point je mène une droite indéfinie εφ, et parallèle à ξλ, d'où il suit qu'elle coïncide avec l'intersection commune des faces *x*, *n* (fig. 57). Ensuite par le point ε (fig. 59) je mène εδ parallèle à la diagonale *ds* (fig. 58). La face *n* (fig. 57) étant parallèle au triangle *sld* (fig. 58), je mène sur le milieu ϑ (fig. 59) de εδ, parallèlement à l'apothème *lo* de ce triangle, la ligne ϑγ, jusqu'à la rencontre de l'arête νυ, et je la prolonge du côté opposé, jusqu'à ce qu'elle rencontre la ligne εζ, ce qui me donne le trapézoïde ζδγε, ou la face *n* (fig. 56).

Il ne me reste plus qu'à tracer les petites lignes λη, ζη, etc. (fig. 57 et 59). Pour y parvenir, je re-

marque que ces lignes sont les arêtes obliques d'une petite pyramide, $\zeta\tau\delta\vartheta\eta$ (fig. 61), dont les faces résultent du décroissement intermédiaire ($\overset{2}{E}B^1B^3$) comme étant les prolongemens des faces x. Soit $\eta\lambda$ (fig. 61) cette pyramide. Je mène les diagonales $\zeta\delta$, $\lambda\vartheta$ de la base, et ensuite la hauteur $\omega\eta$.

Le cas dont il s'agit ici est un de ceux auxquels se rapporte le second des problèmes que j'ai donnés plus haut, et qui sont destinés à faciliter les moyens d'y appliquer la méthode. Or, ici, ab (fig. 5, pl. 74) représente $\omega\zeta$ (fig. 61), et j'ai $x=3$ et $y=1$. Donc

$$\omega\zeta = 2gy \times \frac{x}{x+y} = \tfrac{3}{2}g.$$

De plus, à cause du décroissement par deux rangées $\omega\eta = \frac{1}{2}h$. Donc $\omega\zeta : \omega\eta :: 3g : h :: g : \frac{1}{3}h$. Donc si par le tiers de ah (fig. 60) je mène of, le triangle hof étant semblable au triangle $\zeta\omega\eta$ (fig. 61), j'aurai la position de la petite ligne $\zeta\eta$ (fig. 57 et 59), en menant du point ζ une parallèle à fo (fig. 60).

D'une autre part, of (fig. 5) représente $\omega\tau$ (fig. 61).

$$\text{Donc } \omega\lambda = 2py \cdot \frac{x}{x-y} = 3p.$$

Donc $\omega\lambda : \omega\eta :: 3p : \frac{1}{2}h :: p : \frac{1}{6}h$. Je mène or qui coupe dr au $\frac{1}{6}$ de sa longueur, et j'ai la position de la petite ligne $\lambda\eta$ en menant du point λ une parallèle à or. Je termine la projection à l'aide de la même

marche, en observant de supprimer, vers le sommet nférieur, les analogues des faces x, x'.

9. *Forme primitive de la chaux sulfatée.*

Dans tous les prismes quadrangulaires dont j'ai retracé jusqu'ici les projections, en commençant par retrouver les projections horizontales dont on était parti pour les construire, la base, dans le cas d'un prisme droit, ou la coupe transversale, si le prisme était oblique, avait ses côtés égaux, c'est-à-dire qu'elle avait la figure d'un rhombe. Mais il existe des prismes, tels que ceux de la chaux sulfatée, de la cymophane, de l'épidote, du disthène, dans lesquels le quadrilatère qui fait la fonction de base ou de coupe transversale, a ses côtés inégaux, c'est-à-dire que sa figure est celle d'un rectangle ou d'un parallélépipède obliquangle. L'opération à l'aide de laquelle on retrouve la projection horizontale de ce quadrilatère, est alors plus composée que celle qui se rapporte au rhombe. Je vais indiquer la marche que j'ai suivie dans les cas dont je viens de parler, en prenant pour exemple la forme primitive de la chaux sulfatée.

La projection de cette forme que l'on voit fig. 62 n'est pas semblable à celle qui se trouve dans mon Traité. Elle offre le prisme sous un aspect différent, mieux assorti à mon but. La théorie donne $113^d 8'$ pour la mesure du grand angle 214 de la base, et si l'on suppose que le côté C soit égal à 13,

l'expression du côté B sera 12, et celle de la hauteur G du prisme sera 32.

Il s'agit maintenant de retrouver, dans les traits du dessin que présente la figure considérée isolément, la marche qui a été suivie pour le produire. Je prends d'abord la copie de ce dessin, à laquelle je donne de plus grandes dimensions, ainsi qu'on le voit (fig. 63), pour mettre plus d'exactitude dans l'opération. Je mène ensuite, comme à l'ordinaire, les lignes ii', kk', ff', mm', qui coïncident avec les arêtes longitudinales du prisme, et je les coupe perpendiculairement par la ligne *or*, située à la jonction des plans de projection horizontale et verticale.

Je prends un carton mince, et je le découpe de manière à y faire naître deux bords *yg*, *yt* (fig. 65), inclinés entre eux de 114^d. Je prends sur ces bords deux parties yn'', ym'' qui soient entre elles dans le rapport de 13 à 12, et je mène la ligne $m''n''$. Je découpe un second carton sous un angle $rn'g$ (fig. 66) de 148^d, qui est le supplément de $m''n''y$ (fig. 65). Supposons pour un instant que le quadrilatère 1234 (fig. 64) n'existe pas, et que le point 1 soit déterminé à volonté sur la ligne lf'; je pose l'angle *y* (fig. 65) sur ce point pris pour centre, et lui conservant une position fixe, je fais tourner le carton autour de ce même angle, jusqu'à ce que les parties des bords *yg*, *yt*, interceptées l'une par les lignes lf', zm', et l'autre par les lignes lf', xi', soient à peu près égales. Cela fait, je place le second carton $rn'g'$

(fig. 66) sur le premier, de manière que $n'g'$ coïncide avec $n'g$ (fig. 65). Je continue le mouvement de rotation du premier carton, en inclinant peu à peu le côté yg (fig. 65) vers la droite, pour alonger sa partie interceptée, tandis que celle du côté yt se raccourcit, et en même temps je fais mouvoir doucement de bas en haut le côté $n'g'$ du second carton le long du côté yg du premier. J'arrive à un terme où les points d'intersection de la ligne rn' (fig. 66), avec les bords yg, yt (fig. 65) rencontrent les lignes zm', xi' (fig. 64); ces points d'intersection qui sont indiqués par les points n, m (fig. 65), me donnent les longueurs que doivent avoir les côtés 14, 12 (fig. 64) de la projection horizontale. Il m'est facile de vérifier l'opération en traçant la ligne mn, et en m'assurant si elle est parallèle à $m''n''$.

La projection horizontale étant tracée, je construis la projection verticale 234, 2'3'4' (fig. 63), d'après la dimension connue de la hauteur 2'2. Je la relève à l'aide de la construction que renferme le triangle $\nu\zeta\mu$ (fig. 64), dans laquelle $\nu\mu$ est la quantité que je choisis pour le relèvement des points 1', 1 (fig. 63), et les autres lignes $\sigma\pi$ et $\omega\psi$, les quantités relatives à celui des points indiqués sur les mêmes lignes.

Grenat trapézoïdal (fig. 67).

Je partirai, comme dans la plupart des exemples qui précèdent, de la projection de la forme primi-

tive, telle qu'on la trouve dans le Traité. Cette projection est, dans le cas présent, celle du dodécaèdre rhomboïdal représenté (fig. 68), et dont l'axe, qui est situé verticalement, passe par deux des angles solides composés de quatre plans. La marche à suivre pour la retracer s'annonce comme d'elle-même par les caractères d'uniformité et de symétrie dont la cristallisation a marqué le dodécaèdre dont il s'agit.

Un coup-d'œil jeté sur la figure suffit pour concevoir que les petites diagonales des quatre rhombes contigus au sommet supérieur 1, et celles des quatre autres contigus au sommet inférieur 14, composent deux carrés dont les plans sont perpendiculaires à l'axe, et que les grandes diagonales des quatre rhombes compris entre les précédens forment de même un carré situé perpendiculairement à l'axe. De plus, telles sont les positions respectives de ces carrés, que si les deux premiers se meuvent parallèlement à eux-mêmes en allant vers le centre, ils finiront par se trouver inscrits dans le troisième.

Ce résultat est réalisé par la figure 69, dans laquelle le point μ est la projection horizontale des points 3,11 (fig. 68), le point δ (fig. 69), celle du point 6 (fig. 68), et ainsi des autres points de la même projection, dont il est aisé de faire le rapprochement avec ceux qui leur correspondent sur la figure 68, à l'aide des chiffres qui sont communs aux uns et aux autres. Quant aux sommets 1, 14, il est

évident que leurs projections horizontales se confondent en un même point σ (fig. 69) situé au centre commun des deux carrés.

Pour avoir la projection verticale du dodécaèdre, je commence par tracer les lignes *ii'*, *kk'*, etc., parallèles à l'axe, et la section *or* des deux plans de projection. Je considère que les plans des trois carrés dont j'ai parlé ci-dessus sous-divisent l'axe en trois parties égales. De plus, la longueur 1, 14 (fig. 70) de cet axe m'est donnée par celle de l'une quelconque des diagonales du grand carré 6, 8, 7, 9 (fig. 69) qui font elles-mêmes la fonction d'axes dans le dodécaèdre, et qui sont représentées ici de grandeur naturelle. Je mène les lignes 24, 67, 10 12 (fig. 70) qui sous-divisent l'axe ainsi que je l'ai dit, et j'ai ainsi tous les points de la projection verticale.

Cette projection est la même que celle de la figure 68. On s'est dispensé de la relever, parce que les faces qui, sur les projections des formes secondaires, auraient été représentées par de simples lignes, savoir, celles qui seraient perpendiculaires ou parallèles à l'axe 1 14, ne se rencontrent sur aucune variété de grenat. Il en est de cette substance comme de plusieurs autres, où des faces qui naîtraient d'une loi très simple, semblent être exclues du système de cristallisation.

La manière d'opérer qui m'a paru mériter la préférence, pour mettre en projection la forme de la

variété trapézoïdale que représente la figure 67, consiste à élever sur les différentes faces du dodécaèdre primitif, tel qu'on le voit (fig. 68), comme sur autant de bases, les douze pyramides qui résultent d'un décroissement par une rangée sur les bords de ce dodécaèdre. Je choisis pour exemple celle dont la base repose sur le rhombe $\gamma\epsilon\nu\lambda$ (fig. 71 et 72) le même que 1293 (fig. 68). Pour la construire, je mène par le centre c de ce rhombe la droite $\eta c\zeta$, perpendiculaire sur les côtés $\epsilon\nu$, $\gamma\lambda$, d'où il suit que $\eta\lambda = \frac{1}{3}\gamma\lambda$, et $\epsilon\zeta = \frac{1}{3}\epsilon\nu$. Ensuite du point ζ je mène $\zeta\delta$ perpendiculaire sur les deux bords $\epsilon\nu$, $\mu\sigma$, puis du point η je mène $\eta\pi$ parallèle à $\zeta\delta$. Il est aisé de voir que les deux faces produites par le décroissement qui agit de part et d'autre de l'arête $\gamma\lambda$ sont elles-mêmes parallèles à $\zeta\delta$, d'où il suit que $\eta\pi$ coïncide avec l'apothème $\sigma\eta$ (fig. 71) du triangle $\gamma s\lambda$. Maintenant, pour trouver l'extrémité s de cet apothème, qui est le sommet de la pyramide $\gamma\epsilon\nu\lambda\sigma$, je mène la ligne oc par le centre o du dodécaèdre et par le centre c du rhombe $\gamma\epsilon\nu\lambda$ et je la prolonge jusqu'à la rencontre de $\eta\pi$, ce qui me donne la hauteur cs de la pyramide. Enfin du point s, je mène aux quatre angles du rhombe les droites $s\epsilon$, $s\nu$, $s\lambda$, $s\gamma$, qui, jointes aux côtés du rhombe, donnent les quatre faces de la pyramide.

Pour avoir celles de la pyramide adjacente $\gamma\lambda\sigma\mu z$ (fig. 71), je prolonge $\eta\pi$ (fig. 72) de l'autre côté de $\gamma\lambda$, ce qui me donne $\mu\nu$; ensuite, par le centre q du

dodécaèdre et par le centre r du rhombe $\gamma\lambda\sigma\mu$, je mène or que je prolonge jusqu'à la rencontre z de $\nu\upsilon$, et j'ai ainsi le sommet de la pyramide proposée; après quoi, il ne me reste plus, pour achever de la construire, qu'à mener les lignes $z\gamma$, $z\mu$, $z\sigma$ et $z\lambda$.

On concoit d'avance comment on doit s'y prendre pour continuer l'opération. Si je veux, par exemple, construire la pyramide qui repose sur le rhombe $\gamma\xi\omega\mu$, je mène l'apothème $\zeta\gamma$ du triangle $\gamma z\mu$, qui doit tomber au tiers de l'arète $\mu\gamma$, puis je le prolonge à volonté du côté opposé. Ensuite, par le centre du dodécaèdre et par celui du rhombe, je mène une droite jusqu'à la rencontre du prolongement de $z\gamma$; le point où elle a lieu est le sommet de la pyramide, et le reste va de soi-même.

FIN DU SECOND ET DERNIER VOLUME.

TABLE

DES PRINCIPAUX ARTICLES

CONTENUS DANS CE VOLUME.

SUITE DE LA PARTIE ANALYTIQUE.

TROISIÈME PARTIE.

APPLICATION DE LA CRISTALLOGRAPHIE A LA DISTINCTION DES ESPÈCES MINÉRALES.

QUATRIÈME PARTIE.

MÉTHODE POUR REPRÉSENTER EN PROJECTION LES FORMES DES CRISTAUX.

FIN DE LA TABLE DES ARTICLES.

ERRATA.

Tome premier.

Page 294, *ligne* 18, fig. 11, *lisez* fig. 5

382, 15, ^{2}g, *lisez* $\frac{2}{3}g$

392, 9, sont égaux aux angles saillans, *lisez* aux angles plans

440, 6 en remontant, soient gx, gh, lisez qx, qh.

Tome second.

Page 46, *ligne* 19, soit bp, *ajoutez* fig. 33

48, 6, fig. 31, *lisez* fig. 33

Ibid., 10, fig. 28, *lisez* fig. 30

49, 19, les lignes ps, $\vartheta\mu$, *lisez* les lignes pu, $\vartheta\mu$

50, 8, $a-u : a-\frac{1}{2}$, *lisez* $a-u : a-\frac{1}{2}u$

Ibid., 22, $\sqrt{32}$, *lisez* $\sqrt{\frac{1}{32}}$

51, 3, $cy : d$, *lisez* $cy : cl$



